

一个分析大气谱模式的合理性的定性方法*

廖洞贤 王诗文

(国家气象局国家气象中心, 北京100081)

提 要

利用对称运动和非对称运动的理论结果, 如‘对称运动的不变性’, 可以推得: 如初始时刻运动是对称的, 对于绝热无摩擦的谱模式, 在时间积分过程中, 总有

1. 和反对称运动有关的谱系数等于零;
2. 全球预报和半球预报在同一半球内处处相同;
3. 和赤道对称的任意两个区域, 其各自的运动彼此对称。

数值试验也证实了这些结果。

在有外力强迫的情形, 如地形(或加热), 如其分布是对称的, 则在初始运动是对称的情况下, ‘对称运动的不变性’ 仍然成立。但如果地形(或加热)分布是非对称的, 则运动的对称性会减小, 而变成非对称运动, 并出现越赤道气流。这些也经过数值试验加以证实。

利用上述理论结果作为指导, 可以用所设计的模式进行试验、分析, 从而, 确定模式设计是否合理, 有关软件是否有误等。

关键词: 大气, 谱模式, 合理性。

1 引 言

如所知, 对于标量, 任一气象要素 $F(\lambda, \varphi, \sigma, t)$ 在形式上可以用

$$F(\lambda, \varphi, \sigma, t) = F_s(\lambda, \varphi, \sigma, t) + F_A(\lambda, \varphi, \sigma, t) \quad (1)$$

来表示。其中下标 S 和 A 各代表对称量和反对称量, 而

$$F_s(\lambda, \varphi, \sigma, t) = F_s(\lambda, -\varphi, \sigma, t) \quad (2)$$

$$F_A(\lambda, \varphi, \sigma, t) = -F_A(\lambda, -\varphi, \sigma, t) \quad (3)$$

$$F_s = \frac{1}{2} [F(\lambda, \varphi, \sigma, t) + F(\lambda, -\varphi, \sigma, t)] \quad (4)$$

$$F_A = \frac{1}{2} [F(\lambda, \varphi, \sigma, t) - F(\lambda, -\varphi, \sigma, t)] \quad (5)$$

至于向量, 如水平风速, 可表示为

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s + \mathbf{V}_A \quad (6)$$

其中 $\mathbf{V}_s = u_s \mathbf{i} + v_s \mathbf{j}$, $\mathbf{V}_A = u_A \mathbf{i} + v_A \mathbf{j}$, \mathbf{i} 和 \mathbf{j} 各是沿纬圈和经圈的单位向量。

根据式(1)–(6), 如下三种模式大气的对称运动可定义为:

1. 在正压涡度方程模式大气中

$$\psi = \psi_A \quad (7)$$

2. 在正压原始方程模式大气中

* 1990年12月19日收到原稿, 1991年3月19日收到修改稿。

$$(u, v, \phi') = (u_s, v_s, \phi'_s) \quad (8)$$

3. 在绝热无摩擦多层原始方程模式大气中

$$(u, v, T', \phi', P') = (u_s, v_s, T'_s, \phi'_s, P'_s) \quad (9)$$

其中 Ψ 和 ϕ 是流函数和位势高度; $P = \ln p^*$, p^* 是场面气压, 带撇的量表示其对全球面平均的偏差。

根据定义(9), 可以推出, 水平散度 $D = D_s$; 还从静力公式, 推出 $\phi^{*'} = \phi'_s$, $\phi^{*'}$ 是地面位势高度的偏差; 从连续方程推出 $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_s$ 。

但是, 如果考虑实际地形, 则 $\phi^{*'}$, P' 都是非对称的。这时, 定义(9)不成立, 即运动在任何时刻都不可能是对称的。

至于反对称运动, 可以相应地定义为:

1. 在正压涡度方程模式大气中

$$\Psi = \Psi_s \quad (10)$$

2. 在正压原始方程模式大气中

$$(u, v, \phi') = (u_s, v_s, \phi'_s) \quad (11)$$

3. 在绝热无摩擦多层原始方程模式大气中

$$(u, v, T', \phi', P') = (u_s, v_s, T'_s, \phi'_s, P'_s) \quad (12)$$

根据上面的定义和文献[1]、[2]及1), 我们有如下适用于以上任一种不考虑地形的正压模式大气的理论结果, 即

‘如在初始时刻 t_0 时运动是对称的, 则在以后任何 $t > t_0$ 的时刻, 运动将保持其对称状态。’

