液化场地桥梁群桩-土耦合体系强震反应分析。

唐浩¹,石秀峰²,唐亮²,蔡德钩³,凌贤长²,王东洋²

(1.华中科技大学机械科学与工程学院,湖北 武汉 430074; 2.哈尔滨工业大学土木工程学院,黑龙江 哈尔滨 150090;2.中国铁道科学研究院,北京 100081)

摘要:针对振动台试验,采用 u-p 形式控制方程表述饱和砂土的动力属性,选用土的多屈服面塑性 本构模型刻画饱和砂土和黏土的力学特性,引入非线性梁-柱单元模拟桩,建立试验受控条件下液 化场地群桩-土强震相互作用分析的三维有限元模型,并通过试验结果验证数值建模途径与模拟方 法的正确性。以实际工程中常用的 2×2 群桩为例,建立桩-土-桥梁结构强震反应分析三维有限元 模型。基于此,针对不同群桩基础配置对液化场地群桩-土强震相互作用影响展开具体分析。对比 发现,桩的数量相同时,桩排列方向与地震波输入方向平行时比垂直时桩基受力减小5%~10%,而 对场地液化情况无明显影响;相同排列形式下,三桩模型中土体出现液化的时间约比双桩模型延缓 5 s,桩上弯矩和剪力减小 33%~38%。由此可见,桩基数量增加,桩-土体系整体刚度更大,场地抗 液化性能显著,桩基对上部桥梁结构的承载性能明显增强,其安全性与可靠性更高。这对实际桥梁

关键词:液化场地;群桩基础;强震反应;桩-土相互作用;三维非线性有限元法
 中图分类号:TU4
 文献标志码:A
 文章编号:1000-0844(2016)06-0869-08
 DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2016.06.0869

Strong Seismic Response of Pile Group-soil Coupling System in Liquefied Ground

TANG Hao¹, SHI Xiu-feng², TANG Liang², CAI De-gou³, LING Xian-zhang², WANG Dong-yang²
(1. School of Mechanical Science & Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China;
2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, Heilongjiang, China;
3. China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China)

Abstract: A three-dimensional finite element model was established for a shaking table test of dynamic pile group-soil interaction. Governing equations of u-p formulation were used to describe the dynamic properties of saturated sand. We choose a plastic multi-yield surface constitutive model to describe the dynamic properties of saturated sand, and a nonlinear beam-column element was used to simulate the pile in this model. The results of the test verify the validity and effectiveness of the numerical model. In an experiment using a 2×2 pile group, a three-dimensional nonlinear finite element model of soil-pile-bridge structure interaction was established. Based on this 2×2 pile group model, with a 2 piles in row pile group model (2PR) and a 2 piles in parallel pile group model (2PP), a 3×3 pile group model (with a 3PR pile group model and a 3PP pile

① **收稿日期:**2016-10-21

基金项目:国家自然科学基金项目(51578195,51378161 和 51308547);国家重点基础研究发展 973 计划项目(2012CB026104) 作者简介: 唐 浩(1992-), 男, 工程师, 主要从事土木工程机械动力学等方面研究。E-mail: tanghao2358@163.com。

通信作者:唐 亮(1981-),男,博士,副教授,博士生导师,主要从事岩土地震工程与土动力学、路基动力学等方面教学和研究。 E-mail;hit_tl@163.com。

group model) have been expended. Based on different configurations of pile group foundations, an analysis of soil-pile group interaction in liquefied ground was made. When using the same number of piles and a pile array direction parallel to the direction of seismic wave, stress is reduced by $5\% \sim 10\%$. However, there are few obvious effects on site liquefaction conditions. Under the same parallel array of piles, in comparison to the two-pile model, the three-pile model ground-liquefaction time results in delays of 5 s, and pile bending moment and shear force decreases $33\% \sim 38\%$. With an increase in the number of piles, the ground-liquefaction time is delayed, and the stress of pile body decreases. The results of this study will be of significant use for bridge engineeringdesign.

