

文章编号: 1000-2022(2001) 03-0429-04

边界层急流型重力波——飞机颠簸的一种形成机制

王永忠¹, 朱伟军²

(1. 中国民航飞行学院航系, 广汉 618307; 2. 南京气象学院大气科学系, 南京 210044)

摘 要: 采用线性化的 Boussinesq 流体边界层绝热流动方程, 比较一维边界层急流型重力波的垂直运动量级, 讨论边界层急流型重力波中的湍流发展, 认为边界层急流型重力波是造成边界层飞机颠簸的一种机制。

关键词: 飞机颠簸, 边界层急流型重力波, 湍流

中图分类号: P433 **文献标识码:** A

飞机颠簸是飞行中的一种常见现象, 因此历来被航空界所重视。大量的研究侧重于高空飞机颠簸的讨论, 且主要从风的切变引起湍流而讨论形成飞机颠簸, 在一定程度上认识了飞机颠簸的成因。但对于边界层, 因地形等诸多方面的原因, 单纯讨论风切变而造成飞机颠簸的原因已不能完全解决实际问题。边界层本身就是一个蕴涵大量湍流的地方, 而未预期的飞机颠簸事故的屡屡出现就更说明了这个问题。边界层急流是一种常见的现象, 在合适的层结条件下, 应该可以出现边界层急流型重力波^[1]。众所周知, 飞机颠簸可出现在诸如锋面、槽线、切变线等大尺度天气系统的附近, 而大尺度天气系统附近的垂直运动量级为 $10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1[2]}$ 。本文就从比较边界层急流型重力波中的垂直运动量级出发, 讨论边界层急流型重力波中的湍流发展, 阐述边界层急流型重力波产生飞机颠簸的机制。

在讨论边界层的波动问题时, 滤去了包含摩擦和旋转效应(飞机颠簸的尺度为 $10^1 \sim 10^3 \text{ m}^{[1]}$, 边界层急流型重力波属中尺度范畴)的稳定 Ekman 摩擦层流, 单独讨论重力扰动流。问题虽然显得简单些, 但其结果对飞机颠簸的形成有一定的说明性。

1 边界层急流型重力波中的垂直运动量级

边界层急流型重力波一般可认为是中尺度的天气系统^[3], 现采用线性化的 Boussinesq 流体边界层绝热流动方程。为方便求解, 考虑重力波只有沿着基本气流方向 $\bar{v}$ 的一维波动, 即相当于使 $u \equiv 0$, 于是可得一维重力波流的运动方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial v'}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial v'}{\partial y} = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial y}, \\ \frac{\partial w'}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial w'}{\partial y} - g\theta' = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial z}, \\ \frac{\partial p_v'}{\partial y} + \frac{\partial p_w'}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \theta'}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w' \bar{\sigma} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\sigma = \partial \ln \theta / \partial z =$ 常数, 且认为中尺度重力波可不计地转效应 f 的作用, 可取如下急流型波动的形式解

$$\begin{Bmatrix} v' \\ w' \\ p' \\ \theta' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v^*(z) \\ w^*(z) \\ p^*(z) \\ \theta^*(z) \end{Bmatrix} \exp[i(U + ky)] \exp(-x^2/\alpha^2). \quad (2)$$

式中, $\exp(-x^2/\alpha^2)$ 表示气流沿水平 x 轴方向呈急流分布, y 轴即为急流轴, 急流半宽为 α 而 U 和 k 分别为波动的频率和波数。

将(2)式代入(1)式得

$$\begin{cases} i(U + \bar{v}k)v^* = -ikp^*, \\ i(U + \bar{v}k)w^* - g\theta^* = -dp^*/dz, \\ ikv^* + dw^*/dz = 0, \\ i(U + \bar{v}k)\theta^* + \sigma w^* = 0. \end{cases} \quad (3)$$

