

蒋录珍, 郭亚然, 陈艳华. SV 波在饱和土体自由表面的反射[J]. 地震工程学报, 2017, 39(6): 1054-1061. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.06.1054

JIANG Luzhen, GUO Yaran, CHEN Yanhua. Reflection of SV Wave at the Free Surface of Saturated Soils[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, 39(6): 1054-1061. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.06.1054

SV 波在饱和土体自由表面的反射^①

蒋录珍¹, 郭亚然¹, 陈艳华²

(1. 河北科技大学建筑工程学院, 河北 石家庄 050026; 2. 华北理工大学建筑工程学院, 河北 唐山 063009)

摘要: 基于饱和两相介质弹性波动方程分析 SV 波在饱和土体自由表面的反射问题, 引入波动方程的势函数解答, 求解出二维问题中 SV 波入射情况下饱和土体自由场的位移、速度、加速度和应力响应。在饱和土体自由场响应解析解基础上, 建立 SV 波入射下饱和土体自由场静、动力有限元模型。建模中考虑了如下几方面因素: (1) 在不同分析步, 对土体单元赋予不同材料本构。通过 *model change 命令进行单元生死设定, 从而实现在初始应力场平衡的静力状态下采用 Duncan-Chang 本构模型, 而地震波动输入时采用 Davidenkov 动力本构模型; (2) 采用多孔介质黏弹性人工边界条件, 在人工边界上分别施加固相和液相介质的弹簧和阻尼来模拟饱和土体中能量的传播; (3) 将地震波转化为作用在人工边界上的等效地震荷载, 施加到人工边界节点上; (4) 土体单元采用 4 结点平面应变孔压单元(CPE4P)。有限元计算与解析解比较结果表明: SV 波在垂直入射和掠入射时, 竖向位移响应为零; 在 45°左右入射时, 水平位移响应最大; 60°左右入射时, 竖向位移响应最大。这些结论与解析解吻合较好, 本文模型为建立土-结构动力相互作用模型打下良好的基础。

关键词: SV 波; 饱和土; 弹性波反射; 数值模拟

中图分类号: P315.3⁺1; TU435 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-0844(2017)06-1054-08

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.06.1054

Reflection of SV Wave at the Free Surface of Saturated Soils

JIANG Luzhen¹, GUO Yaran¹, CHEN Yanhua²

(1. School of Civil Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050026, Hebei, China;

2. College of Civil and Architectural Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063009, Hebei, China)

Abstract: Based on the elastic wave equation for a fluid-saturated porous medium, in this study, we analyzed the reflection of an SV wave at the free surface of saturated soils. Then, under incident SV waves, we calculated the displacement, velocity, acceleration, and stress responses in the free field of saturated soils. Based on the analytical solutions to these responses, we established a static-dynamic coupling finite element method model to consider the following factors: (1) We used a Duncan-Chang constitutive model during the initial stress field balance step and the Davidenkov constitutive model during the earthquake input step. (2) We used a viscous-spring artificial boundary for saturated porous media and applied some springs and damps on the artificial boundary to simulate energy propagation in saturated soils. (3) We generated the wave input by

① 收稿日期: 2016-11-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(51308182, 51378172); 河北省自然科学基金项目(E2014208143, E2014209089)

作者简介: 蒋录珍(1980—), 女, 博士, 副教授, 主要从事地下生命线工程防灾减灾研究。E-mail: jiangluzhen@163.com。

the equivalent load of the earthquake on the node of the artificial boundary. (4) We considered soil elements as 4-node plane strain pore pressure elements (CPE4P). We then compared the numerical results with our analytical solutions and drew the following conclusions: (1) No vertical displacement response appears under vertical and grazing incidences of SV waves. (2) Peak horizontal displacement response occurs when the incident angle of an SV wave is about 45°. (3) The peak vertical displacement response is reached when the incident angle of an SV wave is about 60°. The above conclusions show good agreement with the analytical results. As such, the proposed numerical model provides a good basis for building soil-structure dynamic interaction models.

Key words: SV wave; saturated soil; elastic wave reflection; numerical simulation

0 引言

流体饱和多孔介质广泛存在于自然界中,它一般由固体骨架和孔隙流体组成。在土-结构动力相互作用分析中,合理体现土骨架的变形与孔隙水压力相互耦合作用,对于计算结果的准确性有着重要影响。Biot^[1]最先考虑了这种耦合作用,将连续介质力学应用于流体饱和和多孔介质这一两相材料体系中,分别考虑了其中流体和固体骨架的应力-应变关系及其运动,建立了流体饱和多孔介质波传播理论,并指出饱和土介质中存在两种压缩波——P₁ 波(快纵波)和 P₂ 波(慢纵波)以及一种剪切波 S 波。在进行饱和土体动力反应分析时,通常采用数值方法,如有限元法、有限差分法等。对于数值模拟的方法,通常要涉及到土体材料本构的选取、地震波动的输入以及人工边界条件的设置等问题。土体材料本构的选取方面,Seed 等^[2]发现 Davidenkov 本构模型可以很好地描述饱和土体的动剪应力和动剪应变关系,这一结论已被证实^[3]。地震动输入方面,目前主要有两种方式:其一,直接在基底输入位移或加速度时程;其二,将地震动转化为作用在人工边界上的等效地震荷载^[4]。人工边界条件方面,现有的人工边界条件多由单相介质推导而来,考虑饱和两相多孔介质的波动效应的人工边界条件有:吸收边界^[5-6]、透射边界^[7-8]、黏弹性动力人工边界^[9-11]等。以往的研究通常无法同时考虑以上三方面内容,本文综合考虑这三方面因素,基于 Biot 流体饱和和多孔介质传播理论,推导 SV 波在饱和土体自由表面反射情况下的势函数解答;以有限元软件 ABAQUS 为平台,考虑土体在静、动力荷载作用下的不同变形特性,将地震动转化为黏弹性动力人工边界条件上的等效地震荷载,建立 SV 波入射下饱和土体自由场模型,通过数值模型与解析解及现有理论比较,说明本文建模方法的有效性。

