

# 地震失稳的滑动弱化模型的 有限元分析

李炳乾

(陕西省地震局)

## 摘 要

本文采用有限元方法,对直立的、无限长的二维走滑断层上的地震不稳定性滑动弱化模型进行分析,研究断层参数对失稳的影响,从理论上探索当断层强、弱区均有弱化现象时,断层破裂的前兆信息,进而分析摩擦应力弱化规律与地震预报的关系,讨论失稳前后位移场、应变场和应力场的演变过程。

## 一、前 言

1973年,Palmer & Rice在粘土的剪切实验中发现,当剪切力达到峰值之后,使滑动继续下去的剪切力,随滑动距离的增加而减小,据此提出了滑动弱化模型。后来对花岗岩样品做的摩擦实验也证实了这种现象<sup>1)</sup>。

Stuart等<sup>[2]、[8]</sup>利用滑动弱化模型对无限长、直立的二维走滑断层的地震不稳定性进行了研究,还利用该模型对圣费尔南多地震(1971)的观测资料进行了模拟<sup>[4]</sup>,理论和观测的隆起值以及地震参数互相吻合。1981年Stuart<sup>[5]</sup>利用该模型提出了预报地震的刚度法,并对圣安德烈斯断层进行了初步的验证。牛志仁等<sup>[6]</sup>利用滑动弱化模型对有限长的、含有粗糙区的二维走滑断层的地震不稳定性作了研究。这些研究表明滑动弱化模型对震源机制和地震预报的研究具有重要意义。

本文将进一步研究直立的无限长二维走滑断层上的地震不稳定性。假设摩擦应力沿深度方向是均匀的,沿走向呈强弱相间的周期性分布。强区对应于断层粘合得较好的地段,弱区对应于粘合较差的地段,这与郭增建和秦保燕<sup>[7]</sup>提出的组合模式相一致。本文采用有限元和逐次迭代相结合的方法对模型所归结的弹性力学中的非线性问题进行数值求解,研究参数对失稳的影响,从理论上探索当强、弱区均有弱化现象时,断层破裂的前兆信息,探讨摩擦应力弱化规律与地震预报的关系,分析失稳前后位移场、应变场和应力场的演变历史。

1) 陈颀, 断裂力学在地质学的一些应用, 1982.

## 二、模型与计算方法

模型如图1所示。直立的无限长二维走滑断层周围的介质用弹性板来模拟，取x轴沿断层走向方向，y轴沿垂直于断层迹线方向。假设弹性板上、下面均为自由面，厚度和宽度之比很小，摩擦强度沿走向呈周期性分布，周期为2b，弱区宽度为2a，摩擦应力随位移呈高斯型分布，即

$$\tau_z(u, x) = \{ (S_b - S_a)[H(|x| - 2nb - a) - H(|x| - 2(n-1)b + a)] + S_a \} \cdot \exp\left[-\left(\frac{u}{k}\right)^2\right] \quad (1)$$

$\tau_z$ 与其他物理因素无关。通过板两侧远处均匀增加的构造位移来加载，断层滑动只有当构造位移增加时才增加。

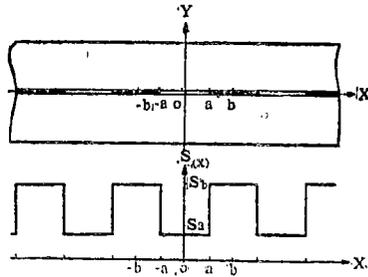


图 1

由于目前对断层和周围介质的本构关系尚无详细而真实的了解，只能通过适当选择有代表性的长度b、位移k和应力 $S_a$ 使变量无量纲化，求无量纲化的数值解。根据模型的周期性和解的对称性，可以在一个周期的四分之一一区域内给出定解问题，该问题对应于弹性理论中的平面应力问题。但是由于边界条件的非线性使问题的求解更为困难，只有用有限元和逐次迭代相结合的方法来求数值解。

首先把求解区域划分为三角形单元，再求出弹性板内总位能关于节点位移的表达式，最后利用最小总位能原理导出基本方程： $[k]\{\tilde{\delta}\} = \{Q(\{\tilde{\delta}\})\}$ ，其中“~”表示已消除线性方程组的奇异性。表面力向量{Q}和位移向量{δ}均为未知数，只有在求解过程中同时确定。为此，必须用松弛迭代的方法来处理。对于给定的迭代初值{δ<sup>0</sup>}，在求得第n次近似解{δ<sup>n</sup>}后，令{δ<sup>n</sup>} = {δ<sup>n-1</sup>} + F · ({δ<sup>n</sup>} - {δ<sup>n-1</sup>}) (F > 0是松弛因子)，再用{δ<sup>n</sup>}求出表面力{Q<sup>n</sup>({δ<sup>n</sup>})}，判断是否满足收敛条件 $\Delta^2 = \|\{Q^n\} - \{Q^{n-1}\}\|^2 < \epsilon$ ，如果满足，则{δ<sup>n</sup>}就是误差ε下的“真解”，否则，由基本方程求第n+1次近似解。重复上述过程，直到满足收敛条件为止。在求解中，必须适当选择松弛因子，因为F过大或过小均影响收敛速度。