由(3)式和(1)式不难求得下列解

$$\begin{cases} v^*(z) = v_{\max}^* \cos[\frac{\pi}{N}(z - N/2)], \\ w^*(z) = -ik \frac{v_{\max}^*}{\pi/N} \sin[\frac{\pi}{N}(z - N/2)], \\ p^*(z) = \frac{(U + \bar{v}k)}{k} v_{\max}^* \cos[\frac{\pi}{N}(z - N/2)], \\ \theta^*(z) = \frac{\sigma k}{(U + \bar{v}k)} \frac{v_{\max}^*}{\pi/N} \sin[\frac{\pi}{N}(z - N/2)]. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $(\pi/N)^2 \equiv k^2[\sigma g/(U + \bar{v}K)^2 - 1]$, 显然, (4)式中第1式给出了水平扰动气流随高度的分布, 倘若此种分布也是呈急流型的, 并且急流轴于 $z = D/2$ 处, 即边界层厚度的半高度处, 则有: $z = D/2$ 处, $v^*(z) = v_{\max}^*$ 。

由(4)中第1式和第2式, 可得边界层急流型重力波的垂直运动速度和水平运动速度量级比, 即

$$w^*(z) / v^*(z) = 2D/L_y \sim 10^{-2}. \quad (5)$$

其中, 已取波数 $k = 2\pi/L_y$, 而 L_y 为重力波的水平波长, 考虑到边界层急流型重力波为中尺度天气系统, 于是, 可使 $L_y = 200$ km, 以及边界层厚度 $D = 1$ km。因此, 边界层急流型重力波中的垂直运动速度和水平运动速度之比有 $2D/L_y \sim 10^{-2}$ 的量级。如果在一般情况下取 $v_{\max}^* \sim 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 则由(5)式得 $w^* \sim 10^1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 。这种垂直运动已达到或超过了大尺度天气系统的垂直运动速度量级。大量事实表明, 飞机颠簸多产生于诸如锋面、槽线、切变线等大尺度天气系统中的量级为 $10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的垂直气流中, 且该垂直气流的水平尺度达到 $10^1 \sim 10^3 \text{ m}$, 飞机进

入该区域后, 就会有飞机颠簸, 而边界层急流型重力波属于中尺度天气系统, 其垂直运动的水平尺度亦可达到 $10^1 \sim 10^3$ m, 故而, 飞机在进入该区域后, 应该会有飞机颠簸的出现。可见, 边界层急流型重力波中的垂直运动是产生飞机颠簸的一种机制。

2 边界层急流型重力波中湍流的发展与飞机颠簸

由(1)中第1式 $\times v$ + (1)中第2式 $\times w$ 有

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{v}^2 + \bar{w}^2) = - \frac{1}{2} \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}^2 + \bar{w}^2) + g w \bar{\theta}' - \left(\frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{w}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)。$$

由上式可见, 动能累计决定于水平方向的动能平流, 以及重力和气压梯度力所作的功。由于气压梯度力做功项的作用较小, 可以略去^[1], 求平均后有

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{v}^2 + \bar{w}^2) = - \frac{1}{2} \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}^2 + \bar{w}^2) + g \overline{w \theta'}。 \quad (6)$$

由(1)中第4式 $\times \theta$ 得

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\theta^2) + \theta \frac{\partial \bar{v} \theta}{\partial y} + w \theta \bar{v} = 0。 \quad (7)$$

式中位温脉动通量散度项作用较小, 可以略去^[1], 求平均后有

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\theta^2) = - \sigma \overline{w \theta'}。 \quad (8)$$

对(6)式和(8)式在 s 面积分后有

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \iint \frac{1}{2} (\bar{v}^2 + \bar{w}^2) ds = - \frac{\bar{v}}{2} \iint \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}^2 + \bar{w}^2) ds + g \iint \overline{w \theta'} ds, \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint \frac{1}{2} \theta^2 ds = - \sigma \iint \overline{w \theta'} ds. \end{cases} \quad (9)$$

将扰动流场用流函数 Ψ 表示成 $v' = \partial \Psi / \partial z$; $w' = - \partial \Psi / \partial y$ 。设在所讨论的时间间隔中, 湍流的结构不变, 而振幅 A 可随时间 t 变化, 这样可假设

$$\Psi = A(t) \Phi(y, z); \quad \theta' = B(t) \Theta(y, z)。 \quad (10)$$

于是
$$v' = A \frac{\partial \Phi}{\partial z}; \quad w' = - A \frac{\partial \Phi}{\partial y}。 \quad (11)$$

