

气候系统可预报性的全局研究*

范新岗** 张红亮 丑纪范

(兰州大学大气科学系, 兰州, 730000)

摘 要

胞映射方法是对非线性系统进行全局分析的强有力工具。文中基于一个最大简化的地-气耦合模式, 引入胞映射全局分析方法, 对气候系统的可预报性进行了全局的研究。气候系统存在最大可预报期限, 对于超过逐日预报可预报期限后的预报, 用胞映射思想证明了平均值的可预报性, 并得到了定量的结果。研究表明, 耦合机制具有延长可预报期限的作用, 观测精度的提高亦可延长可预报期限。

关键词: 胞映射方法, 气候系统, 可预报期限。

1 引 言

关于气候系统的可预报性问题, 已有很多的研究。目前普遍认为, 逐日预报的可预报期限为 2~3 周。Shukla J^[1] 对时空平均的动力学可预报性的研究指出, 月平均的预报是可行的。尽管如此, 几乎所有关于可预报性及可预报期限的研究都是基于数值试验得到的结果。而初值有无限多个, 且系统个别状态的长期行为是不确定的^[2], 这就无法表征气候状态, 更无法直接用点映射的动力模式做气候预报。那么, 对于无穷多个初值如何求得系统总体的可预报期限? 如何找到合适的、用于做平均预报的时间尺度?

丑纪范^[3] 指出, Hsu C S^[4] 提出的胞映射理论是对非线性系统进行全局分析的强有力工具, 该理论同样适用于研究上述气候问题。应用简单胞映射和广义胞映射对舍入误差和观测误差的全局分析, 有效地排除了两种误差的影响。特别地, 由于观测误差的不可避免, 确定论系统的个别状态出现不确定性, 然而在广义胞映射意义下, 当已知初始为某一广义胞(由观测所得)时, 系统未来的演变变成了 Markov 链上的概率转移, Markov 链存在极限概率, 因而系统的渐近行为在总体上是确定的。这时, 原来纯动力的问题转化为准动力-准随机的^[5], 为研究气候系统可预报性问题提供了前提条件。

文中基于一个最简地-气耦合模式, 引用广义胞映射方法, 研究简化的气候系统的可预报性问题, 尤其对系统平均值的预报进行了数值试验, 同时也对耦合机制的作用及短期气候预测方法作了理论上的探讨。

* 初稿时间: 1997 年 7 月 11 日; 修改稿时间: 1997 年 11 月 24 日。

资助课题: 国家基础性重大关键项目“气候动力学和气候预测理论的研究”。

** 现在地址: 中国气象科学研究, 北京, 100081。

2 最简地-气耦合系统及广义胞映射方法的应用

2.1 最简地-气耦合系统

本文所用最简地-气耦合模式^[5]包含大气快变量和下垫面慢变量。其大气模式简化为一个三阶常微分方程组

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & a_{12} - \sigma_1 X_2 & a_{13} - \sigma_1 X_3 \\ \sigma_1 X_2 - a_{12} & 0 & a_{23} - \sigma_2 X_1 \\ \sigma_1 X_3 - a_{13} & \sigma_2 X_1 - a_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $X = [X_1, X_2, X_3]^T$ 是无量纲大气变量, $a_{ij}(i, j)$ 和 $b_i(i, j = 1, 2, 3)$ 是无量纲下垫面温度 $T = [T_1, T_2, T_3]^T$ 的函数, $a_{ii}(i = 1, 2, 3)$, σ_1 和 σ_2 为常量。下垫面模式考虑为热传导方程的第三边值问题, 其解析解可写为

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}_{(n)} = \mathbf{G}_1 \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}_{(n-1)} + \mathbf{G}_2 \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_{(n)} + \begin{bmatrix} g_1(R_s) \\ g_2(R_s) \\ g_3(R_s) \end{bmatrix}_{(n)} \quad (2)$$

