

雨量场的结构函数及其在热带台站网设计中的应用

D. A. Mooley P. M. Mohamed

1. 前言

德罗兹多夫(Drozdoz)和塞普列夫斯基(Shepelevskiz)首先介绍了结构函数的概念。后来,其他人在进行客观分析和决定气象台站的合理密度时应用结构函数来研究不同气象要素的统计特征。Czelnai广泛地研究了结构函数并看出结构函数是描述气象场统计结构最合适的特征值。在苏联,结构函数已经广泛地用来作为台站网设计的一种依据,匈牙利也做了不少这样的工作。本文为建立内插误差和距离之间的关系,计算和应用了维达巴哈(Vidarbha)地区(印度的一个气象区)6—9月各月、季风季节和年的雨量场结构函数。这种关系并已被用来决定台站网的密度。

2. 雨量站网和降水资料

马哈拉次特拉(Maharashtra)邦的维达巴哈地区位于 $76^{\circ}-81^{\circ}\text{E}$ 和 $18^{\circ}45'-21^{\circ}45'\text{N}$ 之间,面积为97537平方公里。该区共有印度气象部和该邦政府管辖的大约100个雨量站。其中我们挑选具有60年资料的64个站供研究用。选出的64个站及其编号和主要的地形特征如图1所示。

该区通常以6月的第二周作为季风的开始,而以10月的第二周作为季风的结束。有些年份,季风的开始要比常年早,而结束比常年晚。鉴于这种情况,我们把6月到10月看成季风期。在该区,年降水的约90%出现在



图1 维达巴哈地区雨量站及其编号的地形图

西南季风季节,降水量是从西向东逐渐增加。从6月到7月降水量也是增加的,其后就减少,常年的地区降水量是104 cm。

本研究中,我们采用了1901—1960年期间6—9月各月的降水资料、整个季风期的降水资料以及年的降水资料。

3. 结构函数

假设任何时间间隔、任一空间点 j 上的降水值为 R_j ,它与平均值 $\bar{R}$ 的偏差是 R'_j 。彼此相距为 d 的两点 j 和 k ,其降水量结构函数是 j 和 k 两点 R' 的差值平方的平均,可表示为:

$$b_{jk} = \overline{(R'_j - R'_k)^2} \quad (1)$$

其中“—”表示平均。 j 和 k 两点偏差乘积的平均是协方差函数 C_{jk} 。

$$C_{jk} = \overline{R'_j R'_k} \quad \text{当 } j \neq k \quad (2) \\ = C_j^2 = C_k^2 \quad \text{当 } j = k$$

这里 C_j^2 是方差。

展开(1)式并把(2)式代入,则结构函

数与协方差函数可由下式相连。

$$b_{jk} = C_j^2 + C_k^2 - 2C_{jk} \quad (3)$$

在均匀的和各向同性的条件下，我们可以把上式写为：

$$b_{jk} = b(d) \text{ 而 } C_{jk} = C(d) \quad (4)$$

为了获得某一区域的结构函数，首先要根据(1)式算出每对台站的 b_{jk} ，于是我们得到一个主对角线元素为 0 的 n 阶对称矩阵。由于 $b_{jk} = b_{kj}$ ，只需要计算矩阵中对角线上方或下方的元素值，也就是 $j=1, 2, \dots, n-1$ ， $k=j+1, j+2, \dots, n$ 来逐一计算。而两站间的距离 ($j=1, 2, \dots, n-1, k=j+1, \dots, n$) 可根据台站的地理坐标 (坐标原点可随意确定) 算得。矩阵中的距离划为不同范围的等级。同样，相应的结构函数值也按距离的级别来划分。用距离和相应的结构函数的平均值绘制的曲线图给出了结构函数与距离之间的关系。

