

用浑沌理论研究气候变化和 El Niño 现象的进展

刘 式 达

(北京大学地球物理系)

一、引言

气候变化是目前科学界十分关注的重大问题,国际科联(ICSU)将于1990年开始执行的“全球变化”研究计划中,气候变化是中心课题。近几年来由于赤道东太平洋水温增高的 El Niño 现象有最强的年际变化的信息,更引起气象界的注意,似乎它和气候异常有密切的关系。

为什么要把气候变化、El Niño 现象和湍流及浑沌联系起来?这是因为它们都有共同的特点,即非周期性和敏感初条件。湍流和浑沌(chaos)是非线性耗散系统中普遍存在的现象。气候系统是大气、海洋、岩石(土壤)、冰雪、生物、人类等相互作用的结果。外部由太阳供给能量,内部是耗散的,所以气候系统是一个远离平衡态*的系统。气候变化有各种各样的时间尺度(由月到年,由数十年到上千年、万年),因此气候变化就是该系统中出现的类似湍流、浑沌的现象。El Niño 现象是海气相互作用的结果,海洋供给大气热量,大气以风应力方式给海洋以动量,它们也处在远离平衡的系统中,从近120年(1864年到1983年)的 El Niño 事件资料中已充分说明,它也是和湍流、浑沌相类似的非周期现象。由于敏感初条件,所以气候变化和 El Niño 现象均是难以预测的问题。

本世纪60—70年代发现了浑沌现象(即确定性的非周期流),它把确定性和随机性联系起来,把外界强迫和内部的涨落联系起来,是研究非周期复杂现象的新的思想。气候变

化和 El Niño 现象既然是耗散系统中的现象,从总体上讲应该是确定性的,在一定条件下它总会归宿到某一个状态上去(这就是吸引子),但是由于有各种各样的随机因素,它也带有不确定性、局部不稳的一面,因而从长期意义上说精确的预测是不可能的。近几年来用浑沌理论研究气候变化和 El Niño 有些新的思想,本文简要从下面几个方面介绍其研究进展。

二、各种时间尺度的气候形态是耗散系统中的吸引子

气候系统和 El Niño 的动力学一般可以用偏微分方程组来描述,如果其因变量可以展成 n 个正交函数集,那么偏微分方程组就可以化成 n 个展开系数 $x_i(t)$ 的常微分方程组

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ i &= 1, 2, \dots, n\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $\dot{x}_i$ 表示 $\frac{dx_i}{dt}$ 。

n 个状态变量 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 构成的空间就叫相空间。耗散系统就是要研究相空间轨迹的最终归宿,这就是吸引子。因为耗散系统中相空间的体积在演化过程中要不断收缩的,因此 n 个状态变量中的大部分在演化中不断消去(那些收缩快的方向),最后,吸引子

* 热力学分为三大领域,即平衡态、近平衡态和远离平衡态。平衡态下,热力学的“力”与“流”均为零。近平衡态下,热力学的“力”是弱的,“流”的速率是“力”的线性函数。远离平衡态下,热力学“力”与“流”之间关系是非线性的。

——编注

只要少数状态变量(收缩慢的方向)来描述, 这些状态变量叫序参数。

各种不同时间尺度的气候形态就是不同的吸引子, 它们好象是地形位势 U 中的谷, 见图 1。

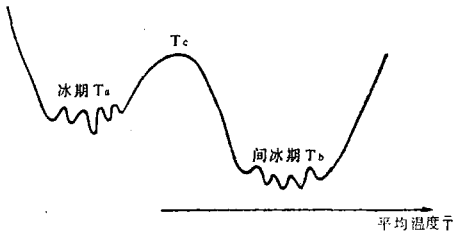


图 1 各种不同时间尺度的气候吸引子。引自[9]

