

关于空气热容量(焓)的统计气候研究

C.Nobilis

F.Nobilis

1. 前言

外界大气的状态决定着大多数装备和车间的有效操作(例如蒸发冷却车间、冷却塔、特别是空气调节车间)。为了计算上述装备和车间的大小,外界大气状态成为解决这类问题的基础。而这个问题的解决则是与下述这些任务有关联的:

(a) 装备和车间的大小应根据操作期间最大负荷来设计。

(b) 从经济观点出发,拟定出这个装备的最佳设计。对于统计员来说任务(a)就相当于超过某种信度范围的风险的确定。如果这个计算是根据某一具体测站至今所观测到的极大值进行的话,那么就获得了保险的边界情况。除了最大值的估算之外,第二个任务就是必须计算频率分布。而从经济观点来看它是对装备和车间的最佳设计。为此,了解负荷的频率和外界大气的焓的内容是必不可少的(Berliner, 1957)。在某个综合性的出版物中由这位作者(Nobilis, 1986)提供的有关焓的一些重要结果将在本文中予以介绍和讨论。

这些研究都是根据 1961—1970 年期间在上瓦特站,维也纳(海拔高度 202 米)及桑比克站(3106 米)上午 7 点、下午 2 点和下午 9 点收集到的观测资料进行的。

2. 焓的计算

据 Defant(1958),焓是定压条件下从某个初始状态(0°C 和绝对干燥, $m_v=0$)到最后的状况(温度 $t^{\circ}\text{C}$ 和混合比 m_v)供给空气的热量, m_v 是每千克干空气中所含水蒸汽的量

(千克)。

焓 I , 气温 T (绝对温度) 和比湿 q (每千克湿空气中所含水蒸汽的量)(千克)之间存在着如下的众所周知的关系式:

$$I = C_p(T + 2500 q) \quad (2.1)$$

C_p 是定压比热。

焓的单位可以从等式(2.1)得到。

$$[I] = \frac{\text{千焦耳}}{\text{千克} \cdot K} \left(K + \frac{K \cdot \text{千克}}{\text{千克}} \right) = \text{千焦耳/千克} \quad (2.2)$$

如果我们用 1 千焦耳/千克· K 替代等式(2.1)中的 C_p 并利用比湿的定义,(如 Defant, 1958),那么焓就能用下方方程表示:

$$I = T + \frac{1555}{p} e \quad (2.3)$$

p 是气压,而 e 是水汽压。

因为在所讨论的这些站里气压变化系数的最大值毫无疑问只有 1.3%,所以这些站的实际气压可以用平均气压(有关的月份和规定观测时间)来代替。因此,焓可以作为温度 T 和水汽压 e 函数的线性组合来计算。在方程(2.3)中,令 $1555/p = b$,我们得到如下关于焓的近似方程式:

$$I = T + be \quad (2.4)$$

3. 焓的密度分布函数

3.1 理想状态下的焓的密度分布函数

气温的频率分布可以用高斯分布来描述(Brooks 和 Carruthers, 1953; Taubenheim, 1969)。连续变量的分布及其密度对于任一 $x \in TR$ 可用下式表示:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right]$$

(3.1)

《Schmetterer, 1966》。

水汽压的频率分布和 $b \cdot e$ 的乘积通常可以用 γ 分布来描述 (Brooks 和 Carruthers, 1953)。密度由下列方程 (Thom, 1958) 来表示:

$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b\beta)^\gamma \Gamma(\gamma)} x^{\gamma-1} \exp\left(-\frac{x}{b\beta}\right) & \text{对于 } x \geq 0 \\ 0 & \text{对于 } x < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

假设温度是正态分布, 水汽压是 γ 分布, 而温度和水汽压都是相互独立的。那么, 下式就适用于二者总和的分布密度 (Schmetterer, 1966):

$$f(x) = (f_1 * f_2)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x-t) f_2(t) dt \quad (3.3)$$

在 (3.3) 中利用 (3.1) 和 (3.2), 并考虑到在 $t < 0$ 时 $f_2(t) = 0$ 的事实以及在积分前移出常数因子, 在进行某些变换之后, 方程式 (3.3) 就变为:

$$f(x) = \frac{\exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]}{\sigma(b\beta)^\gamma \sqrt{2\pi} \Gamma(\gamma)} \int_0^{\infty} \exp\left[-t\left(\frac{1}{b\beta} - \frac{x-m}{\sigma^2}\right)\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) dt \quad (3.4)$$