其中, \mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 是常矢量, $g_i(i = 1, 2, 3)$ 是太阳辐射 R_s 的函数, 下标 (n) 和 $(n-1)$ 为时间步数。式(1), (2) 构成了最简地-气耦合模式, 当给定一组 X, T 的初值, 该模式能够进行长时间稳定积分。

取时间步长为 0.25 h, 经过上千年积分得到系统的状态空间为

$$\begin{aligned} X_1 & \quad [-3.1188, -0.9422], \quad X_2 \quad [-2.0747, 0.4987], \\ X_3 & \quad [-1.2103, 1.9749] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} T_1 & \quad [0.38567, 0.51203], \quad T_2 \quad [-0.01997, 0.08647], \\ T_3 & \quad [-0.57188, -0.44552] \end{aligned} \quad (4)$$

要注意一点, 在模式简化过程中, 选取球谐基底函数时采取了南北半球对称的假定, 因而该系统变量表现出半年的周期。另外, 由于下垫面是慢变量, 大气是快变量, 因此耦合方式上采用大气模式积分一天与下垫面模式耦合一次的方法。

2.2 广义胞映射方法的应用

将式(3)中的区间(记为 X 空间)均匀分成 $N = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ 个胞, 式(4)中的区间(记为 T 空间)均匀分成 $M = 6 \times 6 \times 6 = 216$ 个胞, 构成胞空间。根据广义胞映射理论, 在给定胞空间以后, 下一步的任务就是要求给定时间尺度 τ 的转移概率矩阵 $\mathbf{P} = [p_{ij}]$, 其中 p_{ij} 为第 j 个广义胞 $Q^{(j)}$ 经一步映射到达第 i 个广义胞 $Q^{(i)}$ 的概率。

对于大气模式, 在给定 T 后, 采用经改进适用于该模式的样本法^[6] 求 X 的转移概率矩阵。将胞 j 均匀划分为 $K = 4096$ 个小胞, 将它们的中心点代入模式(1) 积分, 得到 K 个像点。设其中 K_1 个像点落入 $Q^{(1)}$ 胞, K_2 个像点落入 $Q^{(2)}$ 胞, ..., K_i 个像点落入 $Q^{(i)}$ 胞, $i = 1, 2, \dots, N$, 由此便得到 P 中的第 j 列为

$$p_{i,j} = K_i / K, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

对一个特定的演变系统, 当知道初始时刻的概率分布 $p^{(0)}$ 时, 则有

$$p^{(n)} = P^n p^{(0)} \quad (6)$$

显然, 依据式(6) 就可得到逐步的概率分布。可以证明, 系统存在与初值无关的长期渐近分布, 即极限概率分布

$$p^* = \lim_n P^n = \lim_n P^n p^{(0)} \quad (7)$$

给定收敛精度 ϵ , 用迭代方法, 当相邻两步概率分布间的均方根误差

$$R_{MSE} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(p_i^{(n+1)} - p_i^{(n)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} < \epsilon \quad (8)$$