Key words: liquefied ground; pile group foundation; strong seismic response; pile-soil interaction; three-dimensional nonlinear finite element method

0 引言

诸多震害调查显示:地震土体液化是导致桩基 桥梁结构破坏的重要原因之一〔1〕。近年来我国桥梁 事业蓬勃发展,实际工程中多采用群桩基础,加之我 国地震分布广且多发,一般建桥地区多为极易液化 场地,故而地震中土体液化是否导致群桩基桥梁结 构的破坏便成为我国桥梁工程抗震中需要认真考虑 且妥善处理的问题之一[2]。液化场地桩-土-桥梁结 构动力相互作用分析对于桥梁桩基抗震研究具有重 要作用,已受到诸多学者的关注^[3-4]。国外,Klar 等^[5]、Zhou 等^[6]及 Lu 等^[7]探讨了液化场地群桩效 应问题,并对桩间距等因素对群桩响应的影响进行 了研究。Wang 等^[8]、Jayasinghe 等^[9]采用非线性有 限元方法,针对爆炸荷载对桩-土相互作用及上部结 构的影响进行了研究。国内,王睿等[10]给出了液化 土侧向大变形下弹性单桩和群桩地震响应的解析 解。李雨润等[11]、王志华等[12]调查了液化土对桩 的力学行为的影响情况。唐亮等^[13]、Tang等^[14]、 Tang 和 Ling^[15]研究了液化场地桥梁各类群桩的地 震反应特征与地震失稳机理。

目前,研究液化场地桩基桥梁结构抗震问题的 手段主要包括试验方法和理论与数值分析方法。动 力模型试验存在较大的局限性,如耗时、费钱且考虑 的影响因素有限;数值分析方法因其技术优势,能够 较好地模拟土体的液化效应及桩-土动力相互作用 等,国际上已将其广泛用于液化场地桩基桥梁结构 地震反应分析中,但其更多集中于液化场地单桩地 震反应的模拟与分析的研究中,对于群桩及群桩配 置形式对桩-土动力相互作用的研究尚少。本文针 对液化场地桩-土强震相互作用问题,借助 OpenSees 有限元计算平台建立液化场地桩基动力反应三 维非线性有限元数值模型,开展液化场地桥梁群桩 基强震反应与影响因素研究工作,分析群桩配置对 桩-土耦合体系动力性能的影响效应。

1 振动台试验数值模型

1.1 振动台试验

试验传感器布置见图 1^[15]。试验中,桩径 0.08 m,桩长 2.0 m,入土深度 1.7 m,桩底距土箱底 部 0.2 m,桩间距 0.3 m;承台长 0.46 m×宽 0.46 m ×高 0.15 m;柱墩直径 0.16 m,长 0.82 m。模型桩、 柱墩为微粒混凝土且配镀锌铁丝,微粒混凝土以较



大粒径的砂砾为粗骨料、较小粒径的砂砾为细骨料, 镀锌铁丝规格为 \$1.9 mm;承台制作材料采用 C30 混凝土;上部配重 120 kg 以模拟桥梁结构。地基总 厚度 1.9 m,下伏 1.6 m 厚砂土层,上覆 0.3 m 厚人 工重塑黏土(分层碾压、夯实,形成地震作用下典型 的不排水场地条件)。地下水位处于上下土层分界 处,饱和砂层采用水沉法形成,以保证地基砂土层充 分饱和且均匀。箱底输入 0.633g EI Centro 波。

1.2 有限元模型

针对振动台试验,建立液化场地群桩-土-桥梁 结构动力相互作用分析的三维有限元模型(图 2). 采用有限元公式 u-p 表示饱和砂土的动力水土耦 合作用机制(u 为土颗粒位移,p 为砂土的孔压)。 为了保证数值计算的收敛性,引入瑞利阻尼(C = $\alpha M + \beta K, \alpha$ 为质量比例系数, β 为刚度比例系数)考 虑体系的阻尼效应。通过对体系白噪声扫频,得到 $\alpha = 0.06376 \pi \beta = 0.00634$ 。借助体系线性辨识理 论,针对液化问题,将 α 调整为0、 β 设置为0.002。 砂层采用土-水完全耦合(u-p) 20-8 节点六面体等 参单元模拟。为了模拟黏土剪切弹塑性特征,采用 具有多屈服面运动特征的塑性本构模型:假定土体 只在偏应力-应变反应中出现塑性变形,体应力-应 变反应为线弹性而与偏分量无关,通过嵌套面概念 与相关联流动法则表示土的塑性,且采用双曲线关 系定义剪应力-应变骨干曲线。计算参数见表 1^[14]。 砂土采用多屈服面塑性本构模型,可描述循环动荷 载下大变形砂土的动力特性。基于 Prevost 模型理 论框架,利用多屈服面的方法描述砂土的循环滞回 特性,引入合理的加载-卸载流动法则,刻画循环动