1 弹性波在饱和土体中的传播

已知,流体饱和两相多孔介质的弹性波动方程^[12]

$$G \nabla^2 u + (\lambda + G + \alpha^2 M) \text{grad}(\text{div} u) + \alpha M \text{grad}(\text{div} w) = \rho_i \ddot{u} + \rho_f \ddot{w} \tag{1}$$

$$\alpha M \text{grad}(\text{div} u) + M \text{grad}(\text{div} w) = \rho_f \ddot{u} + \frac{\rho_f}{n} \ddot{w} + \frac{\eta}{k_p} \dot{w} \tag{2}$$

其中:∇² 为 Laplace 算子;u 为土骨架位移;w 为流体相对于土骨架的位移[w=n(U-u),U 为液相位移];λ、G、α、M 均为弹性常数;ρ、ρ_f 分别表示弹性体及流体的密度;n 为饱和土的孔隙率;η、k_p 分别为流体黏滞系数和渗透系数。

引入标量势函数 φ_s、φ_f 和矢量势函数 ψ_s、ψ_f 其中下标 s、f 分别表示固体部分和流体部分。由波场的势函数分解:

$$\begin{aligned} u &= \text{grad} \varphi_s + \text{curl} \psi_s \\ U &= \text{grad} \varphi_f + \text{curl} \psi_f \end{aligned} \tag{3}$$

可以得出固相与液相的各位移分量为:

$$u_x = \frac{\partial \varphi_s}{\partial x} + \frac{\partial \psi_s}{\partial y}, u_y = \frac{\partial \varphi_s}{\partial y} - \frac{\partial \psi_s}{\partial x} \tag{4}$$

$$U_x = \frac{\partial \varphi_f}{\partial x} + \frac{\partial \psi_f}{\partial y}, U_y = \frac{\partial \varphi_f}{\partial y} - \frac{\partial \psi_f}{\partial x} \tag{5}$$

两相介质中的应力与孔隙流体压力也可以用势函数表示为:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \nabla^2 \varphi_s + 2G \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x \partial y} \right) \\ \sigma_y &= \lambda \nabla^2 \varphi_s + 2G \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x \partial y} \right) \\ \tau_{xy} &= G \left(2 \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_f &= E_f \left(\nabla^2 \varphi_f + \frac{1-n}{n} \nabla^2 \varphi_s \right) \end{aligned} \tag{6}$$

设波动方程的平面解为:

$$\begin{cases} \varphi_s = A_s \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_p \cdot \mathbf{r})] \\ \varphi_f = A_f \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_p \cdot \mathbf{r})] \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \psi_s = B_s \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_s \cdot \mathbf{r})] \\ \psi_f = B_f \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_s \cdot \mathbf{r})] \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\mathbf{l}_p$ 、 $\mathbf{l}_s$ 分别是纵波和横波的波矢量; $\mathbf{r}$ 为位置矢量。

由文献[12]可知饱和土中 P_1 波和 P_2 波的波矢量值 $\mathbf{l}_{p1}$ 、 $\mathbf{l}_{p2}$ 及两标量势函数幅值比:

$$m_{1,2} = \frac{A_{f1,2}}{A_{s1,2}} = \frac{(\lambda_c + 2G)\mathbf{l}_{1,2}^2 - \rho\omega^2}{\rho_f\omega^2 - \alpha M\mathbf{l}_{1,2}^2} \quad (9)$$

S 波的波矢量值 $\mathbf{l}_s$ 及两标量势函数幅值比:

$$m_3 = \frac{B_f}{B_s} = \frac{G\mathbf{l}_s^2 - \rho_s\omega^2}{\rho_f\omega^2} \quad (10)$$

在自由表面($y=0$)排水情况下,边界条件可表示为:

$$\sigma_y|_{y=0}=0, \tau_{xy}|_{y=0}=0, \sigma_f|_{y=0}=0 \quad (11)$$

将势函数代入式(11)应力边界条件,可得入射波与反射波幅值之间的关系。

2 SV 波在均匀饱和土体自由表面的反射

设饱和土中一频率为 ω 的平面 S 波以任意角度 α 入射至自由表面 $y=0$,由文献[13]可知,在饱和土中将形成反射 P_1 、 P_2 波以及反射 S 波,反射角分别为 θ_1 、 θ_2 及 α (图 1)。