时, 就得到了极限概率 p^* 和迭代步数 n 。

对于耦合模式, 范新岗^[6] 针对模式的具体特点, 提出了一种省时、省空间的计算转移概率矩阵的方法。即利用已有的已知 T 时 X 的转移概率矩阵, 先求 T 的转移概率矩阵, 进而利用概率论的知识求得 X 和 T 的联合转移概率矩阵。设当时间尺度为 τ 时, 对应于第 k 个 T 胞, 已有 X 的一步转移概率矩阵为 $P_X^k = [p_{i,j}^k]_{1000 \times 1000}$, 其中 $p_{i,j}^k$ 表示当 T 取第 k 个胞时 X 从 j 胞经一步转移到 i 胞的概率。当已知初始状态为 6 维空间中某一胞时, 易得 X, T 的初始分布 $p_X^{(0)}, p_T^{(0)}$, 这样, 下一时刻 X 的分布可由式(6) 求得, 那么下一时刻 T 是如何转移的呢? 设 T 的转移矩阵为 $P_T = [q_{l,k}]_{216 \times 216}$, 其中 $q_{l,k}$ 表示第 k 个 T 胞经一步转移至 l 胞的概率。由模式知, T 决定于三部分, 即辐射、初值和 X 的反馈。当某时刻的初始状态给定时, 辐射和初值对下一时刻的影响是确定的, 而 X 转移之后状态不唯一, 这就导致了下一时刻 $T^{(1)}$ 的不唯一, 使得下一时刻的 T 有一概率分布。第 k 胞转移至 l 胞的概率 $q_{l,k}$ 就等于能使 $T^{(1)}$ 落入 l 胞的所有 X 胞的概率之和。由此, 对一定的 k 就得到了 P_T 中的一列即第 k 列。对不同的初始 T 胞, 就可得到 T 的转移概率矩阵 P_T 。进而就可写出 X, T 的联合转移概率矩阵

$$P_{XT} = \begin{bmatrix} P_X^1 q_{1,1} & P_X^2 q_{1,2} & \dots & P_X^{216} q_{1,216} \\ P_X^1 q_{2,1} & P_X^2 q_{2,2} & \dots & P_X^{216} q_{2,216} \\ & & P_X^k q_{l,k} & \\ P_X^1 q_{216,1} & P_X^2 q_{216,2} & \dots & P_X^{216} q_{216,216} \end{bmatrix} \quad (9)$$

当已知初始分布 $p_{XT}^{(0)}$ 时, 即可预报下一时刻 X, T 的联合分布为

$$p_{XT}^{(1)} = P_{XT} p_{XT}^{(0)} \quad (10)$$

3 气候系统可预报期限的全局分析

借助于广义胞映射理论, 丑纪范^[3]给气候下了一个严谨的数学定义, 气候是奇怪吸引子上的概率分布。根据上述广义胞映射方法的分析, 对于时间尺度 τ 和收敛精度 ϵ , 系统的极限概率 p^* 即是系统混沌吸引子上的概率分布。这表示当系统状态到达混沌吸引子后, 初值信息已完全消失, 系统已处于气候状态, 此后, 系统不可预报。因而, 在求极限概率过程中得到的迭代步数 n 代表了系统的最大可预报能力。显然, $n\tau$ 就是系统的最大的可预报期限。下面从全局角度出发分别对大气模式和耦合模式的可预报期限进行研究。

3.1 大气模式可预报期限的全局分析

3.1.1 大气模式逐日预报

固定下垫面外强迫 T , 模式(1)即可单独积分并用来研究大气系统的可预报期限。对于逐日预报, $\tau = 1 \text{ d}$ 。根据上述胞空间的构造, 对于216种下垫面外强迫 T , 分别取 X 空间每一个胞为初值, 即该胞概率为1, 其它所有胞概率为零作为初始分布, 共有1000种初始分布, 取收敛精度 $\epsilon = 10^{-10}$, 求得1000种初始分布下的可预报期限(图1)。从图1中可见对于不同的外强迫, 大气系统的可预报期限各有差异。然而对于所有可能的外强迫 T 及所有可能的初值 X , 大气模式的平均可预报期限在精度 $\epsilon = 10^{-10}$ 时为20 d。从相对变率来看, 外强迫 T 对可预报期限的影响比初值 X 的影响要大。

