

海面热带气旋域内风速分布

胡邦辉 谭言科 张学敏

(中国人民解放军空军气象学院, 南京 211101)

摘要 在原始方程中引入藤田气压模式、最大风速半径和风向内偏角等因子, 经过合理的简化, 推导出了适合计算海面热带气旋域内风速分布的公式。检验表明, 该方法的计算结果与强、弱、西行或北上转向型的热带气旋的观测风场基本相符, 对环境气压受副热带高压明显影响的热带气旋风场的计算效果尤好。

关键词 热带气旋 风场 最大风速半径 环境气压 风向内偏角

1 引言

由于海上观测资料稀少, 用原始方程对热带气旋风场作数值计算会遇到许多问题, 如初始条件、边界条件缺乏精度, 方程中有关项的缺乏等, 结果导致计算准确率降低。于是人们一直重视对简化的热带气旋气压场、风场模式的研究。就前人的研究思路而言, 大致可以分为两类: 一类是利用早期提出的圆形气压模式, 计算出热带气旋的摩擦梯度风, 再与它的移动风场合成, 可以方便地得到域内风场。此类方法的使用在 80 年代十分普遍。但是该方法的气压模式涉及到了难以估定的参数: 最大风速半径和环境气压。为了避开这个问题, 80 年代中期以来, 人们又提出了另一类方法, 即假定热带气旋外围的一根特征等压线的位置为已知, 利用等压线与热带气旋中心的矢径和经验气压模式可以求出圆形或椭圆形气压场的摩擦梯度风。虽然此类方法可以绕过前一类方法的难点, 但因获得海面资料困难, 如何确定外围等压线位置的预报场, 仍有待于进一步研究。

本文利用大量的热带气旋历史观测资料, 在建立热带气旋的最大风速与其中心气压发生季节和地理位置等因子的统计关系的基础上, 提出可以把最大风速作为已知要素来看待, 合理考虑副热带高压对环境气压的影响, 通过对支配热带气旋的运动方程进行合理简化, 建立风场和风向内偏角的计算模式。

2 海面热带气旋风速分布的计算

以热带气旋中心为原点, 海面摩擦的热带气旋域内任意一空气质点的平面极坐标水平运动方程组为^[1]

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\theta^2}{r} - fv_\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + F_r, \quad (1)$$

$$\frac{dv_\theta}{dt} + \frac{v_r v_\theta}{r} + f v_r = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} + F_\theta, \quad (2)$$

其中 F_r 和 F_θ 分别为 r 方向和 θ 方向的摩擦力, 假定热带气旋呈稳定状态^[2], 即 $dv_r/dt = 0$, $dv_\theta/dt = 0$, 得

$$-\frac{v_\theta^2}{r} - f v_\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + F_r, \quad (3)$$

$$\frac{v_r v_\theta}{r} + f v_r = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} + F_\theta. \quad (4)$$

取热带气旋域内气压场由藤田公式决定, 那么域内任意一空气质点处的气压和气压变化为

$$P = P_\infty - (P_\infty - P_0) \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{2(P_\infty - P_0)r}{R^2} \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{-3/2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{\partial P_\infty}{\partial \theta} - \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2} + 2(P_\infty - P_0) \frac{r^2}{R^3} \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{-3/2} \frac{\partial R}{\partial \theta}. \quad (7)$$

其中 P_0 为热带气旋的中心气压, 它与所讨论点的半径 r 和方位角 θ 无关. P_∞ 和 R 分别是环境气压和最大风速半径, 它们都只与 θ 有关, 而与 r 无关. 如果取域内气压场为圆形, 则有 $\partial P / \partial \theta = 0$, 式 (3) 与式 (4) 变为

$$\frac{v_\theta^2}{r} + f v_\theta = \frac{2(P_\infty - P_0)r}{\rho R^2} \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{-3/2} - F_r, \quad (8)$$

$$\frac{v_r v_\theta}{r} + f v_r = F_\theta. \quad (9)$$

将状态方程代入式 (8), 替换空气密度 ρ , 并令

$$A = \frac{2k_c T(P_\infty - P_0) \left[1 + 2(r/R)^2 \right]^{-3/2} r^2}{\{P_\infty - (P_\infty - P_0) \left[1 + 2(r/R)^2 \right]^{-1/2}\} R^2}, \quad (10)$$