图中位势的两个大的极小值, 分别代表时间尺度较长的气候形态(如约 10 万年周期的冰期和间冰期)。而每个大的地形槽中还有许许多多极小值, 它们对应于时间尺度较短的气候形态。这些时间短的气候形态又受到它们各自的时间尺度长的吸引子控制。气候变化就是由一种吸引子越过两个吸引子之间的山峰(叫排斥子)而变到另一个吸引子。而浑沌吸引子可以理解成吸引子元间的转换并无绝对的周期, 而是非周期的。

著名的零维气候模型

$$C \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha(T)) - \epsilon \sigma T^4 = 0 \quad (2)$$

就是简单地把气候看成是接受的太阳能 $Q(1 - \alpha(T))$ 和放射出去的红外辐射能 $\epsilon \sigma T^4$ 之间平衡的结果。(2)式中 T 代表平均温度, C 是热容量, Q 是太阳常数, $\alpha(T)$ 是反照率, ϵ 是放射率, σ 是 stefen 常数。

吸收的太阳能和放射的能量相等时共有三个状态, 见图 2。这三种平衡状态 T_a 、 T_b 和 T_c 。中, T_a 和 T_b 就是相当于图 1 中的两个吸引子, T_c 相当于图 1 中的排斥子。可以很容易说明, 只要涨落强度 q 足够小, 这两个吸引子 T_a 和 T_b 的转换时间为

$$\tau = e^{2\Delta U/q} \quad (3)$$

其中 $\Delta U = U(T_c) - U(T_{a,b})$ 为势垒。 τ 可以

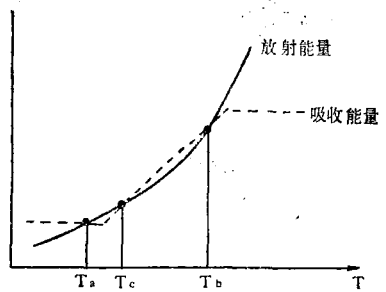


图 2 0 维气候模型的三种状态 T_a 、 T_b 、 T_c 。
引自[10]

有冰期和间冰期转换的时间 10 万年的量级。

但由于气候是浑沌, 没有固定的周期。这时由于地球轨道偏心率微小变化引起太阳常数微小变化的强迫, 气候体系对这种小的强迫惊人地加强, 而促使两个吸引子之间非周期地转换。著名气候学家 M. Ghil 对此作了详细研究。

这样浑沌观点就解释了波兰天文学家 Milankovitch 的气候变化的轨道理论。

三、强迫振荡是出现气候浑沌的常见方式

上节说明了气候可作为耗散系统中的吸引子, 而气候变化可以看作是二个吸引子的双稳系统对外周期场的响应。图 3 就是一种强迫振荡模型。

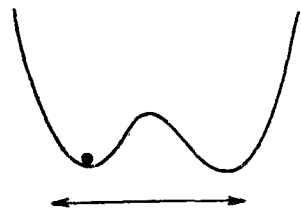


图 3 气候浑沌的强迫振荡模型

当图 3 中的槽受到强迫振动时, 左槽中的小球在凹槽中来回摆动几次后又被甩到右边凹槽内, 来回几次后又被甩到左边, 如此一直下去, 但什么情况下越过中间的山峰则敏感依赖于初条件, 因而左右来回的次数不一定, 形成非周期的浑沌。气候有不同的时间尺度, 对某种时间尺度的气候而言, 其它尺度就可以看成是对该时间尺度的强迫。

耗散系统中这种气候浑沌的最简单模型就是带有强迫的Duffing 方程

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} - x + x^3 = e \cos \omega t \quad (4)$$

(4) 式中的耗散性表现在 $\delta \dot{x} (\delta > 0)$ 项中, e 是强迫项的振幅。(4) 式可以化为三维自治动力系统

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\delta y + x - x^3 + e \cos \omega z \\ \dot{z} = 1 \end{cases}$$

若无强迫时($e=0$), 在二维相空间(x, y)中有两个稳定的定常状态(对 $\delta=0$ 的保守 Hamilton 系统, 它们是中心椭圆点, 对 $\delta>0$ 的耗散系统, 它们是焦点吸引子)和一个不稳定的鞍点, 见图 4。