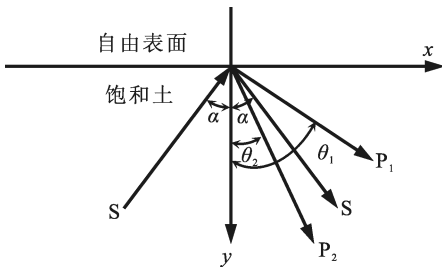


图 1 S 波在饱和土自由表面的反射

Fig.1 Reflection of S wave on the free surface of saturated soil

由斯奈儿定理,可得入射角度与反射角度之间的关系为:

$$\frac{\sin\alpha}{V_s} = \frac{\sin\theta_1}{V_{p1}} = \frac{\sin\theta_2}{V_{p2}}$$

三种波波速关系有 $V_{p1} > V_s > V_{p2}$, 则 $V_{p2}/V_s < 1$, 故 $\sin\theta_2 < (V_{p2}/V_s)\sin\alpha < 1$; 而 $V_{p1}/V_s > 1$, 故 $\theta_1 > \alpha$ 。当 $\alpha = \sin^{-1}(V_s/V_{p1})$ 时, $\theta_1 = \pi/2$, 反射 P_1 波沿 x 轴方向传播。此时入射角称为临界角,以 α_{cr} 表示。此种现象称为临界反射。当 $\alpha > \sin^{-1}(V_s/V_{p1})$ 时,有

$$\sin\theta_1 = \frac{V_{p1}}{V_s} \sin\alpha > \frac{V_{p1}}{V_s} \sin\alpha_{cr} = 1$$

此时 θ_1 必为复数,由复数理论可得

$$\sin\theta_1 = \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\eta\right) = \text{ch}\eta,$$

$$\cos\theta_1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\eta\right) = \text{ish}\eta$$

其中: $\eta = \cosh^{-1}(V_{p1}/V_s) \sin\alpha$, 或 $\cos\theta_1 = -i\sqrt{(V_{p1}/V_s)^2 \sin^2\alpha - 1}$ 。此时的反射 P_1 波已经不是均匀的 P_1 波,而是非均匀平面波,即面波。它只在表面层附近沿 x 轴方向传播。

由图 1 可给出界面两侧各波的势函数。饱和土中入射波 S 波:

$$\begin{cases} \psi_{si} = B_{si} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{sx} \cdot x + \mathbf{l}_{sy} \cdot y)] \\ \psi_{fi} = B_{fi} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{sx} \cdot x + \mathbf{l}_{sy} \cdot y)] \end{cases} \quad (12)$$

反射 P 波(P_1 波和 P_2 波)

$$\begin{cases} \varphi_{sr} = A_{s1} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{1x} \cdot x - \mathbf{l}_{1y} \cdot y)] + A_{s2} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{2x} \cdot x - \mathbf{l}_{2y} \cdot y)] \\ \varphi_{fr} = A_{f1} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{1x} \cdot x - \mathbf{l}_{1y} \cdot y)] + A_{f2} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{2x} \cdot x - \mathbf{l}_{2y} \cdot y)] \end{cases} \quad (13)$$

反射 S 波

$$\begin{cases} \psi_{sr} = B_{sr} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{sx} \cdot x - \mathbf{l}_{sy} \cdot y)] \\ \psi_{fr} = B_{fr} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_{sx} \cdot x - \mathbf{l}_{sy} \cdot y)] \end{cases} \quad (14)$$

其中: B_{si} 、 B_{fi} 分别为入射 S 波固体骨架部分和流体部分势函数的幅值; A_{s1} 、 A_{s2} 、 B_{sr} 分别为反射 P_1 波、 P_2 波、S 波土骨架部分势函数幅值; A_{f1} 、 A_{f2} 、 B_{fr} 分别为反射 P_1 波、 P_2 波、S 波流体部分势函数幅值; $\mathbf{l}_{sx}$ 、 $\mathbf{l}_{sy}$ 分别为饱和土中 S 波的 x 、 y 方向波矢量; $\mathbf{l}_{1x}$ 、 $\mathbf{l}_{2x}$ 分别为饱和土中 P_1 波和 P_2 波 x 方向波矢量, $\mathbf{l}_{1y}$ 、 $\mathbf{l}_{2y}$ 分别为饱和土中 P_1 波和 P_2 波 y 方向波矢量,波矢量满足以下关系:

$$\mathbf{l}_{1x}^2 + \mathbf{l}_{1y}^2 = \mathbf{l}_1^2, \mathbf{l}_{2x}^2 + \mathbf{l}_{2y}^2 = \mathbf{l}_2^2, \mathbf{l}_{sx}^2 + \mathbf{l}_{sy}^2 = \mathbf{l}_s^2$$

式(12)~(14)中, $A_{f1} = m_1 A_{s1}$, $A_{f2} = m_2 A_{s2}$, $B_{fr} = m_3 B_{sr}$ 。其中, m_1 、 m_2 、 m_3 由式(9)、(10)确定。