其中 k_c 代表气体常数, T 代表海面气温, 将上式代入式 (8), 那么式 (8) 可以写为

$$\frac{v_\theta^2}{r} + f v_\theta = \frac{A}{r} - F_r. \quad (11)$$

当热带气旋以速度 V_s 移动时, 在域内任意一点处, 静止热带气旋的曲率半径 r' 与移动热带气旋的曲率半径 r 存在如下关系^[3]:

$$\frac{r'}{r} = \frac{v_\theta}{v_\theta + v_s \sin \alpha}, \quad (12)$$

$$v_\theta = v'_\theta - v_s \sin \alpha, \quad (13)$$

$$v_r = v'_r - v_s \cos \alpha, \quad (14)$$

式中, α 为热带气旋的移动方向与所讨论点到气旋中心连线的夹角, 规定逆时针方向为正, v'_θ 和 v'_r 分别是静止热带气旋的切向和径向速度; 同样, v_θ 和 v_r 分别是移动热带气旋的切向和径向速度, 根据文献[4]可以将式(12)中的热带气旋移动对曲率半径 r 的影响在控制方程式(11)和式(9)中的惯性项中得到考虑, 有

$$\frac{v_\theta^2}{r} + \frac{v_\theta v_s \sin \alpha}{r} + f v_\theta = \frac{A}{r} - F_r, \quad (15)$$

$$\frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{v_r v_s \sin \alpha}{r} + f v_r = F_\theta. \quad (16)$$

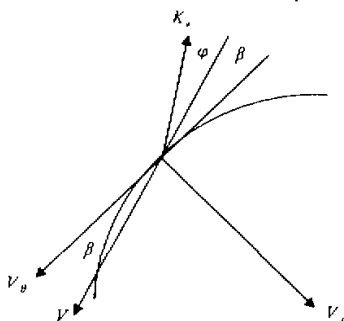


图1 β , φ 和实际风的基本关系

令摩擦系数为 k , 且海面摩擦力可以粗略地表示为 kv , 实际风向等压线内侧偏离的角度为 β [4], 参看图1, 存在如下关系:

$$v_\theta = v \cos \beta, \quad (17)$$

$$v_r = v \sin \beta, \quad (18)$$

$$F_\theta = kv \cos(\varphi + \beta), \quad (19)$$

$$F_r = kv \sin(\varphi + \beta), \quad (20)$$

式中 φ 代表摩擦阻力偏离实际风矢量反方向的夹角, β 称为风向内偏角。将式(17)~(20)代入式(15)和式(16)有

$$\frac{v^2 \cos^2 \beta}{r} + \frac{v v_s \sin \alpha \cos \beta}{r} + f v \cos \beta = \frac{A}{r} - kv \sin(\varphi + \beta), \quad (21)$$

$$\frac{v^2 \sin \beta \cos \beta}{r} + \frac{v v_s \sin \alpha \sin \beta}{r} + f v \sin \beta = kv \cos(\varphi + \beta). \quad (22)$$

消去以上两式中的 v , 得

$$kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr) \tan^3 \beta + (A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi) \tan^2 \beta + kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr) \tan \beta - k^2 r^2 \cos^2 \varphi = 0. \quad (23)$$

令

$$y = \tan \beta + \frac{A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi}{3kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr)}, \quad (24)$$

得

$$kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr) y^3 + \left[kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr) - \frac{(A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi)^2}{3kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr)} \right] y + \frac{2(A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi)^3}{3[3kr \cos \varphi (v_s \sin \alpha + kr \sin \varphi + fr)]^2} - \frac{A + 2k^2 r^2 \cos^2 \varphi}{3} = 0. \quad (25)$$