图 2 液化场地群桩-土-桥梁结构地震相互作用模型 Fig.2 Interaction model of pilegroup-soil-bridge structure in liquefied ground

载作用下砂土的收缩、理想塑性和剪胀特性等偏体应 变动力耦合效应。为使数值计算稳定,模型特别融入 了修正的 Mroz 偏硬化准则。计算参数见表 2^[14]。

表1 黏土的本构模型参数

Table 1 Parameters for constitutive model of clay

参量	取值
密度/(kg・m ⁻³)	1 800
参考低应变时剪切模量 $G_0/kPa(P_r=80 kPa)$	$6.0 imes 10^4$
参考体积模量 $B_0/kPa(P_r=80 kPa)$	$3.0 imes 10^{5}$
黏聚力 c/kPa	35
峰值剪应变 g _{max} (P _r =80 kPa)	0.1
摩擦角 ¢/(°)	12
压力相关参数 n _p	0
渗透系数 $k/(\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1})$	1.0×10^{-9}
泊松比 μ	0.4

表 2 砂土的本构模型计算参数

Table 2 Parameters for constitutive model of sand

参量	中砂
密度/(kg・m ⁻³)	2 000
参考低应变时剪切模量/kPa($P_r = 80$ kPa)	1.0×10^{5}
参考体积模量 $B_0/kPa(P_r=80 kPa)$	3.0×10^{5}
摩擦角 ∳/(°)	37
峰值剪应变 g _{max} (P _r =80 kPa)	0.1
参考平均有效围压 P_r/kPa	80
压力相关参数 n _p	0.5
相位转换角 ø _{pt} /(°)	27
渗透系数 k/(m・s ⁻¹)	$6.6 imes 10^{-5}$
定义由剪力引起体积收缩率的非负常量 c1	0.05
定义由剪力引起体积膨胀率的非负常量 d1	0.6
定义由剪力引起体积膨胀率的非负常量 d ₂	3
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 l_1/kPa	5
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 l2	0.003
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 l ₃	1

有限元模型中,桩顶施加集中质量点用于模拟 桥梁结构。桩模拟为非线性梁单元,并采用非线性 弯矩-曲率关系表述桩的属性,计算参数见表 3^[16]。 通过径向辐射状杆单元,连结梁单元节点和桩周土 单元节点以模拟桩-土相互作用;模型基底为刚性边 界。模型侧边界采用一致耗能阻尼边界(即通过在 模型边界处设置阻尼器吸收地震波能量,减小边界 影响)。模型基底直接施加实测的地震时程,合理考 虑桩-土体系受到的作用效应。计算中选用位移增 量准则作为收敛判据。

1.3 数值建模技术途径与可靠性检验

土体加速度计算值与试验值对比见图 3。由图 可知,无论是地表处还是埋深 0.7、1.05 m 处,土体加 速度的计算值与试验值步调均保持一致。在10~15 s 内近场土体加速度计算值幅值要比试验值略小,但 在不同埋深处其变化规律一致,且仅在该时段内出 表 3 钢筋混凝土桩的物理参数

弹性模量 /MPa	Table 3 Physical parameters of reinforced concrete pile 弹性模量 惯性矩 扭转惯性矩 密度 剪切模量 /MPa /m ⁴ /m ⁴ /(kg • m ⁻³) /MPa					
2.08×10^4	2.01×10^{-6}	4.02×10^{-6}	2 400	8.7×10 ³	16.5	







现较大波动。图 4 展示砂层超孔隙水压力计算值与 试验值对比情况。由图可知,模型孔压二者之值吻 合较好,且在振动初期均较小;随后随基底激励的增 大二者均出现较大增幅,振动继续进行,孔压逐渐消 散且图像中出现毛刺现象;在振动末期孔压趋于稳 定,计算值略大于试验值,可能是土箱水流出所致。 桩的应变计算值与试验值的对比见图 5。由图可 知,在振动初期桩的应变二者之值吻合较好;随后试 验值率先出现波动且幅值大于计算值,但整体二者 变化趋势并无较大差异;在 15~30 s内,埋深0.3 m 处桩的应变计算值与试验值出现较大差异,原因是 埋深 0.3m 处为土层分界面,试验过程中桩基发生 破坏完全折断;振动末期,桩的应变趋于稳定且计算 值略大于试验值。