## 三、数值结果及其分析

对于原始模型所归结的定解问题，按照上节所述的数值方法，对以下八组不同的参数进行计算并给出数值结果。

- (1) E = 3, SS = 4, a = 0.5;
- (2) E = 10, SS = 4, a = 0.5;
- (3) E = 3, SS = 1;
- (4) E = 3, SS = 4, a = 0.875;
- (5) E = 3, SS = 2, a = 0.5;

$$(6) E = 3, SS = 4, a = 0.125;$$

$$(7) E = 3, SS = 4, a = 0.25;$$

$$(8) E = 3, SS = 4, a = 0.75.$$

其中, E是弹性板的无量纲化刚度, SS是断层强区的无量纲化强度, a是弱区的无量纲化半宽度。由于篇幅所限, 这里仅用图示的方法给出前四组参数的数值结果, 并通过对不同参数组合的数值结果的对比, 进行有关的分析和讨论。

1. 参数对失稳的影响

为了便于讨论参数对失稳的影响, 用断层上的平均位移  $\bar{u}$  和平均峰值  $\bar{S}$  来表示弹性板的平均剪应力和断层上的平均摩擦应力:

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} (U - \bar{u}) / Y \quad (Y = 1) \tag{2}$$

$$\bar{\tau}_f = \bar{S} \cdot e^{-\bar{u}^a}$$

定义弹性板和断层的刚度  $K_p$  和  $K_f$  分别为  $\bar{\tau}_{xy}$  和  $\bar{\tau}_f$  对  $\bar{u}$  的一阶导数, 即:

$$K_p = -\frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial \bar{u}} = -\frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3}$$

$$K_f = \frac{\partial \bar{\tau}_f}{\partial \bar{u}} = -2\bar{S} \bar{u} e^{-\bar{u}^a}$$

当断层的刚度随位移  $\bar{u}$  弱化得比弹性板的刚度小时, 即  $K_f < K_p$ , 失稳发生。在物理上, 这意味着弹性板内的剪应力超过断层上的摩擦应力, 破坏了稳定平衡, 只有通过动态失稳解除弹性板内“多余的”剪应力, 才能使整个系统达到新的准静态平衡。

图 2 是断层上的位移  $u(x, 0)$  对远场位移  $U$  的曲线。通过对比可以看出: 在其他参数不变的情况下, 较小的 E 或较小的 a 或较大的 SS 对应于失稳; 较大的 E 或较大的 a 或较小的 SS 则对应于稳定滑动。参数还控制着失稳时所产生的位错的大小。参数 E 通过弹性板的刚度  $K_p$  来实现它对失稳的控制, 参数 a 和 SS 则通过断层的平均刚度  $K_f$  来实现它们对失稳的控制。

2. 位移分布

图 3 是不同的远场位移  $U$  所对应的断层上沿其走向的位移  $u(x, 0)$  对坐标  $x$  的曲线。从图 3 中可以看出, 在同一

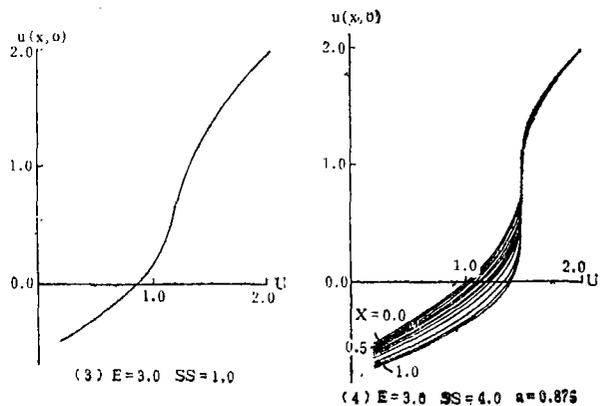
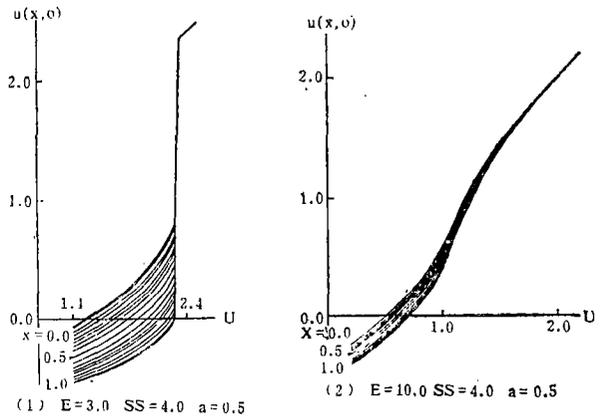