令

$$z = 1 - \frac{1}{3} \left[\frac{A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi}{k r \cos \varphi (v_s \sin \alpha + k r \sin \varphi + f r)} \right]^2,$$

$$q = 2 \left[\frac{A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi}{3 k r \cos \varphi (v_s \sin \alpha + k r \sin \varphi + f r)} \right]^3 - \frac{A + 2 k^2 r^2 \cos^2 \varphi}{3 k r \cos \varphi (v_s \sin \alpha + k r \sin \varphi + f r)},$$

式(25)化简为如下形式

$$y^3 + zy + q = 0. \quad (26)$$

根据卡尔丹方程, 当 $\Delta = (q/2)^2 + (z/3)^3 > 0$ 时, 方程(26)有一个实根, 两个虚根

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^3}}, \quad (27)$$

$$y_2 = \omega \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^3}} + \omega^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^3}}, \quad (28)$$

$$y_3 = \omega^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^3}} + \omega \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^3}}, \quad (29)$$

其中 $\omega = (-1 + i\sqrt{3})/2$, $\omega = (-1 - i\sqrt{3})/2$; 当 $\Delta = 0$ 时有式(27)、(28)、(29)决定的三个实根; 当 $\Delta < 0$ 时, 有三个不相等的实根, 且 $Z < 0$ 时, 用三角函数可表示如下:

$$r = \sqrt{-\left(\frac{z}{3}\right)^3}, \quad \theta = \frac{1}{3} \arccos\left(-\frac{q}{2r}\right),$$

$$y_1 = 2\sqrt[3]{r} \cos \theta, \quad (30)$$

$$y_2 = 2\sqrt[3]{r} \cos(\theta + 120^\circ), \quad (31)$$

$$y_3 = 2\sqrt[3]{r} \cos(\theta + 240^\circ). \quad (32)$$

以上诸多解中, 式(27)和式(30)在计算热带气旋域内风场时, 一般都会被使用, 式(31)在计算热带气旋中心时, 偶尔被使用。将解代入式(24)和式(22), 得到移动热带气旋的风向内偏角和风速计算公式

$$\beta = \arctan \left[y - \frac{A - k^2 r^2 \cos^2 \varphi}{3 k r \cos \varphi (v_s \sin \alpha + k r \sin \varphi + f r)} \right], \quad (33)$$

$$v = \frac{k r \cos(\varphi + \beta) - v_s \sin \alpha \sin \beta - f r \sin \beta}{\sin \beta \cos \beta}, \quad (34)$$

当 $v_s = 0$ 时, 式(33)和式(34)的计算结果为静止热带气旋的风向内偏角和风速分布。

3 基本因子

3.1 环境气压和最大风速半径

前人计算热带气旋域内风速时, 认为环境气压 P_∞ 变化较小, 可以视为常数^[5]。但

事实上环境气压有明显的方向性(与 θ 有关),比如热带靠近副热带高压一侧的 P_x 就比远离副热带高压一侧的 P_x 要大。因此,当热带气旋沿副热带高压边缘移动时,需要考虑副热带高压对环境气压 P_∞ 的影响。方法如下:

$$P_x = \bar{P}_\infty - \Delta P \sin[\alpha + C_1(\alpha_0 - 90^\circ)], \quad (35)$$

式中 $\bar{P}_\infty$ 为平均环境气压, ΔP 为环境气压随方向变化的幅度, α 为所讨论点与热带气旋移向的夹角,规定逆时针方向为正, α_0 是热带气旋移向偏离内力方向的角度,取顺时针方向为正。 C_1 是内力影响系数,通常比较小,可取 $1/8$ 。

在已知热带气旋最大风速 $V_{\max}$ 的情况下,可以求得最大风速半径和相应的风向内偏角,计算方案如下:

$$\beta = \arcsin\left(-\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right), \quad (36)$$

$$R = \frac{A_\alpha - V_\alpha^2 \cos^2 \beta - V_\alpha V_s \sin \alpha \cos \beta}{k V_\alpha \sin(\varphi + \beta)}, \quad (37)$$