这个性质不妨称之为‘对称运动的不变性’。

如果考虑对称地形, 则对以上任一种正压模式大气, ‘对称运动的不变性’仍然成立。但如其地形是非对称的, 则不成立。

至于绝热无摩擦多层原始方程模式大气, 如初始时刻满足定义(9), 即考虑对称地形的对称运动, 则‘对称运动的不变性’仍然成立。

不过, 在非绝热和有摩擦的斜压大气中, 如对称运动的定义和式(9)相同²⁾, 则对称加热有利于对称运动的维持, ‘对称运动的不变性’仍然成立; 反对称加热有利于产生反对称成份的运动和越赤道气流^{3, 4)}。

利用上面的理论结果, 在绝热无摩擦且不考虑地形(或考虑对称地形)的情形, 如在初始时刻大气运动是对称的(满足定义(7)、(8)或(9)), 则我们可以推得:

推论 1 在时间积分过程中, 和反对称运动有关的谱系数总等于零。

推论 2 对同一模式, 在同一半球范围内, 用全球谱模式作的预报和以式(7)或(8), 或式(9)作为开拓条件³⁾的半球谱模式作的预报相同。

推论 3 对于和赤道对称的任意两个地区, 其运动总是彼此对称的。

在考虑对称地形(或对称加热)的情形, 上面三个推论仍然成立。

1) 王诗文, 地形对大气中对称运动的影响, 全国动力气象会议论文, 广州, 1988。

2) 如是湿模式, 还应有比湿是对称的等。

3) 这和只在 t_0 时满足式(7)、或(8)、或(9)是不同的。

在非对称地形(或非对称加热)的情形,在时间演变过程中,纯粹的对称运动不能维持,可以出现反对称成份的运动和越赤道气流。

因此,利用上面的结果作为指南,任一新设计的模式可以用来试验、分析,以检查其是否合理。一旦发现在理论结果和数值解之间有明显的_{不一致甚至矛盾之处,可以推断,模式或其有关软件等有问题,须要再进行检查、核对,予以改正。}

2 一个衡量气象要素全球对称性的量^[4]

为了下面讨论方便起见,我们定义了衡量某 σ -面某气象要素 F 的全球面对称性的量 $S(F)$,即

$$S(F) = \frac{D(F_s)}{D(F_s) + D(F_A)} \quad (13)$$

其中

$$D(F_s) = \frac{1}{A} \int_A (F_s - \bar{F})^2 dA, \quad D(F_A) = \frac{1}{A} \int_A F_A^2 dA, \quad \bar{F} = \frac{1}{A} \int_A F dA$$

A 表示全球面范围。

从定义(13)可以看出,如 F 是完全对称的或完全反对称的, S 应该为1或零,否则其值在1和零之间。

如果我们要衡量局部区域(包括赤道) F 的对称性,则只要把式(13)中的积分范围改成局部区域就可以了。

3 数值试验

为了证实上面的理论结果,作者和他的同事们进行了一系列数值试验。其主要内容和结果如下:

3.1 正压涡度方程模式大气^[5]

图1是波数为4的Rossby-Haurwitz波的流函数场。图2是在不考虑地形时用正

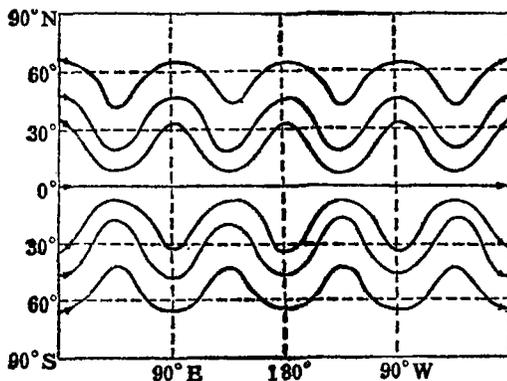


图1 初始流函数场

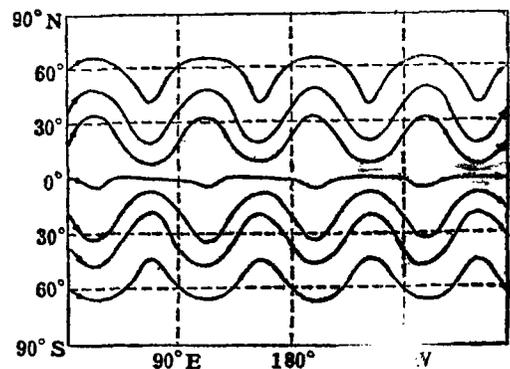


图2 不考虑地形时积分第30天的流函数场

压涡度方程谱模式(最大的纬向波数和南北极间零点数为12)积分第30天的 ψ -场。可以看出,这两个场十分相似,并且还都是对称的,只是二者位相稍有差别而已。而且,全球模式和半球模式的结果基本相同(图略),与反对称运动有关的谱系数近于零。

