气象与突变——气象上解的多重性

松田佳久　余田成男

编者按：流体力学中非线性系统问题的讨论自1978年以来颇受国际气象学界注意，日本气象学界对此甚为重视。日文"気象研究ノート"第151号(1985年2月)为此出了专刊。

本刊在1985年第2期上曾发表北京大学刘式达的文章：气象界如何看待当前科学界关于"确定论和随机论"的讨论——兼论非线性和浑沌的研究。看来，对这个问题的重视将与气象学各分枝的进一步发展分不开。为此，我们发表"気象研究ノート"第151号(気象とカタストロイー)的目录和后记的译文，希望引起读者对此问题的关心。在后记里提到第二章中有关公式，就不再加注了。

目　录

后　　记

本研究就非线性系统中解的多重性，从数学基础出发总结了动力气象学的具体例子，以及气象学其它分枝及与气象学有关学科中的几个实例。所列举的各种问题，不仅涉及的内容相当广泛，而且性质亦很不相同，所以想在最后把各章讨论的特性加以整理归纳。

第 2 章所讨论的临界点一般理论，完全是数学上的讨论。这些讨论都是预先规定好，假若在某非线性系统中存在临界点，则该临界点必须具有什么结构。这包含以下两种意思。第一是说，只要这个非线性系统能在数学上以公式明确地加以表达，则不管该非线性系统在物理上是否正确地表示现实情况，都认为该系统遵从上述临界点的一般理论。例如，即使对于波型(mode)的有限截断不适当的系统，第 2 章的一般理论也能适用。第二是说，这种临界点的理论，并不表示在非线性系统中必然产生临界点。这是因为这种理论只不过是在临界点存在的情况下规定其结构的。那么，是否存在着能说明在非线性系统中必然出现临界点，以及其出现条件的理论呢?因为，如果能够从所给定系统的外部条件特征来肯定该系统中是否出现临界点，则至少能定性地阐明非线性问题的本质，所以很难认为会存在这种既简单又有用的理论。可是(如果能另外考虑极限点)，如果只从分叉点能在非线性系统中出现这种消极的理由来看，则上述理论是存在的。这就是，对于外部条件具有某种对称性的系统来说，如果 $\Omega_i^s(i=1,2,\cdots)$ 为具有和外部条件同样对称性波型的振幅，$\Omega_i^a(i=1,2,\cdots)$ 为非对称波型的振幅，则这个波型方程就可以写成：

$$\frac{\partial \Omega_i^s}{\partial t}=-\nu_i\Omega_i^s+\sum\sigma^i_{jk}\Omega_j^s\Omega_k^s+$$
$$+\sum\tau^i_{jk}\Omega_j^a\cdot\Omega_k^a+Q_i$$
$$\frac{\partial \Omega_i^a}{\partial t}=-\nu_i\Omega_i^a+\sum\alpha^i_{jk}\Omega_j^s\Omega_k^a+$$
$$+\sum\beta^i_{jk}\Omega_j^a\cdot\Omega_k^a$$

为了在定性上使方程式的结构更显而易见，用一个波型的振幅 A 代表全部对称波型，用 B 代表全部非对称波型，于是能象征性地把上式写成下列形式*

$$\frac{\partial A}{\partial t}=-A-B^2+Q \qquad (7.1\text{a})$$
$$\frac{\partial B}{\partial t}=-B+AB \qquad (7.1\text{b})$$

如果令 $B\equiv 0$，不言而喻则变成为仅有 A 的闭合方程：

$$\frac{\partial A}{\partial t}=-A+Q \qquad (7.2)$$

然而上式是下列方程组在 $C\equiv 0$ 时的情况。

$$\frac{\partial A}{\partial t}=-A-B^2+C^2+Q \qquad (7.3\text{a})$$
$$\frac{\partial B}{\partial t}=-B+AB-C^2 \qquad (7.3\text{b})$$
$$\frac{\partial C}{\partial t}=-C-AB+BC \qquad (7.3\text{c})$$

这个方程组中的 A、B、C 也可以看作是与

* 因为在这里使用一个变量 A 表示对称波型的全部，对称波型内部的相互作用不能用 A^2 表示。因此，这里在(7.1 a)中略去了 A^2 项，同样在(7.1 b)中略去了 B^2 项。而且，若有 A^2 和 B^2，则 A^2+B^2(正比于能量)就会因非线性项而变化。