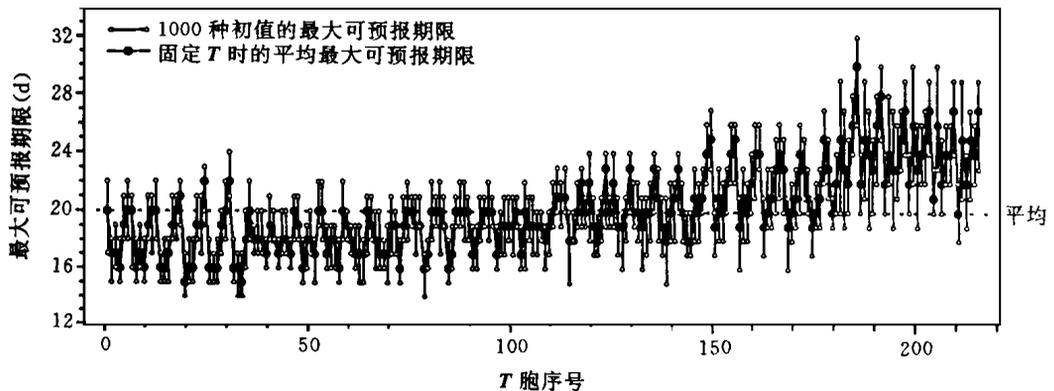


图1 外强迫 T 和初值 X 不同时大气逐日预报的最大可预报期限

数值试验表明, 在收敛过程中, R_{MSE} 呈指数形式下降, 这正是由于非线性系统初值误差随时间指数增长引起初值信息丢失所造成的。

3.1.2 大气模式平均值的预报

对于月以上时间尺度的短期气候预测, 由于系统对初值的极其敏感, 逐日预报已毫无意义。然而, 正是由于系统对初值的敏感, 使得物理量在混沌吸引子上的平均值反而对初值不敏感, 这时就可以做平均值的预报。关于这一点, 用简单胞映射的思想很好理解。在简单胞映射意义下, 系统仍是确定论的, 即系统从某一简单胞出发, 其后的演变是完全确定的, 因此, 某一时间尺度 τ 的平均值所在的胞也是确定的。由于取平均使系统状态的变化得到平滑, 变化幅度减小了。而要预报的精度还只要求与观测精度相符就行了, 故而吸引子上胞的大小不必改变。这样, 吸引子上划分的状态数(即胞的个数)就减少了, 也就减

小了不确定性,增加了系统的可预报性。既然每个简单胞以某一时间尺度 τ 取平均后的像胞是唯一的,就可采用广义胞映射的做法,用样本法求得时间尺度为 τ 的平均值的一步转移概率矩阵。然后类似逐日预报可预报期限的求法,即可求得某一时间尺度 τ 下的平均值的最大可预报期限。

图 2 给出当 T 处于平均状态 $T-89$ 胞,收敛精度 $\epsilon = 10^{-10}$ 时, $\tau = 5 \text{ d}, 10 \text{ d}, 30 \text{ d}, 90 \text{ d}, 180 \text{ d}$ 和 360 d 的平均值可预报期限的全局分析结果。可见,候、旬、月、季、半年和年平均值的可预报期限分别可达到 $50 \text{ d}, 3 \text{ 个月}, 6 \text{ 个月}, 1.5 \text{ a}, 2.5 \text{ a}$ 和 4 a 。显然,平均值预报的可预报期限远远超过了逐日预报,这就是短期气候预测的出路所在。

上述理论研究只能说明一点,即平均预报能延长可预报期限,这是重要结论。至于所得到的各种时间尺度的平均值的最大可预报期限,由于最大简化的地-气耦合模式离实际业务预报模式较远,所以只能提供一种理论上的参考。实质上,按最大可预报期限的定义,随着时间的延长,加上平均值的平滑作用,初值信息是逐渐衰减的,直至趋于气候状态时,初值信息完全消失。因此,平均值的预报,即使对于更完善的模式,也只能是在一定的时间段内有实践的价值。另外,关于平均值的预报,这里是从全局分析角度对一个计算机中的精确系统应用概率转移的方法做的,但在实践中,尤其是用数值方法进行平均值的预报时,就不能用逐日预报再求平均的方法了,如何方便、直接地求取平均预报量,是有待研究的课题。