如模式中考虑地形作用,情况会因地形分布情况的不同而不同。当地形为对称的,而初始条件和图1所示相同时,其积分后第3天的流函数场(图3)表明,流场仍然是对称

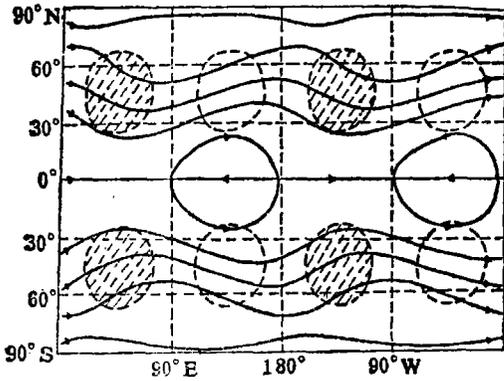


图3 在对称地形情况下积分后第3天的流函数场 (阴影区:山;虚线区:谷)

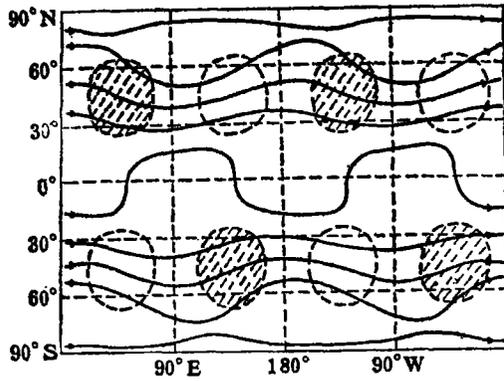


图4 在反对称地形情况下积分后第3天的流函数场(说明同图3)

的;当地形为反对称的,而流函数的初始场不变时,则在积分后第3天流场成为非对称的,而且,还有越赤道气流出现(图4)。在后一种情况,虽然流场的对称成份仍然很明显,但已有适应于反对称地形的反对称运动分量存在了。

3.2 正压原始方程模式大气^[4]

用菱形截断的正压原始方程谱模式 (m_{max} 和 $(n-m)_{max}$ 均为 12), 根据 1979 年 1 月 15 日 12 时(世界时)500 hPa 的位势高度场和风场,进行了 3 个数值试验,其主要特点如下:

试验 1,用北半球资料,按对称运动定义开拓到南半球,构成全球初始资料,在不考虑地形条件下进行时间积分。

试验 2,用和试验 1 相同的初始资料,但考虑对称地形。

试验 3,用和试验 1 相同的初始资料,但考虑实际地形。

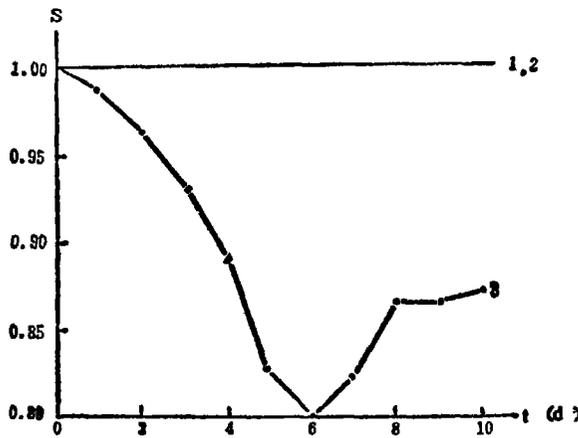


图5 试验1,2,3的位势高度的全球对称性随时间的变化

这 3 个试验结果的位势高度的全球对称性和它们随时间的变化如图 5 所示。从图 5 我们可以看出:对于试验 1,2, S 值在试验期内一直是 1。这和理论结果是一致的。至于试验 3, 则 S 值迅速下降,一直到积分后第 6 天,以后又有所回升。很明显, S 值的下降主要是由于实际地形的非对称性所致。这种非对称性不仅包含有对称分量,也包含有反对称分量;按皇甫雪官¹⁾,地形的对称分量和反对称分量是同量级的,因而,后者不容忽视。