图 2

远场位移 $U$ 下，断层的低强度区的位移要比高强度区的位移大，而且随着远场位移 $U$ 的增加，低强度区的位移增加速率也比高强度区位移的增加速率大，尤其对于失稳情况，这种现象更为明显。图4(1)表明，在某一远场位移处，远场位移的微小增加能够引起断层位移的突变，产生不稳定滑动。在出现失稳之前，断层位移 $u(x, 0)$ 的空间不均匀性随着远场位移的增加变得越来越显著，即断层上高强度区的位移在滑动的过程中越来越明显地滞后，这可能就是地震不稳定性主要特征之一。另外还可以发现，在失稳前位移最滞后的点位于高强度区的中心，这也是失稳时质点速度和加速度最大的位置。在失稳前，断层上的位移 $u(x, 0)$ 出现了加速现象，离高强度区中心越远的地方加速滑动出现得越早。距断层迹线较近处的位移出现加速现象较早，其加速的幅度也较大。

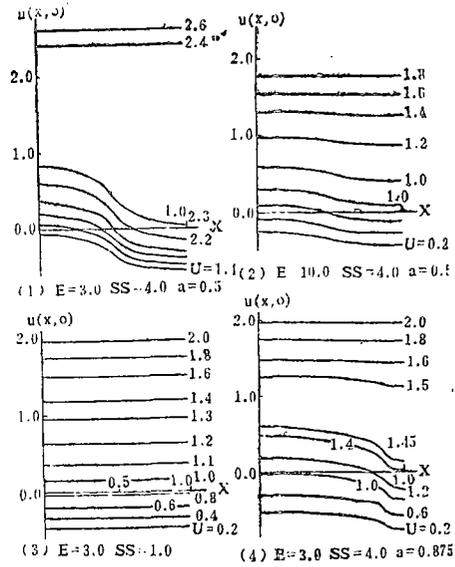


图 3

数值结果还表明，垂直于断层迹线方向的位移 $V(x, y)$ 随远场位移的变化而变化，其变化的速度与空间坐标有关。对于失稳情况，当失稳过程中位移 $u$ 的跳变较大时，失稳前位移 $V$ 始终随 $U$ 的增加而增加；在位移 $u$ 的跳变较小时，失稳前 $V$ 在初始阶段随 $U$ 的增加而增加，而在临近失稳时， $V$ 随 $U$ 的增加而减小。对于稳定滑动情况，在 $U$ 较小时， $V$ 随 $U$ 的增加而增加，达到某一峰值之后，开始随 $U$ 的增加而减小。断层的不均匀性对 $V$ 有较大的影响， $SS$ 较大 $V$ 亦较大。

### 3. 断层上的摩擦应力及其弱化规律

图4是断层上的摩擦应力 $\tau_t$ 对远场位移 $U$ 的曲线，反映出 $\tau_t$ 随 $U$ 变化的基本图象，可以看出：对于给定的某一考察点，当 $U$ 较小时， $\tau_t$ 是 $U$ 的增函数，称该点处于“强化状态”；当 $U$ 较大时， $\tau_t$ 是 $U$ 的减函数，称该点处于“弱化状态”。对于不同的点，摩擦应力不是同时达到峰值的，而是按照一定的先后次序相继达到峰值，其迁移规律受断层的本构关系（摩擦规律）的制约。在整个断层都处于强化状态时，各强度区内坐标 $x$ 小的点的摩擦应力比同一区内坐标 $x$ 大的点的摩擦应力大，而在整个断层都处于弱化状态时，出现相反的情况，摩擦应力的大小在同一强度区内实现了反转，断层局部弱化的过程就是实现这种反转的过程。