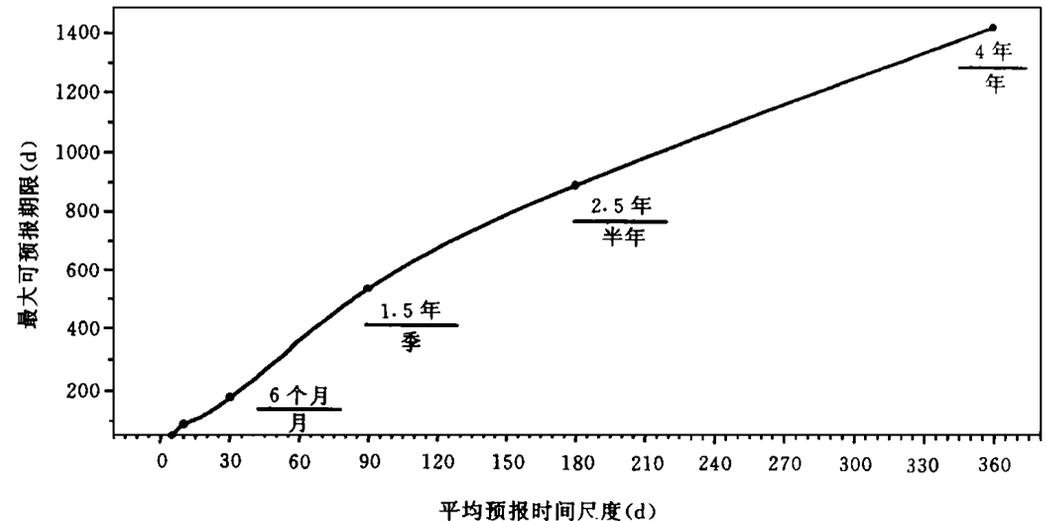


图 2 大气模式平均值预报的最大可预报期限

(图中标出了 4 种典型时间尺度(分母)及其最大可预报期限(分子))

3.2 耦合模式可预报期限的全局分析

3.2.1 耦合模式逐日预报

对于耦合模式的逐日预报问题,这里侧重于研究耦合机制的作用,同时对收敛精度的影响进行全局分析。耦合模式的转移概率矩阵由于太阳辐射的变化而具有逐日变化,给定初始分布,从 1 月 1 日开始做了 1 a 的逐日预报,得到了逐日 6 维空间的概率分布。为了

便于与大气模式结果进行比较,由 6 维联合分布容易求得大气变量 X 的逐日概率分布。由于该模式中的变量具有半年周期变化,因此,如果预报的某天的概率分布与相差半年前的一天的概率分布间均方根误差 R_{MSE} 小于所给精度 ϵ 时,认为其分布相同,以后的预报就失去意义了。图 3 同时给出了不同收敛精度时大气模式与耦合模式对大气变量的逐日可预报期限,可以看出,耦合后大气的逐日可预报期限比耦合前均有所延长。这揭示了气候系统存在的一种规律性的事实,即下垫面对大气的耦合作用,延长了大气的可预报期限。

关于这一点,从物理机制上可以这样理解,大气系统的变化是快过程,下垫面的变化是慢过程,相对而言,后者是稳定分量。两者耦合以后,虽然大气对下垫面的反馈作用为一随机性扰动,但下垫面对大气的作用正如 3.1.1 节揭示出的,仍然是确定性的稳定分量起主导作用,从而加大了大气系统的确定性成分,使可预报期限有所延长,这是该结果的主要方面,且最主要的是其理论上的意义。

另外,收敛精度越高,可预报期限越长。实质上,收敛精度就是计算机输出时的截断误差。在用计算机进行理论研究时,用计算机上能够准确运行的模式模拟实际气候系统,演变的实时输出结果作为“观测”资料,而计算机输出时的舍入误差正好模拟“观测”资料中的观测误差。所以,这里的收敛精度也反映了观测误差,收敛精度与可预报期限的关系也正是观测误差与可预报期限的关系。需要说明的是,这里得到了对应于不同观测误差的系统的最大可预报期限的理论值,其与实践中得到的 2~3 周可预报期限的吻合,也许是非线性系统的共性所决定的,然而无论如何,如前所述,这里的结果只提供一种理论参考。