其中

$$A_\alpha = 2 \times 3^{-3/2} R_0 T (P_\infty - P_0) / [P_\infty - 3^{-1/2} (P_\infty - P_0)],$$

$$a = A_\alpha^2 (k \sin \varphi + f)^2 + k^2 \cos^2 \varphi (A_\alpha - V_\alpha^2)^2,$$

$$b = 2k A_\alpha V_\alpha V_s \sin \alpha \cos \varphi (k \sin \varphi + f),$$

$$c = k^2 V_\alpha V_s \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi - [k \cos \varphi (A_\alpha - V_\alpha^2)].$$

式中, R_0 代表气体常数, T 代表海面气温, k 是摩擦系数, φ 是摩擦阻力偏离实际风反方向的夹角, V_α 是 α 方向的最大风速, β 为风向内偏角, R 为最大风速半径。

3.2 最大风速和摩擦系数

热带气旋任意方向的最大风速 V_α 由最大环流风速 $V'_{\max}$ 和移动风速 V_s 两部分组成。最大环流风速与方向无关,故静止时任意方向的最大风速是相等的。当移动时假定所有方向最大风速的最大值($V_{\max}$)为已知,且方向与移动方向相同,那么环流风速最大值可表示为: $V'_{\max} = V_{\max} - V_s$,任意方向 α 的最大风速 V_α 可表示为: $V_\alpha = \sqrt{V_\theta^2 + V_r^2}$ 。其中 $V_\theta = V'_{\max} \cos \beta - V_s \sin \alpha$, $V_r = V'_{\max} \sin \beta - V_s \cos \alpha$; β 为静止热带气旋最大风速半径处的风向内偏角,可用式(36)求得。

式(36)和式(37)中的摩擦系数 k 可取为 1.7×10^{-4} 左右。事实上海面摩擦力与风速并非简单线性关系,计算时需要考虑式(34)和式(35)中的海面非线性耗散作用,方法为

$$k = k_L \left[1 + 7 \frac{r}{R} \exp\left(-\frac{r}{R}\right) \right], \quad (38)$$

等式右侧的 k_L 的大小与式(36)和式(37)中的 k 相同。 φ 取为 38° [6]。

4 实例计算

计算时使用的资料是国家气象局编制的《热带气旋年鉴》中的大风区域分布资料,

包括 6 级风 (10.8 m/s)、8 级风 (17.2 m/s) 和 10 级风 (24.5 m/s) 分布范围, 时间自 1970 年至 1992 年。本文使用的两个个例各时次的位置、强度和移动情况分别在表 1 和表 2 给出。

表 1 8706 号热带气旋

日 期	纬 度 / °N	经 度 / °E	最大风速 / ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	中心气压 / hPa	移 向 / (°)	移 速 / ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
7 月 26 日 08 时	17.8	145.1	60	923	294.27	7.53
7 月 28 日 08 时	22.9	134.9	60	925	315.72	6.11
7 月 31 日 08 时	32.4	143.4	30	980	90.00	10.65

表 2 9104 号热带气旋

日 期	纬 度 / °N	经 度 / °E	最大风速 / ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	中心气压 / hPa	移 向 / (°)	移 速 / ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
5 月 9 日 08 时	10.5	146.1	35	970	304.96	4.94
5 月 10 日 08 时	11.7	142.1	45	940	287.27	6.07
5 月 11 日 08 时	13.0	137.0	50	940	282.40	7.19
5 月 12 日 08 时	14.4	131.6	55	935	290.58	5.81

从以上两表可以看出, 8706 号热带气旋的移动属于是转向型, 存在着西行和北上转向的过程, 其强度是逐渐减弱的, 后期移速较快。9104 是西行类的热带气旋, 中心气压有一个加深的过程。因此, 这两个个例都有一定的代表性。

图 2 和图 3 分别是这两个个例的计算风场与观测风场的比较。图中可见, 这是因为西行热带气旋的环境气压场主要受到副热带高压的影响, 它与式 (35) 构造的环境场相接近。转向前后的热带气旋不但受到副热带高压的影响, 而且要受到中高纬度系统较复杂因素的影响, 计算场与观测场会产生一定的偏差, 如图 2 中的 7 月 31 日 08 时, 从《热带气旋年鉴》中, 也可以看到大量转向前后热带气旋的最大风速长轴出现在其移动方向的右后侧, 这与用本文提出的计算方法所得到的结果是一致的。