由 Snell 定理,界面两侧各模式波的 x 方向波矢量相等,即

$$\mathbf{l}_{sx} = \mathbf{l}_{1x} = \mathbf{l}_{2x}$$

令 x 方向波矢量均等于 $\mathbf{l}_{sx} = \mathbf{l}_{1x} = \mathbf{l}_{2x} = \mathbf{l}_x$, 则波场势函数可写为:

$$\begin{cases} \varphi_s = A_{s1} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_x \cdot x - \mathbf{l}_{1y} \cdot y)] + A_{s2} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_x \cdot x - \mathbf{l}_{2y} \cdot y)] \\ \varphi_f = m_1 A_{s1} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_x \cdot x - \mathbf{l}_{1y} \cdot y)] + m_2 A_{s2} \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_x \cdot x - \mathbf{l}_{2y} \cdot y)] \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \psi_s = B_{Si} \exp[i(\omega t - l_x \cdot x + l_{Sy} \cdot y)] + \\ \quad B_{Sr} \exp[i(\omega t - l_x \cdot x - l_{Sy} \cdot y)] \\ \psi_f = m_3 B_{Si} \exp[i(\omega t - l_x \cdot x + l_{Sy} \cdot y)] + \\ \quad m_3 B_{Sr} \exp[i(\omega t - l_x \cdot x - l_{Sy} \cdot y)] \end{cases} \quad (16)$$

将以上势函数代入边界条件公式(11),可导出入射波幅值与反射波幅值之间的关系

$$\begin{aligned} m_4 &= \frac{A_{S1}}{B_{Si}} = \frac{4G l_x l_{Sy}}{2a_2 G l_x l_{Sy} - a_3}, \\ m_5 &= \frac{A_{S2}}{B_{Si}} = \frac{4a_1 G l_x l_{Sy}}{2a_2 G l_x l_{Sy} - a_3}, \\ m_6 &= \frac{B_{Sr}}{B_{Si}} = \frac{2a_2 G l_x l_{Sy} + a_3}{2a_2 G l_x l_{Sy} - a_3} \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $a_1 = -\frac{\left(m_1 + \frac{1-n}{n}\right)(l_x^2 + l_{1y}^2)}{\left(m_2 + \frac{1-n}{n}\right)(l_x^2 + l_{2y}^2)}, a_2 =$

$$\frac{2l_x(l_{1y} + a_1 l_{2y})}{(l_x^2 - l_{Sy}^2)}, a_3 = (1 + a_1)\lambda l_x^2 + (\lambda + 2G)(l_{ly}^2 + a_1 l_{2y}^2)。$$

假定入射 SV 波为 $f(t)$,且 $F'(t) = f(t)$,此时入射波的位势函数可设为 $\psi_{Si} = B_{Si} F(\omega t - l_x x + l_{Sy} y)$,则由位移势函数,可得

$$u_x = -l_{Sy} B_{Si} f(\omega t - l_x x + l_{Sy} y) \quad (18)$$

$$u_y = -l_x B_{Si} f(\omega t - l_x x + l_{Sy} y) \quad (19)$$

式中: u_x 、 u_y 为 $f(t)$ 在两个方向上的位移分量,由此可得:

$$B_{Si} = -\frac{1}{\sqrt{l_x^2 + l_{Sy}^2}} \quad (20)$$

而全部波场的位势函数为:

$$\begin{cases} \psi_s = B_{Si} F(\omega t - l_x x + l_{Sy} y) + B_{Sr} F(\omega t - l_x x - l_{Sy} y) \\ \psi_f = B_{fi} F(\omega t - l_x x + l_{Sy} y) + B_{fr} F(\omega t - l_x x - l_{Sy} y) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \varphi_s = A_{S1} F(\omega t - l_x x - l_{1y} y) + A_{S2} F(\omega t - l_x x - l_{2y} y) \\ \varphi_f = A_{f1} F(\omega t - l_x x - l_{1y} y) + A_{f2} F(\omega t - l_x x - l_{2y} y) \end{cases} \quad (22)$$

将波场位移势函数式(21)和(22)代入式(4)和(5),可得到自由场位移,在求得自由波场的位移反应时程后,采用中心差分方法即可求得速度和加速度反应时程。将位移时程代入应力与位移的关系式,可以计算出 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 τ_{xy} 和 σ_t ,即得到 SV 波以一定角度斜入射时的全部自由波场反应。

3 有限元数值模拟

3.1 有限元建模

3.1.1 计算模型

本文采用计算模型如图 2(a)所示。饱和多孔介质的材料参数为:固相颗粒的压缩模量 $E_s = 3.6 \times 10^{10}$ Pa,固相骨架的剪切模量 $G = 2.0 \times 10^9$ Pa,泊松比 $\nu = 0.45$,质量密度 $\rho_s = 1\ 800$ kg/m³;孔隙流体密度 $\rho_f = 1\ 000$ kg/m³,体积压缩模量 $E_f = 2.0 \times 10^8$ Pa;渗透系数 $k_f = 1.0 \times 10^{-7}$ m/s。计算模型的尺寸为 $x_b = y_b = 50$ m。有限元网格尺寸为 $\Delta x = \Delta y = 5$ m,时间步长取为 $\Delta t = 0.005$ s。有限元建模中土体单元采用 4 结点平面应变孔压单元(CPE4P)。入射波采用正弦波,为了减少初始值非零冲击的影响,对一个周期的正弦波位移时程加 Haning 窗函数,经处理以后的入射波的位移时程如图 2(b)所示。