基于上述验证的数值建模途径与模拟方法,将





Fig.4 Comparison between experimental and calculated values of excess pore water pressure of sand layer





Fig.5 Comparison between experimental and calculated values of the strain of pile

研究直接拓展到实际桥梁工程中,系统研究双桩与 三桩排列形式下液化场地群桩-土强震相互作用问 题。由于振动台实验尺寸较小,为了模拟真实场地, 改变模型尺寸,土体分为上、下两层,上覆 10 m 厚 中砂,下伏 10 m 厚密砂,计算参数见表 4、表 5^[16], 地下水位位于地表处。群桩基长 15 m,地上1.5 m, 地下 13.5 m,计算参数见表 3^[16]。基底输入0.633g EI Centro 波。以 2×2 群桩为基础进行分析。在保 证桩间距均为 3 倍桩径时分别考虑 2 根桩在一行 (2PP,即与地震动输入方向垂直)的情况,并扩展到 3×3、3PR 和 3PP 群桩形式(图 6)。

表 4 中砂的本构模型计算参数

Table 4	Parameters	for	constitutive	model	of	medium	sand

6 H	. [
<i>季</i> 重	甲砂
密度/(kg・m ⁻³)	2 000
参考低应变时剪切模量/ $kPa(P_r=80 kPa)$	1.0×10^{5}
参考体积模量 B ₀ /kPa(P _r =80 kPa)	$3.0 imes 10^{5}$
摩擦角 ø/(°)	37
峰值剪应变 g _{max} (P _r =80 kPa)	0.1
参考平均有效围压 P_r/kPa	80
压力相关参数 n _p	0.5
相位转换角 øpt/°	27
渗透系数 k/(m • s ⁻¹)	$6.6 imes 10^{-5}$
定义由剪力引起体积收缩率的非负常量 c1	0.05
定义由剪力引起体积膨胀率的非负常量 d1	0.6
定义由剪力引起体积膨胀率的非负常量 d ₂	3
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 l_1/kPa	5
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 12	0.003
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 13	1

表 5 密砂的本构模型计算参数

Table :	5 F	Parameters	for	constitutive	model	of	dense	sand	
---------	-----	------------	-----	--------------	-------	----	-------	------	--

参量	密砂
密度/(kg・m ⁻³)	2 100
参考低应变时剪切模量/kPa($P_r = 80 \text{ kPa}$)	1.3×10^{5}
参考体积模量 $B_0/kPa(P_r=80 kPa)$	3.9×10^{5}
摩擦角 ∳/(°)	40
峰值剪应变 g _{max} (P _r =80 kPa)	0.1
参考平均有效围压 P_r/kPa	80
压力相关参数 n _p	0.5
相位转换角 øpt/(°)	27
渗透系数 k/(m・s ⁻¹)	$6.6 imes 10^{-5}$
定义由剪力引起体积收缩率的非负常量 c_1	0.05
定义由剪力引起体积膨胀率的非负常量 d ₁	0.6
定义由剪力引起体积膨胀率的非负常量 d ₂	3
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 l_1/kPa	5
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 l2	0.003
液化引起理想塑性剪应变累积的控制参数 13	1

2.1 双桩排列形式

图 7 给出了双桩排列形式下土体 $\Delta u/\sigma'$ (超孔 隙水压力/土体有效应力)的变化。地震时,三种群 桩配置的上部中砂层均发生液化,但 2PR 和 2PP 的 群桩模型土体液化时间要早于 2×2 群桩模型。究 其原因,2×2群桩对桩周土体加固更显著,桩-土体 系整体刚度更大,地震下土体可更久地保持原有的 强度和刚度,因此其抗液化性能更优,从而提高了桩 基的安全性和可靠性。双桩排列形式下桩的弯矩和 剪力的变化见图 8。2×2 群桩模型比 2PR 和 2PP 群桩模型桩的弯矩分别减小16%和20%,桩的剪力 分别减小17%和27%。可见,2×2群桩模型中土 体对桩的支撑作用更明显, 地震过程中桩受到外荷 载较小,桩基抗震性能更优,这与场地孔压反应分析 得出的结论一致。对于 2PR 模型与 2PP 模型,当桩 排列方向与地震动方向平行时桩-土体系整体刚度 更大,桩受到的荷载更小。对比上下土层,上部中砂