图5是摩擦应力达到峰值的点的坐标 $x$ 相对于远场位移 $U$ 的曲线。它反映了达峰值点随 $U$ 的增加在空间上的变化规律。从图5中可以看出，不同的参数组合的摩擦应力达峰值点在空间上的迁移速度是不同的，这体现着参数的影响。但是，它们的迁移规律是相同的（(3)除外），都是从低强度区的中心（ $x = 0$ ）开始，以较大的速度减速地向峰值阶跃点（ $x = a$ ）迁移，此后，又以较小的速度加速地向高强度区中心（ $x = 1$ ）迁移。断层的平均摩擦应力开始时随 $U$ 的增加而强化，达峰值后又随 $U$ 的增加而弱化。在整个断层都处于弱化状态时，弱化的速度是加速度的。当某一远场位移 $U$ 处断层的弱化速度比弹性板内的剪应力减小的速度大时，就出现动态失稳；反之，就是稳定滑动，这时，弹性板内积累的应变能就以稳

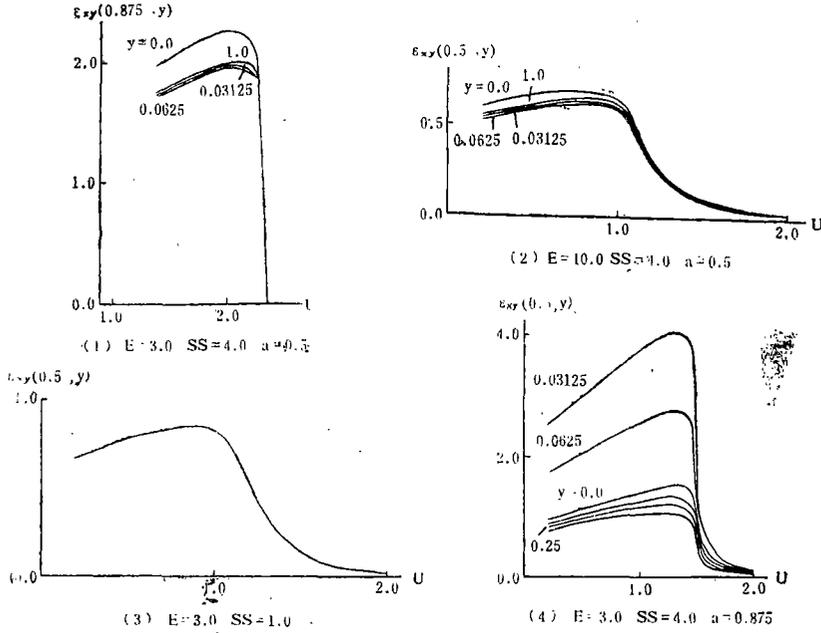


图 4

滑或称为“慢地震”的形式连续地释放。总之，无论是失稳或是稳定滑动，断层上的平均摩擦应力都要在强化到最大值之后开始弱化，其主要区别在于稳定滑动对应于摩擦应力的连续减少，失稳对应于摩擦应力的突然降低。

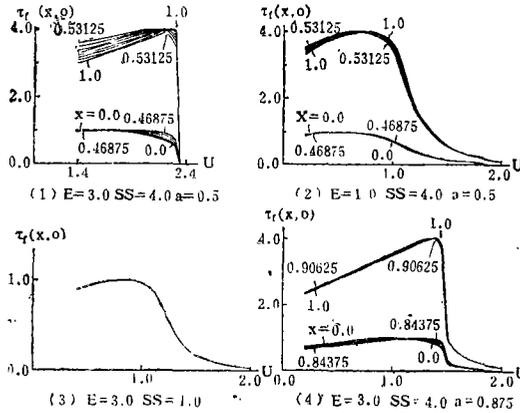


图 5

#### 4. 参数对弹性板内剪应变的影响

图 6 是  $x = a$ ,  $y$  取不同值的点的剪应变相对于  $U$  的曲线。从图中可以看出，在给定  $U$  时，剪应变  $\epsilon_x(a, y)$  随  $y$  而变化，而剪应变的分布以及剪应变的大小之间的差取决于参数。通过对比可以发现：当  $E$  较小时，失稳前在距断层迹线较近的地方  $\epsilon_x$ ，随位移  $U$  的增加而降低的数值比较大，出现剪应变降低的时间也比较早。参数  $a$  对  $\epsilon_x$  的影响比较大，当  $a$  较小时， $\epsilon_x$  开始减小的时间较早，减小量也比较大。对于稳滑情况， $\epsilon_x$  都在达到最大值之后加