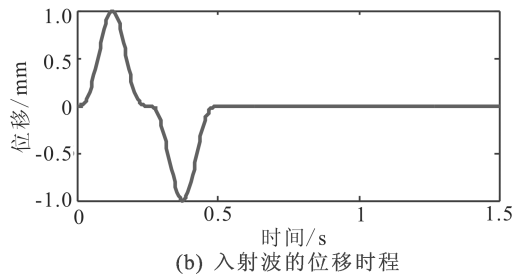
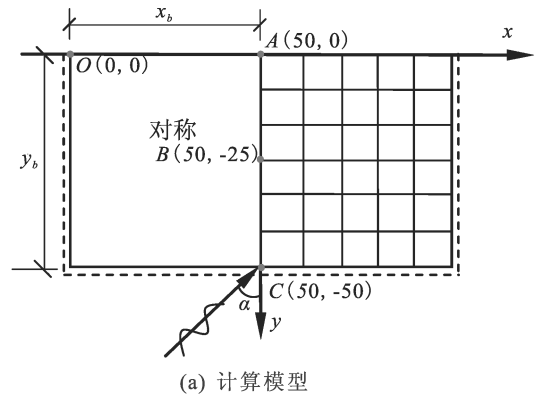


图 2 有限元计算模型及入射波时程

Fig.2 Finite element model and displacement time history of incident wave

3.1.2 介质材料的静、动力耦合非线性本构模型

已有研究^[14]表明,土体在静力和动力荷载作用下表现出明显的力学变形特性差异,在进行静、动力耦合分析过程中,采用单一的土体本构材料无法同时准确反映土体在静力荷载和动力荷载作用过程中表现出来的力学变形特性。另一方面,在对于土体

本构材料的研究中,多数学者认为 Duncan-Chang 本构模型能够很好地反映土体材料在静力荷载作用下的特性,而 Davidenkov 本构模型能够很好地反映动力荷载作用下的力学变形特性。因此本文在静力荷载作用下,即地应力平衡过程中,采用 Duncan-Chang 本构模型;而在地震波动力作用下,采用 Davidenkov 本构模型。对于这两种本构模型,已经编制了 ABAQUS 二次开发材料本构 UMAT,编制方法见文献[15-16]。本文模型采用的 Duncan-Chang 材料参数见表 1,Davidenkov 本构材料参数见表 2。

表 1 Duncan-Chang 参数

Table 1 Duncan-Chang parameters

R_f	K	n	D	F	G	c/kPa	$\phi/(^{\circ})$
0.829	45	0.78	4.2	0.16	0.42	13.3	13.4

表 2 Davidenkov 材料本构拟合参数

Table 2 Fitting parameters of Davidenkov constitutive model

A	B	$\gamma_0/(\times 10^{-4})$
1.02	0.35	4.0

本文计算模型中材料本构模型的应用需要解决两个问题:其一,同一模型部件在不同分析步中更换本构模型。本文采用单元生死来解决不同分析步调用不同本构模型,即:首先,复制土体单元,使得两种本构材料单元编号不同,但共用结点编号,这样可以实现地应力平衡后自动追踪结点位置,而实现动力材料单元起始位置为静力材料单元终止位置;其次,给静力材料单元赋予 Duncan-Chang 材料本构模型,而动力材料单元赋予 Davidenkov 本构模型;再次,在静力分析步(初始应力场平衡),给静力材料单元施加重力荷载,同时移除动力材料单元,在动力分析步,激活动力材料单元,施加等效地震荷载,移除静力材料单元。其二,同时调用两个材料子程序。通过设定单元编号选择条件语句实现不同本构的调用,即单元编号为静力材料单元编号时,调用 Duncan-Chang 材料本构模型,而单元编号为动力材料单元编号时,调用 Davidenkov 本构模型。

3.1.3 人工边界条件

本文采用文献[11]提出的饱和多孔介质波动分析的黏弹性人工边界,对于二维平面内波动,人工边界条件上弹簧系数和阻尼系数分别如下:

法向

$$K_{\text{BN}}^{\text{ss}} = \frac{1}{1+A} \frac{\lambda + 2G}{2R}, C_{\text{BN}}^{\text{ss}} = B \frac{\lambda + 2G}{V_p},$$
$$K_{\text{BN}}^{\text{sf}} = \frac{1}{1+A} \frac{\alpha_0 E_f}{2R}, C_{\text{BN}}^{\text{sf}} = B \frac{\alpha_0 E_f}{V_p}$$

(23)

$$K_{\text{BN}}^{\text{fs}} = \frac{1}{1+A} \frac{(1-n)E_f}{2Rn}, C_{\text{BN}}^{\text{fs}} = B \frac{(1-n)E_f}{nV_p},$$
$$K_{\text{BN}}^{\text{ff}} = \frac{1}{1+A} \frac{E_f}{2R}, C_{\text{BN}}^{\text{ff}} = B \frac{E_f}{V_p}$$