1) 皇甫雪官,谱模式的半球预报试验,技术报告 1003 号,75-09-01 中期预报课题,1988。

3.3 多层原始方程模式大气^{1),2)}

应用全球谱模式 $T_{21}L_{15}$, 用 1979 年 1 月 15 日 12 时 (世界时) 的北半球资料, 按多层原始方程模式大气中定义的对称运动开拓到南半球, 构成全球初始场, 我们可以得到一系列的直到第 5 天的预报。其谱系数 T_n^m , P_n^m , ζ_n^m 和 D_n^m 所有值的绝对平均随时间的变化如图 6—9 所示, 其 500 hPa 位势高度的初值和 120 小时预报各如图 10 和 11 所示。从图

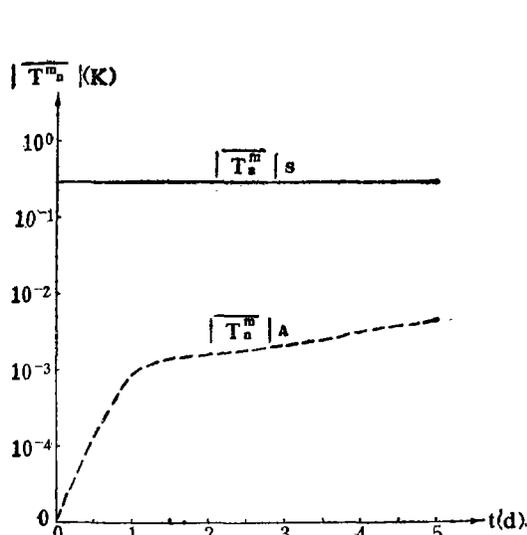


图 6 $|\overline{T_n^m}|_s$ 和 $|\overline{T_n^m}|_A$ 随时间的变化
($|\overline{T_n^m}|_s$ 表示所有谱系数 $|\overline{T_n^m}|_s$ 的绝对值平均)