这个积分可以被考虑为拉普拉斯变换式 $g(I)$

$$g(I) = \int_0^{\infty} e^{-It} f(t) dt \quad (3.5)$$

将这个变换应用到 (3.4) 式中的积分, 就获得了如下的概率密度方程:

$$f(x) = \frac{\exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]}{\sigma(b\beta)^\gamma \sqrt{2\pi} \Gamma(\gamma)} \cdot \left(\frac{\sigma}{2}\right)^\gamma \exp\left[\frac{\sigma^2}{4}\left(\frac{1}{b\beta} - \frac{x-m}{\sigma^2}\right)^2\right] \cdot D_{-\gamma}\left(\frac{\sigma}{b\beta} - \frac{x-m}{\sigma}\right) \quad (3.6)$$

这里 $D_{-\gamma}\left(\frac{\sigma}{b\beta} - \frac{x-m}{\sigma}\right) = D_{-\gamma}(h)$

$$= U\left(\gamma - \frac{1}{2}, h\right) = U(g, h) \quad (3.7)$$

是微分方程 $\frac{d^2 y}{dh^2} - \left(\frac{1}{4}h^2 + g\right)y = 0$ (3.8)

的一个解 (Abramowitz 和 Stegun, 1964)。U(g, h) 的计算是根据 Miller (1955) 的方法实现的。

3.2 假设检验

所有统计检验都是在显著性信度为 5% 时进行的。

3.2.1 高斯分布对观测的温度频率的拟合

在上瓦特站, 下列这些观测时间的零假设在 5% 信度水平上可以接受:

1 月下午 2 点, 2 月下午 2 点和下午 9 点, 3 月上旬 7 点, 4 月下午 2 点, 5 月上旬 7 点、下午 2 点和下午 9 点, 6 月上旬 7 点、下午 2 点和下午 9 点, 7 月上旬 7 点, 8 月下午 2 点, 9 月下午 2 点, 10 月上旬 7 点、下午 2 点和下午 9 点, 11 月上旬 7 点、下午 2 点和下午 9 点, 12 月下午 2 点。

在桑比克站对于具有相当少的观测时间, 零假设可以在 5% 信度水平上接受。

这些观测时间是: 5 月上旬 7 点, 6 月上旬 7 点、下午 2 点和下午 9 点, 8 月上旬 7 点、下午 2 点和下午 9 点, 12 月上旬 7 点。在这个基础上, 在那些拒绝了零假设的观测时间, 经验分布被分离成若干个高斯分布的和 (根据 Martschenko 和 Sjomotschkin, 1985)。

因此, 对于一般形式上的温度分布密度, 下式是适合的:

$$f(x) = \Theta_1 f_1(x) + \Theta_2 f_2(x) + \Theta_3 f_3(x) \quad (3.9)$$

$$\text{这里 } \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 = 1 \quad (3.10)$$

$\Theta_i = N_i / N$ 及

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-m_i)^2}{2\sigma_i^2}\right], \quad i=1, 2, 3 \quad (3.11)$$

分离为高斯分布的和可按 Brooks 和 Ruthers(1953) 的方法完成。大多数情况下分离成两个对 5% 信度就够了。三个成分的分离曾实施于 Hohe Warte 站 12 月下午 9 点, 桑比克站 1 月上午 7 点和下午 9 点与 12 月下午 2 点的情况。在下列三种情况(上瓦特在 8 月上午 7 点, 桑比克在 1 月上午 7 点以及在 9 月下午 2 点) 分离未能获得所期待的成功。拒绝分离桑比克站观测时间的依据是非常狭窄的。

3.2.2 温度和水汽压之间可能的随机关系的研究

基于温度和水汽压有类似的年变化, 可以假定它们存在着一种随机关系。即使在所研究的两个观测站里存在着线性相关的情况, 也有可能证实这种关系可以适用于相当多的情况。温度和水汽压之间的随机关系用下式表示:

$$e = b_0 + b_1 T \quad (3.12)$$

将(3.12)代入焓的方程式(2.4), 则焓与绝对温度之间的关系为:

$$I = T + bb_0 + bb_1 T \quad (3.13)$$

如果 $1 + bb_1 = A$ 及 $bb_0 = B$, 则焓依赖于温度的方程是:

$$I = AT + B \quad (3.14)$$

I 可以看做是 T 的线性变化。 T 是正态分布, 平均值为 m_T , 方差为 σ_T^2 。因此, T 的分布密度是:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m_T}{\sigma_T}\right)^2\right] \quad (3.15)$$