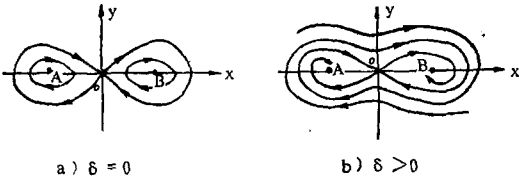


图 4 无强迫扰动时的相平面轨道。A 和 B 点是稳定的定常状态, O 点是鞍点

图中 $\delta=0$ 情况下由鞍点出发并回到鞍点的线叫分型线(separatrix)。A 和 B 就相当于图 3 中的两个凹槽。

从图 3 看出, 若加上强迫就有可能出现浑沌。为了判断运动的形态, 在三维相空间(x, y, z)作一个截面 $z = \text{const}$ (称 Poincaré 截面), 在截面上观测运动的形态, 见图 5。

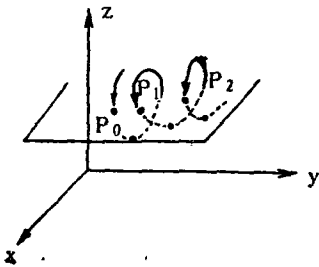


图 5 Poincaré 截面。取自[1]

在截面上若只有极少数几个交点, 如图 6(a) 中的 $\times$ 点反映三维空间(x, y, z)的运动是周期形态, 若截面上形成一闭合的连续曲

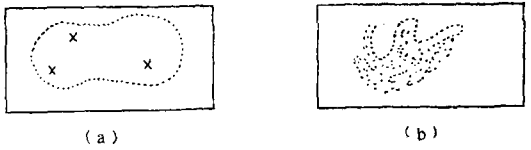


图 6 Poincaré 截面上的不同形态。(a) $\times$ 点表示周期 3 形态, 闭合线表示拟周期形态, (b) 浑沌形态。取自[1]

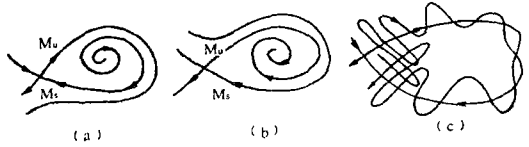


图 7 Poincaré 截面上 M_u 和 M_s 的三种不同情况。(a) $D < 0$ (b) $D > 0$ (c) D 改变符号, 浑沌

线, 则反映三维空间(x, y, z)中运动是拟周期形态, 见图 6(a) 中的闭合线。若截面上的点密集地混乱地分布, 则反映三维空间(x, y, z)的运动是浑沌形态见图 6(b)。

从理论上讲, 在截面上经过鞍点的稳定流形 M_s 和不稳定流形 M_u 必须横截相交有无穷多个交点, 叫同宿点(homoclinic point), 如图 7(c), 它既不是不稳定流形 M_u 总在稳定流形 M_s 的外面, 见图 7(a); 也不是不稳定流形 M_u 总在稳定流形 M_s 的内部, 见图 7(b)。

为了找到 M_u 和 M_s 横截相交的条件, 要计算在时间 t_0 , M_u 到 M_s 的距离 D (这叫 Milnikov 积分)。只有 D 改变符号才是浑沌。可以说明只要强迫振荡的振幅 e 超过一个临界值 e_c , 就会出现浑沌, 1987 年 C. Nicolis 就利用海温-海冰的强迫振荡系统讨论了长期气候变化(见本刊本期 p.38)。

四、海气相互作用是 El Niño 浑沌的根本原因

伴随弱信风逆转的赤道东太平洋海温增高的 El Niño 现象, 大致上有 3—7 年的周期, 这实际上是一个非周期的浑沌现象。最近 K. Vallis 提出了一个简单模型。最初赤道海洋表层(温跃层)东西部温度不同, 由于