Bénard 对流问题中的水平方向上各向同性的热传导解、二维轴对称对流单体、三维对流单体的振幅分别对应的。求出该方程组的定常解，则得下列三组：

$$\text{(i)}\quad A=Q,B=C=0 \qquad (7.4\,\text{a})$$

$$\text{(ii)}\quad A=1,B=\pm\sqrt{Q-1},C=0 \qquad (7.4\,\text{b})$$

$$\text{(iii)}\quad A=\frac{Q-2}{3},B=\frac{Q+1}{3}$$

$$C=\pm\sqrt{\frac{(Q+1)(Q-5)}{3}} \qquad (7.4\,\text{c})$$

但是仅当 $Q\geqslant1$ 时，(ii)存在，$Q\geqslant5$ 时，(iii)存在. 在 $Q=1$, $Q=5$ 时，(i)，(ii)〔似应 (ii)，(iii)——译注〕分别变得不稳定，而(ii) (iii)是各自作为新的稳定解出现的，因此存在着分叉点。若从(7.3)考虑，伴随外力 Q 的增大(这似乎可以认为是往系统注入“能量”)，首先在(i)解中仅仅是A逐渐增大。也就是说，在(7.3 a)中 Q 的增大由A的增大平衡。但是一旦达到某一界限，出现(ii)的 $B\neq0$ 的解，Q 的增大逐渐变为由 B^2 的增大维持。也可以认为，当出现(iii)的 $C\neq0$ 的解时，在(7.3 b)中 A、B 的增大变为由 C^2 维持。如果这样考虑的话，可以知道，通过外力流入系统的“能量”并非仅由对称波型所独占，还会向其他波型“转送”，这种情况不外乎是使对称性减弱。因这种情况之所以可能，是由于在(7.3 a)中存在 B^2 项的缘故。

(7.3)式那样的系统是非常简单的系统，根据各方程式中二次项的符号，有时候也不产生上述那种再分叉。由此类推，可以认为在实际上是否产生分叉，依赖于(2.1.7)中二次项的符号，但是要进一步举出具体例子却并不是容易的事了。总之，由第 2 章的讨论来判断，可以说系统的方程式有(2.1.7)那样的结构，是该系统中产生分叉点的必要条件。

在第 3 章中使用自由度低的截断系统，重点讨论了 Charney和DeVore(1979)模式，其基础方程是(旋转座标系中的)Navier-Stokes 方程，Navier-Stokes 方程本身完全没有问题，问题是在于用低自由度的波型方程对它的替换。因此，从该方程组导出的结果(例如多个平衡解的存在)正确与否，应该从该方程组是否正确近似于 Navier-Stokes 方程的观点加以检查讨论。反过来说，在有限截断系统中，由方程式得到的结论是在有截断误差的情况下作出的，有时候并不具有物理意义。

对此，在第 5 章中叙述的有关 Bénard 对流和黑潮蛇行运动的室内实验结果，因为是对实验室流体的一种“自然”实现，因此具有直接的物理意义。因此，在这里所看到的分叉现象或由于存在二个极限点而造成的稳定平衡解的多重性等等，和在有限截断系统中从数学上得到的结果不同，不用经过进一步的审察就可确定是符合实际的。但是，与 Bénard 问题不同的是，Bénard 对流问题作为室内实验问题完全是闭合的，而黑潮蛇行运动的室内实验，且不说其本身的趣味如何，下一步有必要从现实的黑潮蛇行运动模式是否有效的观点进行调查研究。其合理性的最终检验应该全部根据它与观测的对应情况作出。在这里，物理学里的实验和地球物理学中模式实验在性质上是有所不同的。当然，不用说这些实验室的流体系统均遵从已知的流体力学方程式。

但是，对于第 6 章中叙述的气候模式，支配它们的严格方程式是完全不清楚的。的确，这里模式也使用了由数学公式确定的方程式，但这些方程式仅仅着眼于支配气候的非常复杂物理过程中的特定过程，只不过是纯属参数化了的结果。另外，要对作为不同气候系统稳定平衡解而同时存在的、从那个方程式导出的结果进行观测验证，需要以 10^3 年以上时间尺度的现象为考察对象，所以不是一件容易的事。看来，在气候变动的研究中，应该在这种研究之前，先对研究的方法从原理上加以检查。因此，6-2节对气候模式所作的讨论，和本文其他部份的讨论，性质很不相同，应加以注意。

胡圣昌摘译自“気象研究ノート”第151号　史国宁校