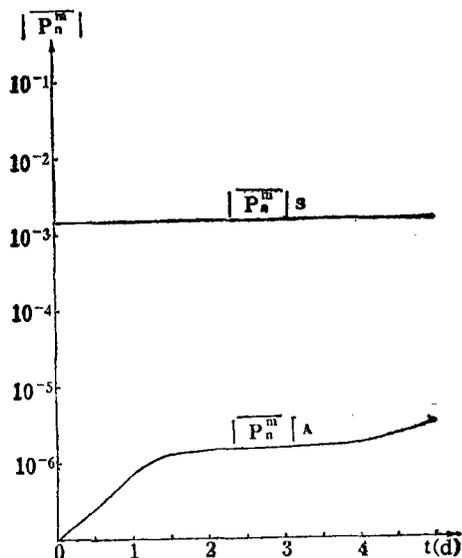


图 7 $|\overline{P_n^m}|_s$ 和 $|\overline{P_n^m}|_A$ 随时间的变化

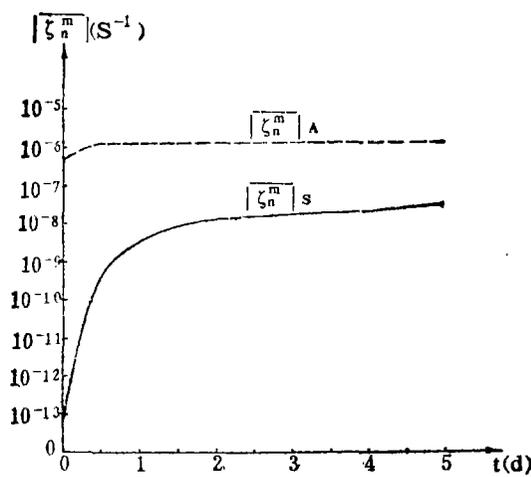


图 8 $|\overline{\zeta_n^m}|_s$ 和 $|\overline{\zeta_n^m}|_A$ 随时间的变化

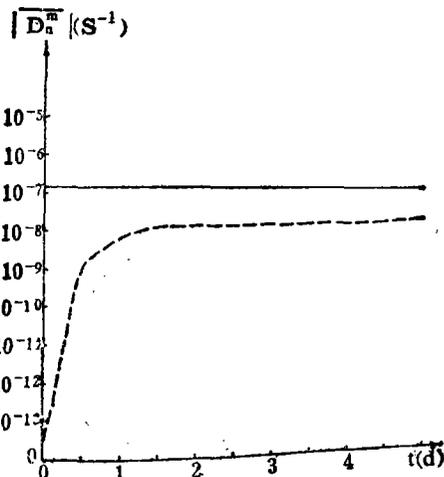


图 9 $|\overline{D_n^m}|_s$ 和 $|\overline{D_n^m}|_A$ 随时间的变化

6—9 可以看出, 与对称运动有关的 $|\overline{\zeta_n^m}|_A$, $|\overline{D_n^m}|_s$, $|\overline{T_n^m}|_s$ 和 $|\overline{P_n^m}|_s$ 比与反对称运动有关的 $|\overline{\zeta_n^m}|_s$, $|\overline{D_n^m}|_A$, $|\overline{T_n^m}|_A$ 和 $|\overline{P_n^m}|_A$ 普遍要大一个量级以上, 特别在前 12 小时, 达两个量级以

1) 王诗文, 地形对大气中对称运动的影响, 全国动力气象会议论文, 广州, 1988。

2) 王诗文, 廖洞贤, 利用大气对称和反对称运动性质对模式进行的合理性分析。技术报告 1501 号, 国家气象局北京气象中心, 1938。

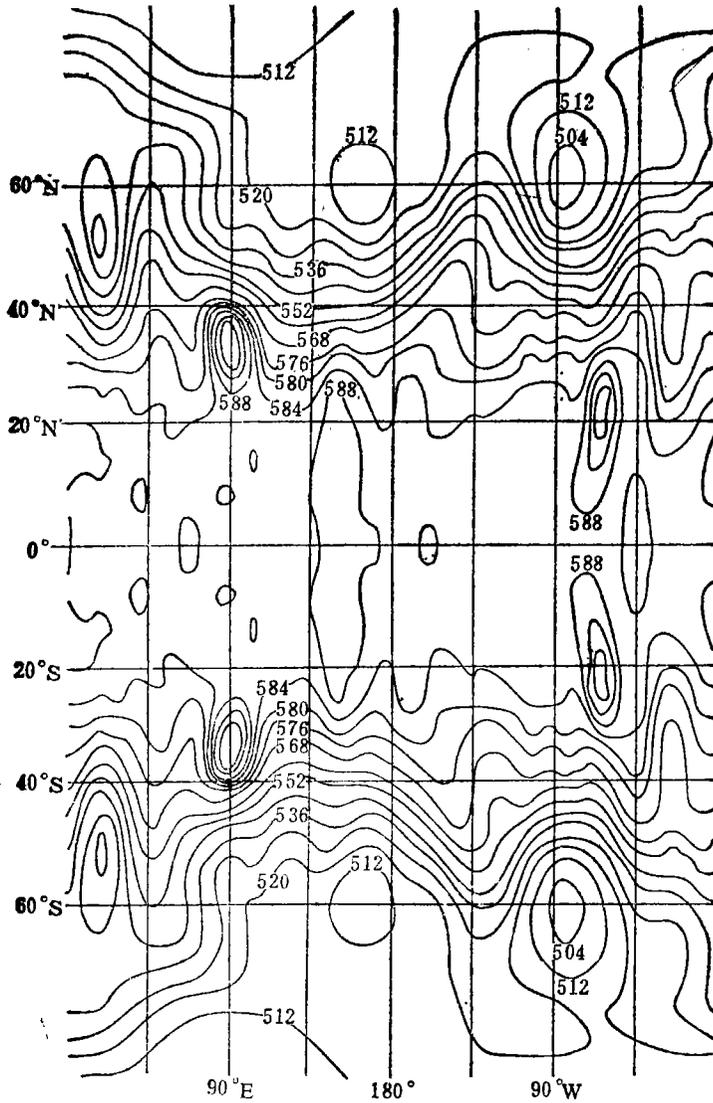


图 10 1979年1月15日12时(世界时)按式(9)开拓的500hPa位势高度场

上,看来,后者相对于前者被视作零,是合理的。这也和前面第一个推论一致。从图10和11还可以看出,120小时预报的位势高度的分布几乎是对称的。这证明了上面的第3个推论。

对于各有关气象要素的全球所有各层的 S 值的平均 \bar{S} ,以及它们随时间的变化如表1所示。从表1中可以看出:总的来看,‘对称运动的不变性’从初始时刻一直到积分后第5天仍基本成立。至于表1中对应于 U, T, P 和 D 的 S 值为什么不严格等于1,而 V 和 ζ 的 \bar{S} 值为什么不严格等于零,很可能是由于计算误差的积累造成的。表1中数值再一次证实了上面第3个推论。