层发生液化,而下部密砂层的 $\Delta u / \sigma'$ 峰值仅为 0.4。 桩的峰值弯矩出现在土层分界面处,而其峰值剪力 位于土层分界面上方约 1.5~1.7 m。

2.2 三桩排列形式

图 9 给出了三桩排列形式下土体 $\Delta u / \sigma'$ 的变化。由图可知 3PR 和 3PP 的群桩模型土体液化时间早于 3×3 群桩模型,这与单排双桩条件下的结果 一致。对比图7和图9,发现相同排列形式下,群桩



Fig.7 Influence of configurations with single row and two piles on the $\Delta u/\sigma'$





Fig.8 Influence of configurations with single row and two piles on bending moment and shear force of pile





Fig.9 Influence of configurations with single row and three piles on the $\Delta u/\sigma'$

数量越多孔压增长越缓慢,3×3 群桩模型中土体出 现液化的时间约比 2×2 群桩模型延缓 5 s。其他两 种桩基排列形式也可得出类似的规律。三桩排列形 式下桩的弯矩和剪力的变化见图 10。桩的弯矩分 别减小 20%和 25%,剪力分别减小 33%和 38%,其 变化规律与双桩排列形式一致。对比图 8 和图 10, 发现单排三桩模型的桩的弯矩和剪力比单排双桩约 减小 21%~25%,可见单排三桩群桩基础的抗震性 能更优良。

3 结论

针对振动台试验,建立试验受控条件下液化场

地群桩-土动力相互作用三维非线性有限元分析模型。将试验测得的土体和桩的响应与数值计算结果进行对比,对数值模型的可靠性进行验证,并将试验模型拓展到实际工程中,分析不同形式的群桩基础地震性能与场地反应,并得到如下基本认识:

(1) 场地液化情况与群桩数量有关;桩的峰值 弯矩和剪力与土层土性、群桩数量、桩基排列形式等 因素密切相关。场地液化过程中,土层分界处桩出 现峰值弯矩,在其上部 1.5~1.7 m 处出现峰值剪 力。揭示了地震液化区桥梁产生倾斜、倾倒震害的 根本原因之一。

(2) 2×2群桩模型的土体液化时间晚于2PR



图 10 单排三桩配置对桩的弯矩和剪力影响

Fig.10 Influence of configurations with single row and three piles on bending moment and shear force of pile

和 2PP 群桩模型,桩的弯矩分别减小 16%和 20%, 剪力分别减小 17%和 27%。2×2 群桩模型中土体 对桩的支撑作用更明显,桩在地震过程中受到的外 荷载较小,桩基抗震性能更优。

(3) 3×3 群桩模型的土体液化时间晚于 3PR 和3PP 群桩模型,桩的弯矩分别减小 25%和 33%,剪力分别减小 20%和 25%。这与双桩分析结果一致。

(4) 桩的数量相同时,桩排列方向与地震波输 入方向平行时(2PR,3PR)比与地震波输入方向垂 直时(2PP,3PP)桩基受力减小 5%~10%,而对场 地液化情况则无明显影响。

(5)相同排列形式下,三桩模型中土体出现液 化的时间约比双桩模型延缓5s,桩的弯矩和剪力减 小33%~38%。由此可见,地震条件下,桩基数量 增加,桩-土体系整体刚度更大,场地抗液化性能越 显著,桩基对上部桥梁结构的承载性能增强越明显, 其安全性与可靠性则更高。

参考文献(References)

[1] 刘惠珊.桩基抗震设计探讨——日本阪神大地震的启示[J].工 程抗震,2000(3):27-32.