该东西部的温差以风的应力产生海洋流 u 。再由连续方程便出现海洋上下层之间的流动，见图 8。则 u , T_E , T_W 的方程为

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= B \frac{T_E - T_W}{2\Delta x} - c(u - u^*) \\ \frac{dT_W}{dt} &= \frac{u}{2\Delta x} (\bar{T} - T_E) - A(T_W - T^*) \quad (5) \\ \frac{dT_E}{dt} &= -\frac{u}{2\Delta x} (T_W - \bar{T}) - A(T_E - T^*) \end{aligned}$$

(5)式中, u^* 代表风驱动应力, T^* 代表辐射过程和大气热交换。

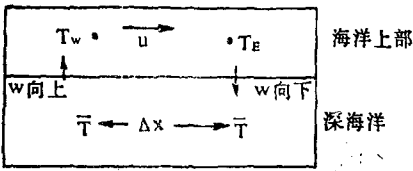


图 8 El Niño 简单模型。初始 $T_E < T_W$ 。取自[3]

定性分析说明(5)式是类似于 Lorenz 方程的耗散系, 出现浑沌是必然的。数值上取 $c=0.25 \text{ 月}^{-1}$, $A=1 \text{ 年}^{-1}$, $u^*=-0.45 \text{ 米秒}^{-1}$, $\Delta x=7500 \text{ 公里}$, $T^*=12^\circ\text{C}$, 那么赤道东太平洋海温增高以及信风逆转 ($u>0$) 均出现了。它是一种浑沌, 每 3—7 年出现一次。而且计算表明仅当信风弱时, El Niño 才出现较强, 且次数较多。

最近 K. Fredrich 把 1864 年到 1983 年 120 年中的 El Niño 事件按强度分成四级: 没有 El Niño 时, 则用 $0 < x \leq 1$ 表示极弱 El Niño 时, 则用 $1 < x \leq 2$ 表示弱的 El Niño 时, 则用 $2 < x \leq 3$ 表示强的 El Niño 时, 则用 $3 < x \leq 4$ 表示若 t 年为 x_t , 则下一年为 x_{t+1} 。用 x_t 作横坐标, x_{t+1} 作纵坐标, 则图 9 左边列出序对 (x_t, x_{t+1}) 分布数, 图 9 右边是拟合成的 x_{t+1} 和 x_t 关系的一个一维二次映射

$$x_{t+1} = f(x_t)$$

从图 9 右边看出, 这个映射和著名的浑沌发生生态模型 $x_{t+1} = \mu x_t (1 - x_t)$ 非常相似。

分析和计算表明, 当热惯性小或浅的海洋深度时会出现 El Niño 现象。

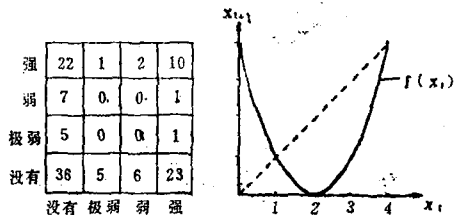


图 9 El Niño 120 年中事件强度的点对 (x_t, x_{t+1}) 关系。取自[4]

五、从气候资料中可以提取维数和预测性的信息

过去一个气候资料的时间序列, 我们习惯于找其平均值、方差及能谱。但是我们已经认识到气候变化和 El Niño 现象既然是一个浑沌吸引子, 它只需相对少状态变量或自由度来描述。同时气候又敏感初条件, 初始条件的微小变化可引起轨道很大差异, 这就存在一个可预测性问题。这两个问题我们均可以从气候资料中找出答案。

一个气候吸引子的维数反映了它的结构。现给出一组气候时间序列

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n+1} \quad (6)$$

时间序列(6)的时间间距为 Δt 。

为了描述气候吸引子的结构, 我们要建立一个 m 维的嵌入相空间, m 一般要充分大于吸引子的维数 D 。为此按固定时间间隔 τ (它是 Δt 的整数倍), 从 (6) 中建立一个 m 维相空间。例如 $\tau = \Delta t$ 的三维相空间的点为

$$\begin{aligned} Y_1 &: (x_0, x_1, x_2) \\ Y_2 &: (x_1, x_2, x_3) \\ Y_3 &: (x_2, x_3, x_4) \\ &\dots \end{aligned}$$