速减小, 此后又转化为减速减小。虽然在某种情况下, 相对于某一 $U$ 值的 $\epsilon_{xy}$ , 有较大的减小速度, 但其速率却始终连续的。

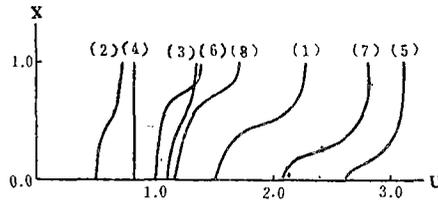


图 6

#### 四、结 语

通过对数值结果的分析可以看到: 断层带的破裂既可能是动态不稳定的, 也可能是急剧的准静态的稳定滑动, 前者对应一次地震, 后者则对应快速蠕动事件或“慢地震”。断层参数对于动态不稳定性的发生与否则有控制作用, 较小的 $E$ 或较大的 $SS$ 或较小的 $a$ 有利于失稳。断层参数对位移场、应变场和应力场的时空分布有明显的影响, 在稳定和不稳定两种情况下, 断层的摩擦应力、位移都有很大的差异, 随着 $U$ 的匀速增加, 不稳定情况的相应量在空间上越来越不均匀, 断层上高强度区的 $u$ 越来越滞后, 这可能是地震发生的一个普遍的前兆现象。在失稳时断层出现较大位错的情况下, 位移 $V$ 在临近失稳时出现了相对明显的加速现象, 但是由于该方向的位移相对较小, 在实际观测中很难发现这种加速现象。在失稳时, 应力降最大的地方与位错最大的地方相对应, 如果把其位置作为震源的话, 则震源就位于断层上高强度区的中心附近。在临近失稳时, 虽然断层的某些部分还处于强化状态, 但断层上的平均摩擦应力随 $U$ 的匀速增加而加速减小, 整个断层的平均效应在临失稳之前表现为弱化。断层上的摩擦应力随位移的弱化具有这样的规律: 从低强度区的中心开始, 以较高的速度向强度阶跃点减速扩展, 过该点之后, 以较低的速度向高强度区的中心加速扩展。

本文模型的本构关系表明, 在断层失稳之前, 断层强度要经历一个弱化过程。如果把断层的弱化区域看做是地震活动区, 那么可以发现, 本文中断层的弱化区的分布及其扩展规律与大震前地震活动性的时、空变化很相似, 其特点是: 开始, 某些地方的地震活动性较强, 其中间往往夹有地震空区, 随着构造外载的增加, 空区两端的地震活动性增强, 随后在空区内出现主震。

在本文中, 有些假设与断层的真实情况还有一定的差距, 最近的一些实验研究表明, 断层的摩擦应力与形变速度有着密切的关系, 而在本文中做了摩擦应力与形变速度无关的假设, 对于更真实的情况还有待于进一步研究。文中把弹性板的底面处理为自由面, 这在位移速度比较微小的情况下, 可做为真实情况的很好的近似, 但是在位移速度很大的情况下, 作这样的处理, 与真实情况的差距就比较大了。虽然如此, 本文的研究对于探讨震源机制和前兆现象还是有所裨益的。

本文是在牛志仁老师的悉心指导下完成的, 冯德益、朱传镇两位老师审阅了全文并提出了宝贵的意见, 作者在此一并表示衷心的感谢。

## 参 考 文 献

- [1] Stuart, W. D., Strain softening prior to two-dimensional strike slip earthquakes, *J. Geophys. Res.*, Vol. 84, 1063—1070, 1979.
- [2] Stuart, W. D. and G. M., Mavko, Earthquake instability on a strike-slip fault, *J. Geophys. Res.*, Vol. 84, 2153—2160, 1979.
- [3] Stuart, W. D., Strain-softening instability model for the San Fernando earthquake, *Science*, No. 203, 907—910, 1979.
- [4] Stuart, W. D., Stiffness method for anticipating earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, Vol. 71, 363—370, 1981.
- [5] Niu Zhiren and Zhang Yi, Analysis for slip-softening instability on a Heterogeneous fault, *J. Seismol. Res.*, 1985.
- [6] 郭增建、秦保燕, 震源物理, 地震出版社, 1979.
- [7] 复旦大学数学系, 有限元素法选讲, 科学出版社, 1976.
- [8] 徐芝纶, 弹性力学, 人民教育出版社, 1979.

ANALYSIS FOR SLIP-SOFTENING MODEL OF EARTHQUAKE  
INSTABILITY BY FINITE ELEMENT METHOD

Li Bingqian

(*Seismological Bureau of Shanxi Province*)

Abstract

In this paper, the slip-softening model of earthquake instability on a strike-slip vertical fault with infinite length has been analysed by the finite element method. The effects of fault parameters on instability and precursors have been researched when there is softening phononous on both stiff and soft regions of fault. Relations between softening low of frictional stress and earthquake prediction have been analysed. The process of changes in displacement, strain and stress fields before and after instability has been discussed.