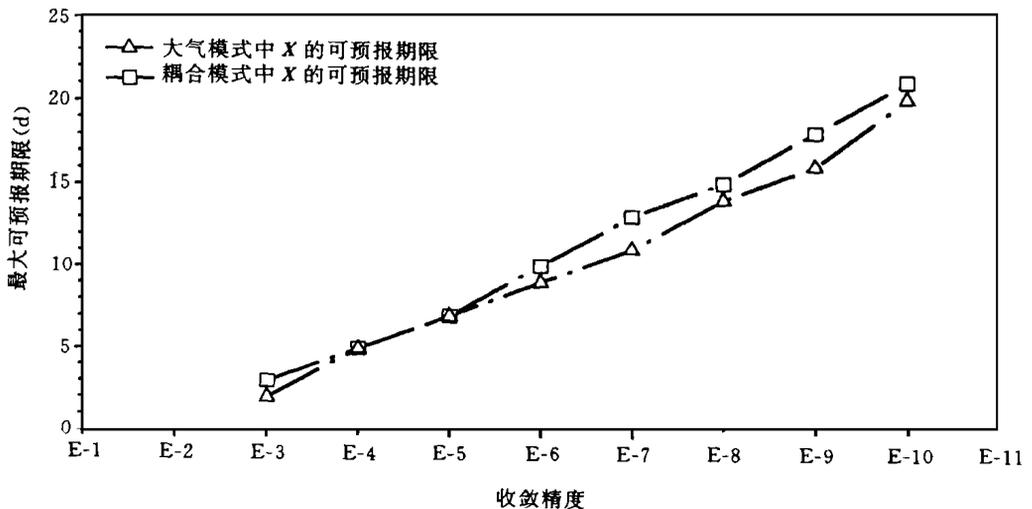


图 3 收敛精度不同时大气模式和耦合模式中大气变量 X 的最大可预报期限

3.2.2 耦合模式月平均值的预报

对于耦合系统的月平均值的预报,类似逐日预报方法。给与逐日预报相同的初始分布,从 1 月起共做了 36 个月的月平均预报,考虑到半年周期变化的特点,如果某月的预报与相隔半年前的某月的预报间均方根误差 R_{MSE} 小于所给精度 ϵ 时,则认为已达到气候状态,以后的预报失去意义。图 4 同时给出了不同收敛精度时大气模式与耦合模式对大气变

量及耦合模式对所有变量的月平均可预报期限。图 4 表明, 耦合系统中大气的可预报期限总是要大于大气模式。但如果考虑整个耦合系统即所有变量的预报时, 由于复杂性增大, 可预报期限要小于只考虑大气变量的预报。另外, 收敛精度与可预报期限之间有着与逐日预报同样的结论。