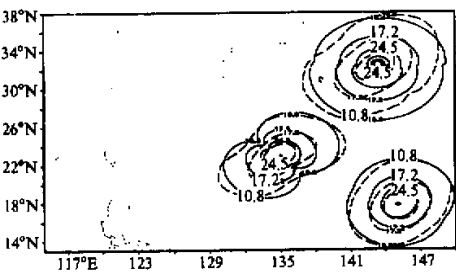


图 2 8706 号热带气旋 7 月 26 日 08 时、
28 日 08 时和 31 日 08 时 (由下至上)
的计算风场 (实线) 和
观测风场 (虚线)

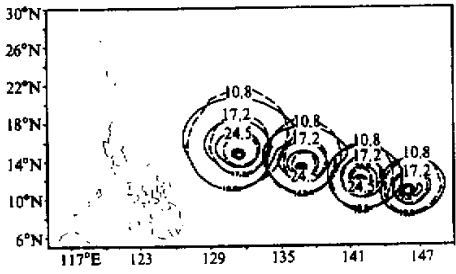


图 3 9104 号热带气旋 5 月 9 日 08 时、
10 日 08 时、11 日 08 时和 12 日 08 时
(由右至左) 的计算风场 (实线)
和观测风场 (虚线)

5 结论

本文提出的热带气旋域内风场计算方法包括: 计算从热带气旋中心到外围各个方向的最大风速; 计算各个方向的环境气压; 计算各个方向的最大风速半径和计算域内风向内偏角、风速分布等。该方法认为任意一个热带气旋风场是由无数个圆形气压场决定的热带气旋风场中的一点叠加综合而成, 其计算结果中风场的形状是不规则的, 因此, 避免了前方法中假定热带气旋的形状为椭圆所带来的难以确定风场长短轴方向的难题。该方法使用的热带气旋最大风速半径是通过计算得到的, 克服了假定最大风速半径为常量而产生的误差。该方法的不足之处在于, 环境气压场仅考虑了副热带高压和内力的影响, 在热带气旋处于较高纬度时, 不能反映中高纬度系统对其的影响, 使得计算风场的形状与观测场产生一定的偏差。如果在以后的工作中, 使用能够充分考虑多个影响系统的较完善的环境气压场或者将数值模式的预报场作为环境气压场, 那么对提高该方法预报的准确性将是十分有益的。

参 考 文 献

- 1 钮学新, 1992, 热带气旋动力学, 北京: 气象出版社, 12~14.
- 2 陈孔沫等, 1989, 台风海面最大风速的计算, 海洋学报, 11(1), 31~41.
- 3 Wilson, B. J., 1957, Hurricane wave statistic for the Gulf of Mexico, *Proc, 6th Conf. on Coast Eng.*, 78.
- 4 章家琳等, 1989, 台风波浪数值预报的CHGS法, 热带海洋, 8(1), 58~66.
- 5 房文高等, 1987, 东海台风域内的风速分布, 海洋预报, 4(3), 1~4.
- 6 福地章, 1975, 海洋气象讲座, 株式会社成山书堂, 44.

Distribution of Wind Speed of Tropical Cyclones over the Sea

Hu Banghui, Tan Yanke and Zhang Xuemin

(The Air Force Institute of Meteorology, Nanjing 211101)

Abstract By using Fujita's pressure mode, radius of the largest wind speed and inner deflection angle of wind direction in the primitive equations, we have derived the formulas suitable for calculating distribution of wind speed of tropical cyclones over the sea. The experiment shows that the calculated results in accord with those of different types of observational tropical cyclones, strength and direction pattern. The results of wind field are pretty good for the simulation of tropical cyclones which are influenced by subtropical high.

Key words tropical cyclone wind field radius of the largest wind speed circumstance pressure inner deflection angle of wind direction