(24)

切向

$$K_{\text{BT}}^{\text{ss}} = \frac{1}{1+A} \frac{G}{2R}, C_{\text{BT}}^{\text{ss}} = B \frac{G}{V_s}; K_{\text{BT}}^{\text{sf}} = 0, C_{\text{BT}}^{\text{sf}} = 0$$

(25)

其中: $K_{\text{BN}}^{\text{ss}}, K_{\text{BN}}^{\text{sf}}, C_{\text{BN}}^{\text{ss}}, C_{\text{BN}}^{\text{sf}}$ 为固相节点对应的人工边界上法向的弹簧和阻尼系数; $K_{\text{BT}}^{\text{ss}}, K_{\text{BT}}^{\text{sf}}, C_{\text{BT}}^{\text{ss}}, C_{\text{BT}}^{\text{sf}}$ 为固相节点对应的人工边界上切向的弹簧和阻尼系数; $K_{\text{BN}}^{\text{fs}}, K_{\text{BN}}^{\text{ff}}, C_{\text{BN}}^{\text{fs}}, C_{\text{BN}}^{\text{ff}}$ 为液相节点对应的人工边界弹簧和阻尼系数;无量纲参数 A 反映人工边界外行透射波的传播特性,表示平面波与散射波的幅值含量比; B 反映不同角度透射多子波的平均波速特性,表示物理波速与视波速的关系,文献[17]推荐取值 $A=0.8, B=1.1$; R 通常取为近场结构几何中心到人工边界点的距离; α_0 为孔隙流体压力对固相应力的影响系数; V_p 为介于 P_1 波和 P_2 波之间的纵波波速,本文取 $V_p=(V_{p1}+V_{p2})/2$ 。

3.1.4 地震波动输入

根据 Biot 波动理论可知:流体饱和两相多孔介质中存在三种波,即 P_1 波、 P_2 波和 S 波,每一种波都以其固有的波速向前传播。也就是说,无论是固相还是液相,对于某一特定的波(例如 P_1 波)来说,都是以同一波速沿相同方向向前传播。在人工边界节点处,两相多孔介质中的固相位移与液相位移具有固定的关系。因此本文借鉴文献[4],将地震波输入问题转化为波源问题,即将地震波转化为直接作用于人工边界上的等效荷载来模拟波动入射过程。下面对二维饱和土体计算模型的等效荷载输入方法进行介绍。图 3 为边界上节点 B 处黏弹性人工边界上等效荷载及其脱离体示意图,图中 $F_{\text{BN}}, F_{\text{BT}}$ 分别表示为人工边界上介质的法向和切向等效地震荷载。

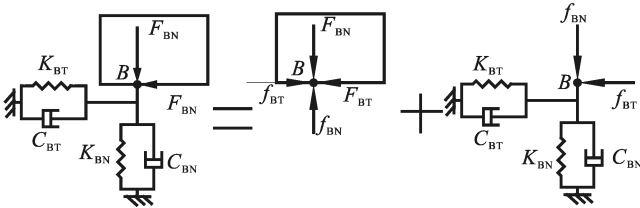


图 3 人工边界及其脱离体示意图

Fig.3 Artificial boundary and its free body

设已知内行波的位移场,即自由波场,人工边界上节点 B 的切向和法向的位移分别为 $v_{x_0}(x_B, y_B, t)$ 和 $v_{y_0}(x_B, y_B, t)$,切向应力和法向应力分别为 $\tau_0(x_B, y_B, t)$ 和 $\sigma_0(x_B, y_B, t)$, x_B 和 y_B 是人工边界节点 B 的坐标。为准确实现波动输入,需在人工边界上施加连续分布荷载 F_{BN} 和 F_{BT} ,并使得人工边界点 B 处产生的位移和应力为 $v_x(x_B, y_B, t)$ 、 $v_y(x_B, y_B, t)$ 、 $\tau(x_B, y_B, t)$ 和 $\sigma(x_B, y_B, t)$,且满足:

$$v_x(x_B, y_B, t) = v_{x_0}(x_B, y_B, t) \quad (26)$$

$$v_y(x_B, y_B, t) = v_{y_0}(x_B, y_B, t) \quad (27)$$

$$\tau(x_B, y_B, t) = \tau_0(x_B, y_B, t) \quad (28)$$

$$\sigma(x_B, y_B, t) = \sigma_0(x_B, y_B, t) \quad (29)$$

其中:位移分量 v 为固相位移分量 u 与液相位移分量 U 的代数和。假设孔隙流体无黏性,人工边界的切向只由固体骨架承担剪应力,孔隙流体不承担剪应力,则切向应力分量为固体介质产生的切应力,法向应力分量为固体介质产生的正应力与流体压力的代数和,即:

$$v_x = u_x + U_x, v_{x_0} = u_{x_0} + U_{x_0};$$

$$v_y = u_y + U_y, v_{y_0} = u_{y_0} + U_{y_0}$$

$$\tau = \tau_s, \tau_0 = \tau_{s0}; \sigma = \sigma_s + p, \sigma_0 = \sigma_{s0} + p_0$$