又如 $\tau = 2\Delta t$ 的三维相空间点为

$$\begin{aligned} Y_1 &: (x_0, x_2, x_4) \\ Y_2 &: (x_1, x_3, x_5) \\ Y_3 &: (x_2, x_4, x_6) \\ &\dots \end{aligned}$$

τ 的大小的选择总是希望这些变量之间是相互独立的。这些点 $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N$ 在 m 维相空间中也形成一浑沌轨道。

为了计算维数 D , 我们随便给一个数 r , 然后检查一遍有多少点对 (Y_i, Y_j) 之间的距离小于 r , 把距离小于 r 的“点对”在一切“点对”(若有 N 个点 $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$, 则共有 N^2 个点对)中所占的比例记作 $c(r)$, 即

$$c(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i, j=1 \\ i \neq j}}^N \theta(r - |Y_i - Y_j|) \quad (7)$$

其中 θ 是 Heaviside 函数, 当 $x < 0$ 时, $\theta(x) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $\theta(x) = 1$ 。

若 r 选得太大, 当然一切“点对”的距离都不会超过它, 因此 $c(r) = 1$, $\ln c(r) = 0$ 。因此 $c(r)$ 描述了随 r 增加, 点对数如何增长的分布函数。显然太大的 r 反映不了系统的内部性质。

适当缩小 r , 可能在 r 的一段区间内, $c(r)$ 随 r 的变化为

$$c(r) = r^D \quad (8)$$

这里 D 就是该吸引子的一种维数, 称为分数维 (fractal)。例如均匀分布在一条线上的资料点, 则 $c(r)$ 和 r 的一次方成正比, 即 $D=1$ 。如果均匀分布在一个面 (或一个体积上) 的资料点, 则 $c(r)$ 应和 r 的二次方 (或三次方) 成正比, 故 $D=2$ (或 $D=3$)。因此 D 具有描述该吸引子结构的特征。如果 r 选得太小, 实验中一切偶然的噪声都会表现出来。由于噪声在任何一维上都起作用, m 维空间中就会测得 $D=m$ 。因此给定一个 m 值, 若在 $\ln c(r)$ 对于 $\ln r$ 的图上有一段是直线, 其斜率就是 D 。图 10(a) 就是从深海沉积岩的同位素分析推算出的冰体积变化时间序列中算出的 $\log c(r)$ 和 $\log r$ 的数据, 从图上看出一段 r 的区间是直线, 当 $m=3, 4, 5, 6$ 时它们的斜率分别是 2.7, 3.1, 3.1, 3.1。图 10(b) 绘出了 D 和 m 的关系, 从图上看从 $m=4$ 时 $D=3.1$ 已达到饱和, 这个 D 值就是气候吸引子的维数。而图上标出的实直线是白噪声的维数 $D=m$ 。这说明气候吸引子和随机噪声的区别。

这里 D 为分数反映了气候是一种浑沌,

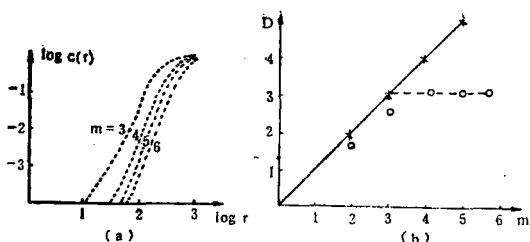


图 10 (a) 在 $\log c(r) - \log r$ 图上求 D 。取自 [7]
(b) D 和嵌入空间维数 m 的关系。取自 [10]