皇甫雪官还用1979年1月23日12时(世界时)北半球资料,按定义(9)开拓到南半球,作为初值,用 $T_{42}L_9$ 作全球积分,一直到144小时;同时,用该模式,用同一北半球资

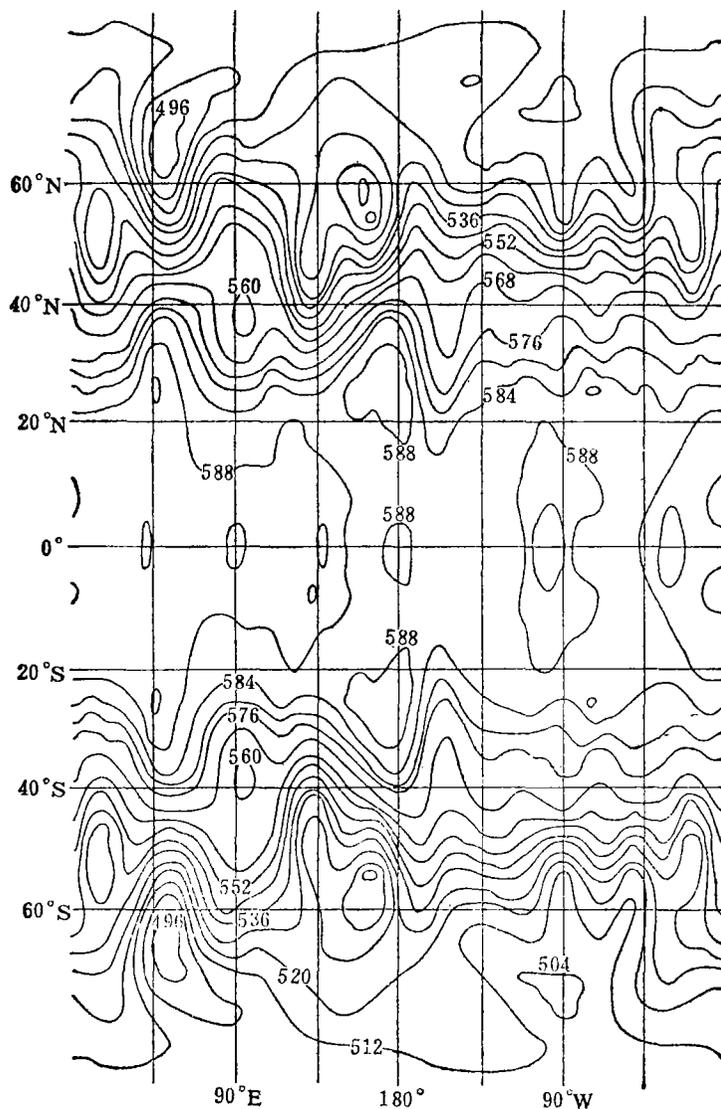


图 11 500 hPa 位势高度 120 小时预报场

表 1 有关各气象要素的 $\bar{\delta}$ 值*(一)

t	U	V	T	ζ	D	P
$t = 0$	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	1.0
12 h	0.999997	0.111800×10^{-4}	1.0	0.176878×10^{-7}	0.999717	1.0
24 h	0.999953	0.209129×10^{-4}	0.999998	0.150378×10^{-5}	0.995506	1.0
36 h	0.999896	0.555687×10^{-4}	0.999995	0.425826×10^{-5}	0.991338	1.0
48 h	0.999806	0.981803×10^{-4}	0.999991	0.923069×10^{-5}	0.987539	1.0
60 h	0.999705	0.161517×10^{-2}	0.999984	0.155653×10^{-4}	0.984031	1.0
72 h	0.999575	0.214191×10^{-2}	0.999976	0.231499×10^{-4}	0.980244	1.0
84 h	0.999406	0.265383×10^{-2}	0.999963	0.367612×10^{-4}	0.977481	0.999999
96 h	0.999221	0.367420×10^{-2}	0.999946	0.543976×10^{-4}	0.970416	0.999998
108 h	0.999007	0.433453×10^{-2}	0.999923	0.761673×10^{-4}	0.966973	0.999998
120 h	0.998727	0.552211×10^{-2}	0.999901	0.103929×10^{-3}	0.965921	0.999995