LIU Hui-shan.A Discussion on Seismic Design of Pile Founda-

tion:Inspiration from the Great Osaka-Kobe Earthquake[J]. Earthquake Resistant Engineering, 2000 (3): 27-32. (in Chinese)

- [2] 李雨润,袁晓铭.液化场地上土体侧向变形对桩基影响研究评述[J].世界地震工程,2004,20(2):17-22.
 LI Yu-run, YUAN Xiao-ming. State-of-art of Study on Influences of Liquefaction-induced Soil Spreading over Pile Foundation Response [J]. World Earthquake Engineering, 2004, 20
- [3] Tokinatsu K, Suzuki H, Sato M. Effects of Inertial and Kinematic Interaction on Seismic Behavior of Pile with Embedded Foundation [J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 2005.25:753-762.

(2):17-22.(in Chinese)

- [4] Lu J C, Elgamal A, Yan L J, et al. Large Scale Numerical Modeling in Geotechnical Earthquake Engineering[J]. International Journal of Geomechanics, 2011, 11(6):490-503.
- [5] Klar A, Frydman S, Baker R. Seismic Analysis of Infinite Pile Groups in Liquefiable Soil[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2004, 24(8):565-575.
- [6] Zhou X L, Wang J H. Analysis of Pile Groups in a Poroelastic Medium Subjected to Horizontal Vibration[J].Computers and Geotechnics, 2009, 36(3): 406-418.
- [7] Lu J F, Xu B, Wang J H.A Numerical Model for the Isolation of Moving-load Induced Vibrations by Pile Rows Embedded in Layered Porous Media[J].International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(21); 3771-3781.

- [8] Wang Z, Lu Y, Bai C. Numerical Simulation of Explosioninduced Soil Liquefaction and Its Effect on Surface Structures [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2011, 47 (9): 1079-1090.
- [9] Jayasinghe L B, Thambiratnam D P, Perera N, et al. Computer Simulation of Underground Blast Response of Pile in Saturated Soil[J].Computers and Structures, 2013, 120:86-95.
- [10] 王睿,张建民,张嘎.液化地基侧向流动引起的桩基础破坏分析[J].岩土力学,2011,32(增刊1):501-506.
 WANG Rui,ZHANG Jian-min,ZHANG Ga.Analysis of Failure of Piled Foundation due to Lateral Spreading in Liquefied Soils[J].Rock and Soil Mechanics,2011,32(Supp1):501-506. (in Chinese)
- [11] 李雨润,张中乐,顾宗昂,等.分层液化土中桩基侧向动力反应 机理的试验研究[J].防灾减灾工程学报,2014,24(1):40-45.
 LI Yu-run, ZHANG Zhong-le, GU Zong-ang, et al. Experimental Study of Lateral Dynamic Response Mechanism of Pile Foundation in Stratified Liquefiable Soil[J].Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2014, 24(1):40-45.(in Chinese)
- [12] 王志华,徐超,周恩全,等.液化土体流滑推桩效应的振动台模型试验[J].地震工程与工程振动,2014,34(2):246-251.
 WANG Zhi-hua, XU Chao, ZHOU En-quan, et al. Shaking Table Test on Effects of Sand Flow on Pile in Liquefied

Ground[J].Earthquake Engineering and Engineering Dynamics,2014,34(2):246-251.(in Chinese)

[13] 唐亮,凌贤长,徐鹏举,等.液化场地桩-土地震相互作用振动 台试验数值模拟[J].土木工程学报,2012,45(增刊1):302-306,311.

TANG Liang, LING Xian-zhang, XU Peng-ju, et al. Numerical Simulation of Shaking Table Test for Seismic Soil-pile Interaction in Liquefying Ground [J]. Chinese Civil Engineering Journal, 2012, 45(Supp1): 302-306, 311. (in Chinese)

- [14] Tang L, Maula B H, Ling X Z, et al. Numerical Simulations of Shake-table Experiment for Dynamic Soil-pile-structure Interaction in Liquefiable Soils[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2014, 13(1): 171-180.
- [15] Tang L, Ling X Z.Response of a RC Pile Group in Liquefiable Soil: A Shake-table Investigation [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 67: 301-315.
- [16] Lu J C, Yang Z H, Elgamal A. OpenSeesPL: 3D Lateral Pile-Ground Interaction——User's Manual[M].California: University of California, San Diego, 2011.
- [17] 林基聪.液化场地桥梁群桩基础抗震简化分析方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012.
 LIN Ji-cong.Simplified Seismic Analysis Method of Bridge of Piles-group Foundation in Liquefiable Ground[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2012.