将(10)和(11)式代入(9)式后有

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \iint A^2 \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] ds = - \frac{\bar{v}}{2} \iint \frac{\partial}{\partial y} A^2 \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] ds - g \iint A B \Theta \frac{\partial \Phi}{\partial y} ds, \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint \frac{1}{2} B^2 \Theta^2 ds = - \sigma B \iint A \Theta \frac{\partial \Phi}{\partial y} ds. \end{cases} \quad (12)$$

而
$$V = \frac{\partial \Phi}{\partial z}; \quad W = - \frac{\partial \Phi}{\partial y}。 \quad (13)$$

V 和 W 为任意单位时刻的实际风速值, 将(13)式代入(12)式得

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = - M_1 l_1 A + g l_2 B, \\ \frac{dB}{dt} = - \sigma l A. \end{cases} \quad (14)$$

其中, $M_1 = \frac{\bar{v}}{2}$; $l = \frac{\iint W \Theta ds}{\iint \Theta^2 ds}$; $l_1 = \frac{\iint (V \partial V / \partial y + W \partial W / \partial y) ds}{\iint (V^2 + W^2) ds}$; $l_2 = \frac{\iint W \Theta ds}{\iint (V^2 + W^2) ds}$ 。

由(14)消去 B 后有

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + M \frac{dA}{dt} + l_2 l g \sigma A = 0. \quad (15)$$

其中, $M = M_1 l_1$, (15) 式是一个常系数线性微分方程, 其解为

$$\sigma_{1,2} = -\frac{M}{2} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4} - \sigma g l_2 l}. \quad (16)$$

根据(16)式的性质, 湍流发展的条件如下: (1) 如果 $\sigma < 0$ (静力不稳定), 或 $\sigma > 0$ (静力稳定), $M < 0$ 且 $\sigma g l_2 l \leq M^2/4$, 湍流的振幅成指数增长。(2) 如果 $\sigma > 0$ (静力稳定), $M < 0$ 且 $\sigma g l_2 l > M^2/4$, 湍流的振幅成指数振荡增长。综合(1)和(2)可见, 在静力不稳定或静力稳定的条件下 $M < 0$ 时, 湍流得以发展, 并产生明显的飞机颠簸, 即边界层急流型重力波产生飞机颠簸的判断条件为 $M_1 l_1 < 0$ 。

3 结 论

(1) 边界层急流型重力波中的垂直运动量级可达 $10^1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 以上。(2) 边界层急流型重力波中的垂直运动是产生飞机颠簸的一种机制。(3) 当 $M_1 l_1 < 0$ 或静力不稳定时, 边界层急流型重力波中的湍流得以发展而产生飞机颠簸。

参考文献:

[1] 朱志愚. 高空急流区飞机颠簸的一种形成机制的探讨[J]. 成都气象学院学报, 1997, 12(4): 22 ~ 24.
 [2] 航空气象学编写组. 航空气象[M]. 广汉: 中国民航飞行学院出版社, 1997. 34 ~ 36.
 [3] 杨国祥. 中小尺度天气学[M]. 北京: 气象出版社, 1993. 22 ~ 24.

A FORMATION MECHANISM OF AIR TURBULENCE —— JET STREAM GRAVITATIONAL WAVE OF BOUNDARY LAYER

Wang Yongzhong¹, Zhu Weijun²

(1. Department of Air Navigation, CAAC Flying College, Guanghan 618307;
 2. Department of Atmospheric Sciences, NIM, Nanjing 210044)

Abstract: Using the boundary layer adiabatic liquid equation of Boussinesq, compared is the vertical motion ordering of the one dimension jet stream gravitational wave of the boundary layer, and the development of the turbulence of the jet stream gravitational wave of the boundary layer is discussed, it is found that the jet stream gravitational wave of the boundary layer is one formation mechanism of the air turbulence.

Key words: air turbulence; gravitational wave of boundary layer; turbulence