* 表中 $U = u \cos \varphi$, $V = v \cos \varphi$, ζ 和 D 各是相对涡度的垂直分量和水平散度。

料,在以式(9)为条件(在积分过程中均成立)下作半球预报,再对这两种预报进行比较。结果发现,两者的 500 hPa 高度场完全相同。还对两者的散度 D 均方值,绝对涡度 Z 均方值和总动能 K 等之间的相对差,进行了计算,结果如表 2 所示。从表中可以看出:不论 D , Z 或 K 的相对差,其值均在千分之一以下。因此,在上面条件下作出的全球和半球预报在同一地区应当认为是等价的。这证明了上节中的第 2 个推论。

表 2 几个半球预报和全球预报之间的统计量的相对差(单位, 10^{-3})

统计量	24 h	48 h	72 h	96 h	120 h	144 h
ΔD	0.025	0.082	0.159	0.283	0.219	0.353
ΔZ	0.009	0.170	0.024	0.036	0.044	0.056
ΔK	0.140	0.270	0.380	0.530	0.650	0.780

为了考验分辨率对 S 的敏感性,还用 $T_{12}L_9$ 模式对以 1979 年 1 月 15 日 12 时,同年 4 月 7 日 12 时,6 月 14 日 12 时和 11 月 15 日 12 时的资料为初值,作了试验。其平均的 S 值 \bar{S} 如表 3 如示。比较表 1 和表 3,可以看出,二者基本一致,相差不到千分之一。这再一次说明结果是合理的,是有代表性的。

表 3 有关各气象要素的 \bar{S} 值(二)

t	U	V	T	ζ	D	P_s
0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	1.0
12 h	0.999999	0.107135×10^{-4}	1.0	0.121245×10^{-6}	0.999781	1.0
24 h	0.999974	0.147102×10^{-3}	0.999998	0.305289×10^{-5}	0.997045	1.0
36 h	0.999930	0.499949×10^{-3}	0.999994	0.838902×10^{-5}	0.993389	1.0
48 h	0.999865	0.651831×10^{-3}	0.999993	0.163091×10^{-4}	0.991559	1.0
60 h	0.999785	0.942332×10^{-3}	0.999988	0.279707×10^{-4}	0.988740	1.0
72 h	0.999671	0.196209×10^{-2}	0.999982	0.397180×10^{-4}	0.981155	0.999999
84 h	0.999497	0.268437×10^{-2}	0.999972	0.547478×10^{-4}	0.973542	0.999999
96 h	0.999323	0.369295×10^{-2}	0.999953	0.730315×10^{-4}	0.967194	0.999999
108 h	0.999206	0.408453×10^{-2}	0.999961	0.775576×10^{-4}	0.966793	0.999999
120 h	0.999151	0.432183×10^{-2}	0.999957	0.831608×10^{-4}	0.964151	0.999999

所以,一个设计合理的谱模式在上面条件下是可以满足上节中 3 个推论的。

4 讨 论

一般来说,任何一个预报或诊断方法,都有它们各自的优缺点,本文提出的分析方法也不例外。为了搞清这个问题,便于今后应用,我们不妨把它和用准确解与数值解相对照以检验模式的方法进行比较。我们知道,准确解最大的好处是,可以精确判断数值解的误差,以及数值解是否具有准确解的重要特性等。在数值试验和数值天气预报中使用得最久的准确解是 Rossby-Haurwitz 波。它本来只是正压涡度方程的准确解,用作正压原始方程的准确解一般是不行的;而只有在 Rossby 数很小时,它才可能是后一方程的近似波解。

虽然,近年来已找到可以作为正压原始方程的近似波解的非线性 Haurwitz 波^[1],但它仍只有在这数很小时才成立。在斜压情况,已求出的非线性 Haurwitz 波则需要满足弱斜压、弱非线性等条件^[2]。这些,都限制了这个方法的应用。但是,用本文的方法,除了初始运动须是对称的以外,没有更多的限制,在物理上有较大的灵活性。考虑大气中运动的对称成份是主要的,这个限制和实际出入不大,看来是容许的。不过,要用它了解数值解的误差则比较困难,这是这法的最大缺点,因而,也只能用作定性分析。所以,它只可作为检验模式的一个方法,既不是完全的,也不是唯一的,不能期望它查出模式设计中的所有问题。另一方面,也可以看到,用准确解和数值解相对照以检验模式的方法的优点,正是本文所提方法的缺点,而后者的优点却是前者的缺点,如果把二者结合起来,取长补短,则对模式设计中的问题将会发现并分析得更透更完全一些。