影响维达巴哈地区并造成该区降雨的大多数天气系统从东向西移动经过该区的北部，由于这种情况，降水量自东向西减少。因此，维达巴哈地区东部和西部的雨量场结构函数就可能呈现出不同的特征。经过维达巴哈北部的系统和准静止系统 (即季风槽) 从东—东南向西—西北移动，这些系统的填塞在维达巴哈北部较维达巴哈南部为甚，于是就存在着这样的可能性：维达巴哈北部地区与维达巴哈南部地区的结构函数特征显得有所不同。因此，我们有理由这样要求，只有用基本通过中心的東西和南北两条直线把维达巴哈分成大体相等的四个象限，那末各象限的结构函数才能满足均匀性和各向同性。每一个象限的面积约为 24000 平方公里。这四个象限 (西北、东北、东南和西南) 分别标为 A、B、C 和 D，如图 2 所示。维达巴哈地区各象限以及不同方向上结构函数的研究使我们得以弄清这些结构函数是否均匀和各向同性。利用高速电子计算机，我们对 6—9 月各



图 2 A、B、C、D 象限边界 (---) 和 NW、NE、SE、SW 方向上的 40 km 宽条 (——) 带

月、季节和年的各个象限以及通过维达巴哈中心的西北、东北、东南、西南四个方向的结构函数分别计算出来。为了计算西北、东北、东南、西南各方向的结构函数，我们仅考虑位于 40 公里宽带上的台站 (如图 2 所示)。我们把每个象限中所有可能成对的台站间距，除了开始的 10 公里以外，都分成单位为 20 公里的等级，如 1—10, 1—20, 10—30, 20—40, ... km。因此，为了计算某一特定距离的结构函数，需要收集大量成对台站的资料。图 3 表示各象限每个月、季和年的结构函数

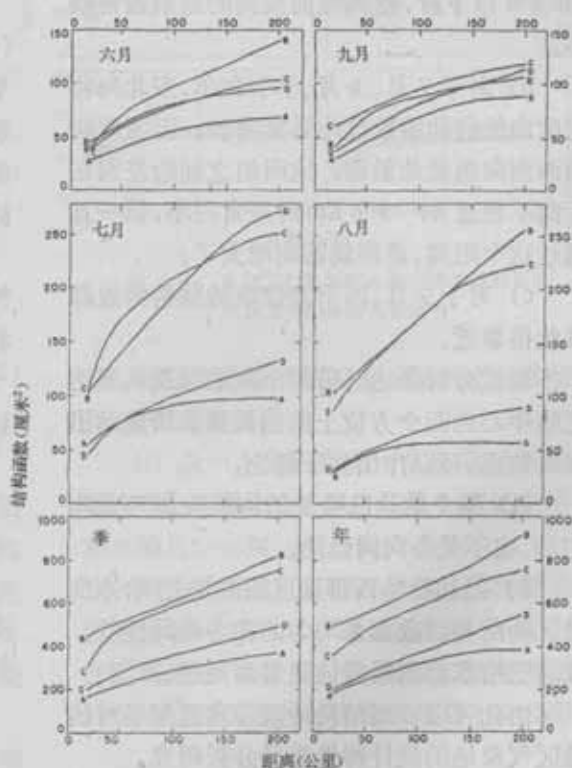


图 3 A、B、C、D 象限降水的结构函数

* 编注：j, k 取值方面原文错写为 $j=1, 2, \dots, n$ ， $k=j+1, j+2, \dots, n-1$ 。

同站间距离之间的关系。我们注意到图 3 中这些关系曲线具有如下重要特点:

i) 6 月, 南部象限 C、D 的结构函数彼此紧靠, 但 A、B 象限的结构函数反而明显不同, B 的结构函数要比 A 高。6 月是季风开始在南部出现的月份。

ii) 7 月、8 月、季和年, 象限 B、C 的结构函数彼此紧靠, 象限 A、D 的结构函数也同样如此, (B、C) 组和 (A、D) 组的差异相当大, 这显然是由于东部地区的降水变率比西部地区高的缘故。

iii) 9 月: 该地区不同象限的曲线都靠在一起, 这说明本月的降水是均匀的。

在四个方位上算出的结构函数说明以下几个特征(要求):

a) 对于 6 月, 东南向和西南向的结构函数彼此间是紧密的。同样, 东北向和西北向的结构函数彼此也相当紧密。当距离在 80—100 km 以下时, 这两组曲线间的差别通常很小。

b) 对于 7 月、8 月、季节和年, 东北向和东南向的结构函数彼此是紧密的, 而西北向和西南向也彼此紧密。这两组之间的差别在距离不超过 80—100 km 时通常很小, 但一旦超过这个距离, 差别就逐渐增大了。

c) 对于 9 月, 四个方位中的结构函数都彼此很靠近。

通过分析维达巴哈四个象限以及从维达巴哈中心的四个方位上的结构函数所显示出来的特点, 可以作出如下结论:

A) 整个维达巴哈的结构函数既不是均匀的, 也不是各向同性的。

B) 维达巴哈西部地区同维达巴哈东部地区的结构函数都是均匀的和各向同性的, 维达巴哈东部地区的值通常要高些。

由此可以看出结构函数非常适用于对该地区气象场的统计特性进行分析研究。

4. 观测随机误差与线性内插误差

4.1 观测的随机误差

在测量某一点的气象要素时存在着系统和随机两部分误差。当我们收集和使用气象要素的偏差时, 系统误差可消去, 但随机误差仍将遗留下来。随机误差是难以直接计算的, 但它们可以用统计方法来处理以及用下列方法估计:

$$\text{令 } P'_j = R'_j + \epsilon_j \text{ 和 } P'_k = R'_k + \epsilon_k$$

是 j 和 k 点观测到的、具有随机误差 ϵ_j 和 ϵ_k 的距平值。

刚丁 (Gandin) 所提出的关于随机误差最简单的设想是:

$$\overline{\epsilon_j R'_k} = 0$$

$$\text{以及 } \overline{\epsilon_j \epsilon_k} = 0 \text{ 当 } j \neq k \quad (5)$$

$$= S^2 \text{ 当 } j = k$$

这里 S 是观测的随机误差。

现在观测到的结构函数 b' 可以写成:

$$b'_{jk} = \overline{[(R'_j + \epsilon_j) - (R'_k + \epsilon_k)]^2}$$

根据(1)、(2)、(5)式展开上式:

$$b'_{jk} = b_{jk} + S_j^2 + S_k^2 \quad (6)$$

(6) 式表明了结构函数由于两点上随机误差平方的和而过于偏高。这一包含下垫面的不规则小气候影响的误差可以用结构函数与对原点(距离为 0)的距离间关系作曲线外推来估计。

假设维达巴哈各象限的范围符合各向同性和均匀性, 而且所有象限的台站均匀分布, 我们从等式(1)、(4)和(6)可得到:

$$b'(0) = 2 S^2$$

因而, 随机误差由下式估计:

$$S^2 = \frac{1}{2} b'(0) \quad (7)$$

4.2 线性内插误差

考虑有一定距离的 j 和 k 两个站的降水值分别为 R'_j 和 R'_k 。两站连线中点处 R'_m 的大小可由线性内插得到:

$$R'_m = \frac{1}{2} (R'_j + R'_k) \quad (8)$$

由于我们已知 R 是伴随一定的随机误差 ϵ 测得的, 我们可以利用(8)式写出线性内插误差的平方的平均:

表 1 维达巴哈地区雨量站线性内插的绝对误差 $\sqrt{E}$ 的变化范围

时 段	降水量	线段中点处的线性内插误差 (mm)		
		50 km	100 km	200 km
6 月	169	45—55	50—85	60—75
7 月	314	55—85	70—110	80—120
8 月	240	40—85	55—90	60—105
9 月	179	40—60	50—70	60—75
季	950	105—160	120—180	130—195
年	1037	110—155	125—180	140—190

$$E = \left[\frac{1}{2}(R'_j + \epsilon_j) + \frac{1}{2}(R'_k + \epsilon_k) - R'_m \right]^2 \quad (9)$$

展开(9)式并代入(2)式和(5)式,结果是

$$E = \frac{1}{4}(C_j^2 + S_j^2 + C_k^2 + S_k^2 + 2C_{jk}) + C_m^2 - C_{jm} - C_{km} \quad (10)$$