由力的平衡条件,人工边界节点 B 的等效分布荷载可以表示为:

$$F_{BT}(t) = \tau_0(x_B, y_B, t) + \tau_{BT}(t) \quad (30)$$

$$F_{BN}(t) = \sigma_0(x_B, y_B, t) + \sigma_{BN}(t) \quad (31)$$

由并联弹簧-阻尼器系统的运动方程可得

$$\tau_{BT}(t) = C_{BT}^{ss} \dot{u}_{x_0}(x_B, y_B, t) + K_{BT}^{ss} u_{x_0}(x_B, y_B, t) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{BN}(t) = & C_{BN}^{ss} \dot{u}_{x_0}(x_B, y_B, t) + K_{BN}^{ss} u_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & C_{BN}^{sf} \dot{U}_{x_0}(x_B, y_B, t) + K_{BN}^{sf} U_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & C_{BN}^{fs} \dot{u}_{x_0}(x_B, y_B, t) + K_{BN}^{fs} u_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & C_{BN}^{ff} \dot{U}_{x_0}(x_B, y_B, t) + K_{BN}^{ff} U_{x_0}(x_B, y_B, t) \end{aligned} \quad (33)$$

将式(32)、(33)代入式(30)、(31),可得

$$F_{BT}(t) = \tau_0(x_B, y_B, t) + C_{BT}^{ss} \dot{u}_{x_0}(x_B, y_B, t) + K_{BT}^{ss} u_{x_0}(x_B, y_B, t) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} F_{BN}(t) = & \sigma_0(x_B, y_B, t) + C_{BN}^{ss} \dot{u}_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & K_{BN}^{ss} u_{x_0}(x_B, y_B, t) + C_{BN}^{sf} \dot{U}_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & K_{BN}^{sf} U_{x_0}(x_B, y_B, t) + C_{BN}^{fs} \dot{u}_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & K_{BN}^{fs} u_{x_0}(x_B, y_B, t) + C_{BN}^{ff} \dot{U}_{x_0}(x_B, y_B, t) + \\ & K_{BN}^{ff} U_{x_0}(x_B, y_B, t) \end{aligned}$$

$$K_{BN}^{ff} U_{x_0}(x_B, y_B, t) \quad (35)$$

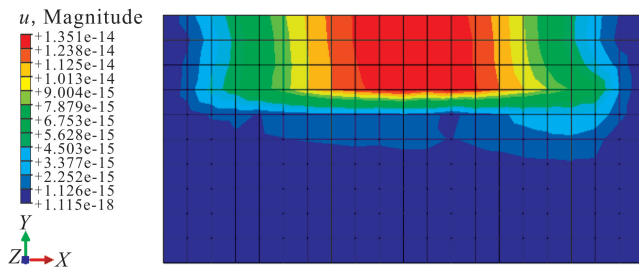
根据式(34)、(35),可由自由波场反应得到波动输入的等效力,而对于有限元离散模型,需要将其转化为节点荷载 P_{BN} 和 P_{BT} 。

$$P_{BN} = F_{BN}(t) \cdot \sum A_i, P_{BT} = F_{BT}(t) \cdot \sum A_i \quad (36)$$

其中: $\sum A_i$ 为边界节点 B 所代表的面积。

3.1.5 初始应力场的平衡

初始应力场平衡(* GEOSTATIC 分析)通常都作为岩土工程分析的第一步,在该分析步中,对土体施加体积应力。理想状态下,该作用力与土体的初始应力正好平衡,使得土体的初始位移为零。当进行土体的渗流和变形耦合分析时,初始应力为有效应力值,这时需要分别平衡孔隙水压力和有效应力^[18]。本文模型中初始应力场平衡时采用静力材料单元及 Duncan-Chang 本构模型。地应力平衡结果见图4,其中图4(a)为静力分析步结束时竖向位



to establish a 2D 2phase medium free field model under SV wave excitation
ODB: Coupling-dynamic-3D.odb Abaqus/Standard 6.10-1
Wed Sep 21 05:42:43 GMT+08:00 2016
Step: Step-1
Increment 1: Step Time=1.000
Primary Var: U, Magnitude
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+09

(a) 静力分析步结束状态



to establish a 2D 2phase medium free field model under SV wave excitation
ODB: Coupling-dynamic-3D.odb Abaqus/Standard 6.10-1
Wed Sep 21 05:42:43 GMT+08:00 2016
Step: Step-2
Increment 0: Step Time=0.000
Primary Var: U, Magnitude
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e-09