焓分布密度函数 $h(y)$, 平均值 m_I 及方差 σ_I^2 和标准偏差 σ_I 能够根据 Stange(1970, I 部分)的方法确定。

焓的密度采用下式计算:

$$h(y) = f(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (3.16)$$

对于平均值和标准偏差, 下列方程是有效的:

$$m_I = Am_T + B \quad (3.17)$$

$$\sigma_I = A\sigma_T \quad (3.18)$$

计算 $\left| \frac{dx}{dy} \right|$ 并把(3.17)和(3.18)代入方程(3.16)中, 便能得出焓的分布密度函数:

$$\begin{aligned} h(y) &= \frac{1}{A} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m_T}{\sigma_T}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{A} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-B-\frac{m_I-B}{A}}{\frac{\sigma_I}{A}}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-m_I}{\sigma_I}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

由此可见, 焓的经验分布有可能用高斯分布或高斯分布的总和来拟合。根据这个方法, 双峰分布也能拟合。

3.2.3 理论分布对资料的拟合

在维也纳的上瓦特和桑比克站的焓的计算值被划分为级差为 $b_K = 4.2$ 千焦耳/千克的若干级别。各月份在三个观测时间(上午 7 点、下午 2 点和下午 9 点)的焓在不同级别中的相对频率 p 可以绘制成直方图。此外, 焓的理论相对频率也根据(3.19)式计算出, 并在相对应的图中以“×”作标志。

在 5% 的信度运用 Kolmogorov-Smirnov 检验(如 Cihak, 1963), 对拟合的精度进行过检验。在上瓦特站, 3 月、4 月、7 月和 8 月的下午 2 点的零假设均被拒绝。桑比克站 10 月上午 7 点和下午 9 点的零假设也被拒绝。

当比较上述观测时间中的相关系数与回归系数(r 和 b_I)时, 便能看到这些时间的 r 和 b_I 是相对地小的。

产生这个问题的原因是从总体来说用那种统计方法来检验其结果是显著或不显著是最恰当的。

Fisher 检验 (quoted by Sneyers, 1975) 看来是最合适的方法。如果 k 是独立序列的数目, a_i 是与差分 D 的最大值有关的显著性水平, $i=1, 2, \dots, k$ 且 $0 \leq a_i \leq 1$, 则表达式为:

$$X = -2 \sum \ln a_i \quad (3.20)$$

X 遵循自由度为 $2k$ 的 χ^2 分布。

Fisher 检验方法分布用于维也纳的上瓦特和桑比克站(上午 7 点、下午 2 点和下午 9 点), 6 个观测时间的结果的检验。在这个关系中, 根据如下的 Taubenheim (1969) 公式计算了置信度范围 D_a :

$$D_a = \sqrt{\frac{\ln(a/2)}{2n}} \quad (3.21)$$

Fisher 检验的结果概括在表 1 中。

表 1 对于维也纳的上瓦特和桑比克站
Fisher 检验的结果

站	观测时间	X
上瓦特	上午 7 点	23.59
上瓦特	下午 2 点	67.39
上瓦特	下午 9 点	21.38
桑比克	上午 7 点	28.84
桑比克	下午 2 点	15.89
桑比克	下午 9 点	22.51

在所有这些情况下, 自由度为 $2k=24$, 在 5% 信度的检验临界值为 36.42。

从这些结果可以看出, 除了上瓦特站下午 2 点观测的情况外, 其他情况经检验基本上在 5% 信度水平上是显著的。以所研究的某些情况为例, 在上瓦特(4 月下午 9 点)和桑比克(12 月下午 9 点)的结果如图 1 所示。

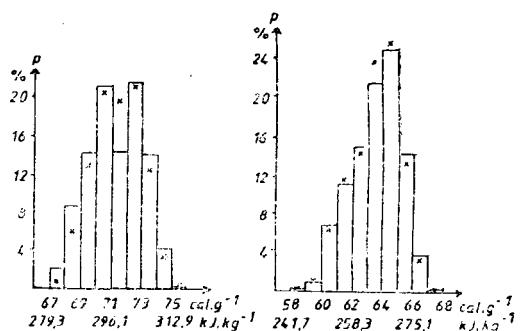


图 1 关于上瓦特 4 月下午 9 点(左边: $D=0.012$, $D_a=0.079$)及桑比克站 12 月下午 9 点(右边: $D=0.016$, $D_a=0.077$)的焓的相对频率和理论值(X)

这表明提出的分离法是描述焓的统计分布的一种可能途径。如果有可能证实温度和水汽压在统计上是独立的并服从高斯或 γ 分布的话, 那么便能采用这种焓的理论分布函数。

何素兰译自 Theor. Appl. Climatol.
38. 185—190(1987) 孙安健校