假设协方差函数满足均匀性和各向同性,而且这两站的方差和随机误差相等,我们可得出:

$$\begin{aligned} C_j^2 &= C_k^2 = C_m^2 = C(0) \\ C_{jk} &= C(d) \\ C_{jm} &= C_{km} = C\left(\frac{d}{2}\right) \\ S_j^2 &= S_k^2 = S^2 \end{aligned} \quad (11)$$

借助于关系式(11),我们可以把(3)式写成:

$$b(d) = 2C(0) - 2C(d) \quad (12)$$

那末,根据(11)式和(12)式,(10)式的结果是:

$$E = b\left(\frac{d}{2}\right) - \frac{1}{4}b(d) + \frac{1}{2}S^2 \quad (13)$$

结合(b)式和(7)式,我们得到:

$$b(d) = b'(d) - b'(0) \quad (14)$$

最后,对于线性内插误差平方的平均,(13)式的结果由(7)式和(14)式改为:

$$E = b'\left(\frac{d}{2}\right) - \frac{1}{4}b'(d) - \frac{1}{2}b'(0) \quad (15)$$

5. 结构函数在台站网设计中的应用

利用(15)式在A、B、C和D象限中分别对月、季和年的降水,计算出20—200 km间不同长度的线段中点的线性内插绝对误差 $\sqrt{E}$ 。表1给出维达巴哈地区50、100和200公里距离的线段中点上的线性内插的绝对误差。

在图4中误差 $\sqrt{E}$ 表示为各象限内平均降水量的百分比,这样具有较好的比较性。该图中的曲线显示出如下几个突出的特点:

i) 由于该地区东部、西部的降水分布不

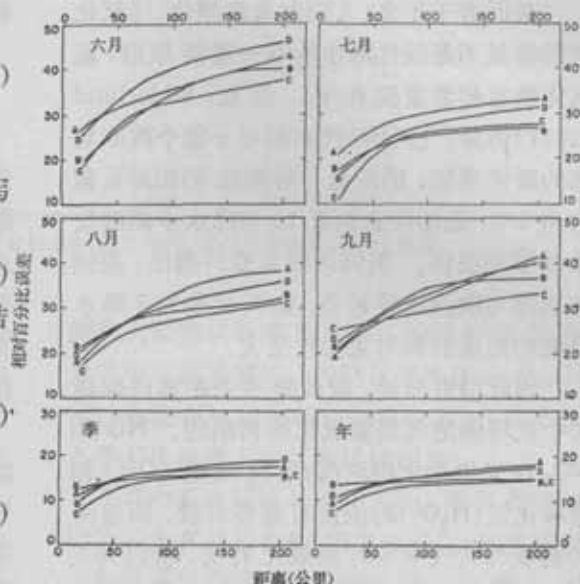


图 4 A、B、C、D象限降水量内插的相对百分比误差与距离的关系曲线

同,可以推想西半部的相对误差比东部要高些,事实确实如此。

ii) 从一个象限到另一个象限百分比误差的变化范围,6—9月各月为6—10%,季节和年的是3—5%。

iii) 对于季风月份,当降水的内插容许误差为25—30%时,雨量站之间的最大容许距离是50 km。对于季降水和年降水,15%的容许误差所对应的距离是100公里。

6. 结 论

i) 在维达巴哈地区,对于6—9月各月、季和年的雨量场的结构函数除了9月之外,

既不符合各向同性，又不符合均匀性。对于该地区东、西两半部说 7 月、8 月、季和年的结构函数基本满足各向同性和均匀性，但东半部的值大大高于西半部，显然这是由于东半部的降水变率高于西半部的缘故。

ii) 线性内插误差与距离之间的关系可用于：(a) 决定适当的雨量站网。(b) 为改善现有站网而确定新站的位置。(c) 主观分析雨量图时，估计内插所产生的误差。

iii) 在降水的线性内插中，对于任何月

份，线段中点上容许 25—30% 误差的最大间距是 50 km，对于季和年的降水，容许 15% 误差的相应最大间隔约为 100 km。从一个象限到另一个象限百分比误差的变化范围，对于月是 6—10%，对于季和年是 3—5%。

何素兰译自 Arch. Met. Geoph.
Biokl. Ser. B, Vol.30, No.1—2,
95—105, 1982.

杨贤为校