同时 $m=4$ 却提供了描述这个吸引子动力学所必要的独立状态变数的最小数目。

在 m 维重建相空间中, 既然 $Y_1 Y_2 \dots Y_N$ 代表相空间的轨道, 若初始时刻和上轨道只差一个小距离 δY_0 的另一轨道 $Y'_1 Y'_2 \dots Y'_N$, 那 $N \Delta t$ 时刻后相差为 δY , 设

$$\delta Y = \delta Y_0 \cdot e^{LE \cdot N \Delta t} \quad (9)$$

那么

$$LE = \frac{1}{N \Delta t} \ln \frac{\delta Y}{\delta Y_0} \quad (10)$$

就测量了 $N \Delta t$ 内初始轨迹的指数辐散率, 它称为 Lyapunov 特征指数, 若 $LE > 0$ 说明初始小的误差最终导致两条轨迹分离, 这正是浑沌的特征。

在 m 维相空间中的每一个方向上均存在一个 LE , 故一般共有 m 个 LE , 按大小次序排列为

$$LE_1 \geq LE_2 \geq LE_3 \geq \dots \geq LE_m \quad (11)$$

考虑长度为 $(m-1)\tau$ 的两条相距 $\delta Y < r$ 的两条辐散轨迹, 下一时间步 τ 后它们保持在 r 内的机会随 $e^{-LE \cdot m \tau}$ 成比例下降。而保持在 r 球内机会平均点对数 c_m 正比于

$$c_m \sim e^{-m \tau (LE_1 + LE_2 + \dots)} = e^{-m \tau h} \quad (12)$$

(12) 式中仅仅辐散轴 ($LE_i > 0$) 有贡献。其中 h 是所有正的 Lyapunov 特征指数之和。

将 (8) 式和 (12) 式合并有

$$c_m(r) = r^D e^{-m \tau \cdot h} \quad (13)$$

若固定 r , 维数由 m 增加到 $m+k$, 即轨迹从 $(m-1)\tau$ 延长到 $(m+k-1)\tau$, 则类似 (13) 式有

$$c_{m+k}(r) = r^D e^{-(m+k) \tau \cdot h} \quad (14)$$

(13) 式和 (14) 式相除有

$$h = \frac{1}{k\tau} \ln \frac{c_m(r)}{c_{m+k}(r)} \quad (15)$$

h 叫作气候吸引子的平均预测性, 而 $\frac{1}{h}$ 就表示可预测的平均时间尺度。对 $D=3.1$ 的气候吸引子已计算出 $\frac{1}{h}$ 约为17000年到20000年。

A. Hense也对 ENSO 资料计算了南方涛动(SO)的分数维, 再一次证实 El Niño 现象是浑沌。

结论: 气候变化和 El Niño 现象都是耗散系统中的非周期浑沌吸引子。它们是确定性的非周期现象。浑沌把确定性和随机性结合起来, 是研究气候和 El Niño 的新思想。

参 考 文 献

[1] C. Nicolis, G. Nicolis, D. Reidel ed., Irrever-

sible phenomena and dynamical systems analysis in geoscience, 1987.

[2] M. Ghil, ed., Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics and climate dynamics, North-Holland 1985.

[3] G. K. Vallis, El Niño: A chaotic dynamical system? Science. Vol. 232. 1986, 243.

[4] K. Fraedrich, El Niño interaction, Contribution to Atmospheric Physics. Vol. 60 (1987), No. 1, 21.

[5] C. Nicolis, G. Nicolis, Is there a climatic attractor? Nature, 1984, 311, 529.

[6] C. Nicolis, Long-term climatic variability and chaotic dynamics, Tellus, 1987 39A. 1.

[7] K. Fraedrich, Estimating the dimensions of weather and climate attractor, J. Atmos. Sci 1986, Vol. 43, No. 5, 419.

[8] K. Fraedrich, Estimating weather and climate predictability on attractors, J. Atmos. Sci. 1987, Vol. 44, No. 4, 722.

[9] R. Gilmore, Catastrophe theory for scientists and engineers, New York, Wiley (1981).

[10] 尼科里斯·普利高津, 探索复杂性, 四川教育出版社, 1986.