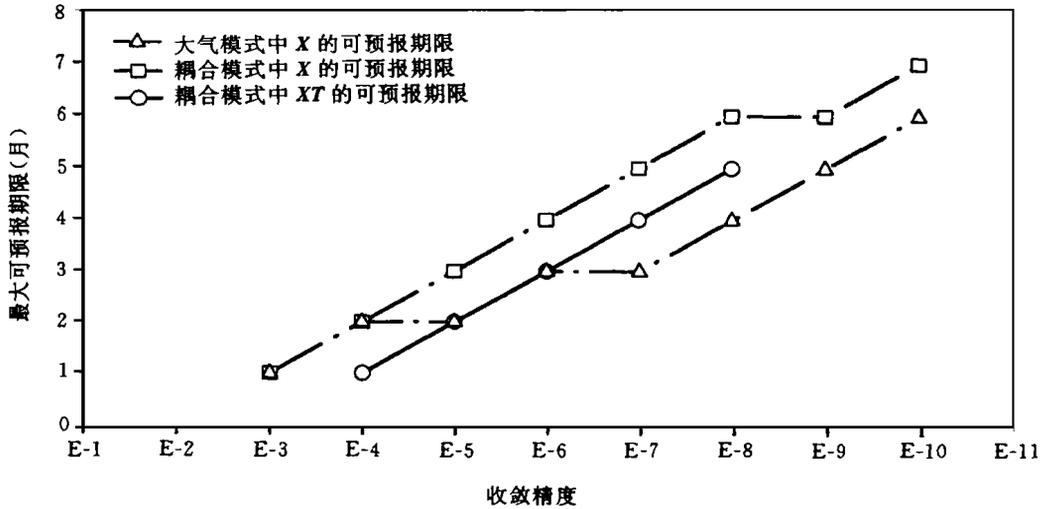


图 4 收敛精度不同时大气模式和耦合模式中大气变量 X 以及耦合模式中同时考虑变量 X, T 时的月平均值的最大可预报期限

4 小 结

本文着重研究了最大简化的地-气耦合模式的可预报性问题, 由于观测误差的存在及误差随时间的指数增长导致非线性气候系统存在最大可预报期限。胞映射方法是对非线性系统进行全局分析的有力工具, 可以用它来研究气候系统的可预报性问题, 并能得到无穷多种初值下系统的全局可预报期限。本文得到的一些定量结果, 由于模式的极其简单而不能直接应用于实际气候系统, 但仍可以帮助获得对气候系统可预报性直观的、定性的理解。应用最大简化的气候模式(具有强迫、耗散和非线性特征的最简地-气耦合模式)是人们进行理论研究的需要, 只要求它能代表气候系统, 而且形式要尽可能简单。只有这样才能很方便地引用新的数学成就, 克服面临的困难, 立足于新观念、新方法来研究我们想要解决的问题, 揭示其最基本、最本质的东西, 这是简化模式研究法的特点。

致谢: 本文完成过程中得到武汉大学郭秉荣教授、北京气象学院江剑民教授的有益帮助, 特此致谢。

参考文献

- 1 Shukla J. Dynamical predictability of monthly means. *J Atmos Sci*, 1981, 38: 2547- 2572
- 2 Lorenz N. Deterministic nonperiodic flow. *J Atmos Sci*, 1963, 20: 130- 141
- 3 丑纪范. 大气动力学方程组的全局分析. *北京气象学院学报*, 1995, (1): 1 ~ 12
- 4 Hsu C S. A theory of cell-to-cell mapping dynamical systems. *ASME J Appl Mech*, 1980, 47: 931- 939
- 5 郭秉荣, 江剑民, 范新岗, 张红亮, 丑纪范. 气候系统的非线性特征及其预测理论. 北京: 气象出版社, 1996. 254pp
- 6 范新岗. 气候系统的可预报性和预测方法的全局研究: [学位论文]. 兰州: 兰州大学. 1996, 30 ~ 36

GLOBAL STUDY ON CLIMATE PREDICTABILITY

Fan Xingang Zhang Hongliang Chou Jifan

(*Department of Atmospheric Sciences, Lanzhou University, Lanzhou, 730000*)

Abstract

Cell-to-cell mapping method is a powerful tool for globally analyzing into nonlinear system. By introducing the cell-to-cell mapping method, the predictability of climate in a most simplified air-sea coupled model is studied in this paper. It is indicated that there exists a maximum predictability limit in climate prediction. For the prediction beyond the daily predictability limit, it is proved by using simple cell-to-cell mapping idea that mean value is predictable, and the quantitative result is obtained. The study also shows that both coupling mechanism and improvement of observational error prolongs the maximum predictability limit.

Key words: Cell-to-cell mapping method, Climate system, Predictability limit.