必须指出,本文所提方法还仅仅是初步的。考虑对称运动和反对称运动的许多性质还没有利用,如对称运动和反对称运动的动能和拟能的产生,以及它们之间的转换关系等,如果在未来的工作中注意到这一点,这方法还可以进一步发展。

参考文献

- [1] 廖洞贤. 论半球预报的水平侧边界条件. 第二次全国数值天气预报会议文集. 科学出版社, 1980. 226—236.
- [2] 廖洞贤, 邹晓蕾. 正压过滤模式大气中的对称和非对称运动. 气象学报, 1986, 44(1): 28—37.
- [3] 廖洞贤, 余海安. 在正压过滤模式大气中地形和水平扩散对非对称运动形成的作用. 气象学报, 1989, 47(1): 17—25.
- [4] 余海安, 廖洞贤. 关于正压大气对称运动和非对称运动的数值试验. 气象学报, 1990, 48(4): 284—292.
- [5] Zhang Xuehong(张学洪). The second order approximation to the nonlinear wave in barotropic atmosphere. *Advances in Atmospheric Sciences*, 1985, 2(2): 167—175.
- [6] Zhang Xuehong(张学洪), et al. Nonlinear baroclinic Haurwitz waves. *Advances in Atmospheric Sciences*, 1986, 3(3): 330—340.
- [7] 廖洞贤. 温度和纬圈平均西风等气象要素对赤道的对称分布和反对称分布. 气象科学研究所院刊, 1986, 1: 2—8.

A QUALITATIVE METHOD FOR DETECTING THE IRRATIONALITIES IN THE DYNAMIC FRAME OF A SPECTRAL ATMOSPHERIC MODEL

Liao Dongxian Wang Shiwen

(State Meteorological Center, State Meteorological Administration, Beijing 100081)

Abstract

From the theoretical conclusions of the symmetric and antisymmetric motion such as 'the invariance of the symmetric motion' etc. if the initial motion were symmetric, in the course of time integration, a lot of results could be deduced for the spectral model, namely,

1. The spectral coefficient associated with the antisymmetric motion would vanish at any instant.

2. The forecast made by the global model would be the same as the forecast made by the hemispheric model over the same hemisphere under certain conditions.

3. Over any two regions which are geographically symmetric with respect to the equator, the motion would be symmetric to each other. And, these results have been verified by numerical experiments.

In the case of external forcing such as orography or heating, if its distribution and the initial motion were both symmetric, then 'the invariance of symmetric motion' would still hold. However, if the orography or heating were asymmetric, then the symmetry of the motion would much be reduced and the cross-equatorial flow would occur. By means of numerical experiments these also were verified.

By using the above theoretical results as guidance, any new model designed may be tested and analysed. Then the judgment whether the dynamic frame of the model and its associated software are rational or not, can be made.

Key words: Atmosphere, Spectral model, Rationality.

欢迎订阅中国科协报

《中国科协报》是中国科学技术协会主管和主办的报纸，江泽民总书记题写了报名。《中国科协报》是中国科协指导工作、交流经验、研讨政策、传播信息、反映科技人员的意愿的新闻媒介，其宗旨是：发挥全国各级科技群众团体的优势，依靠广大会员和科技工作者，宣传“科学技术是第一生产力”的重要思想，宣传尊重知识、尊重人才的社会风尚，宣传科技社会团体的功能和作用，促进科学技术的繁荣和发展，促进科学技术的普及和推广，促进科学技术人才的成长和提高，为经济振兴、科技进步和社会发展作出贡献。

《中国科协报》的读者对象是：各级科协和学会（协会、研究会）干部和从事科普工作的人员，各级各类学会会员，各个领域从事科研、生产的科技人员和管理人员，高等和中等学校师生，一切关心科技事业发展和科协工作的党政领导干部、行政管理干部和社会各界人士。

《中国科协报》对开四版，采用计算机激光照排和胶版印刷，每周四出版。全国公开发行，国内邮发代号 1—179，读者可及时到当地邮局订阅。如在当地邮局订阅有困难，请直接汇款至本社经理部。本报月价 1.08 元，季价 3.24 元，全年 12.96 元。另请加订报款的 15% 为邮费。

本社地址：北京市海淀区学院南路 86 号

联系人：冷艳玲

邮 编：100081

电 话：8318877—496