(b) 动力分析步初始状态

图 4 SV 波入射下场地初始应力场平衡

Fig.4 The balance of initial ground stress under incident SV waves

移,图 4(b)为动力分析步起始状态时的竖向位移。从图中可以看出初始位移很小,可以忽略不计,而初始应力场平衡效果很好。

3.2 结果分析

图 5 为 B 点水平位移时程的有限元计算结果与解析解比较,可以看出二者吻合较好。其他观测点的计算结果类似。

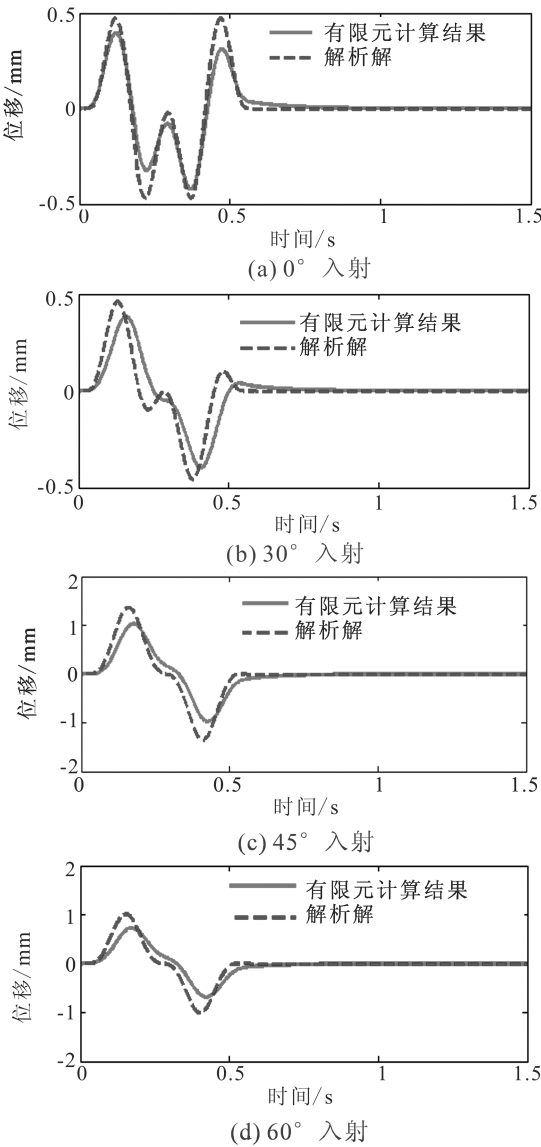


图 5 B 点水平位移时程有限元计算结果与解析解比较

Fig.5 Comparison between FEM and analytical results of horizontal displacement time history at Node B

图 6 为峰值位移响应随 SV 波入射角度变化的数值模拟结果与解析解比较。众所周知,水平位移由 SV 波引起,而竖向位移由 P 波引起。由图 6 可以看出,SV 波入射角度为 0°时,竖向位移为零,这

是由于垂直入射时只有反射 SV 波存在,反射系数为 1,而无反射 P₁ 波和反射 P₂ 波存在;当入射角度为 90°时,竖向位移也为零,同样由于掠入射时,无反射 P₁ 波和反射 P₂ 波存在,只有反射 SV 波存在,而反射系数为-1,故而理论计算的水平位移为零,而数值模拟的水平位移不为零,这是由于人工边界不能完全吸收和透射波的缘故。由图 6 还可以得出,入射角为 45°左右时,水平位移达到最大值,而入射角度为 60°左右时,竖向位移达到最大值。图 7 为 SV 波在不同入射角度入射下 B 点的位移响应时程比较,从时程分析角度也可以得到图 6 所示规律。以上结论与文献[13]中 SV 波入射角度与 SV 波反射系数和 P₁ 波反射系数关系一致。

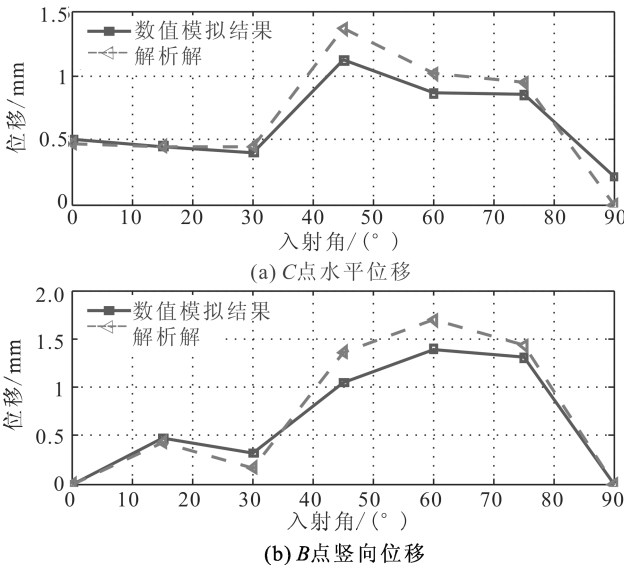


图 6 峰值位移响应随 SV 波入射角度的变化比较

Fig.6 Peak displacement under different incident angles of SV wave

4 结论

本文研究了 SV 波由饱和土地基向自由表面入射并发生反射现象,推导了饱和土体中 SV 波在自由表面反射的自由场解析解,可求得自由场的位移、速度、加速度及应力。在此基础上,运用有限元软件 ABAQUS 进行数值建模,考虑了土体本构在静、动力耦合作用下的不同力学特性,饱和土体中黏弹性人工边界条件以及等效地震荷载的作用。计算结果表明:

- (1) 有限元计算结果能够与解析解吻合很好。
- (2) 随着 SV 波入射角度的增大,场地的位移响应逐渐增大,入射角度为 45°左右时,水平位移响应达到最大值;入射角度为 60°左右时,竖向位移响

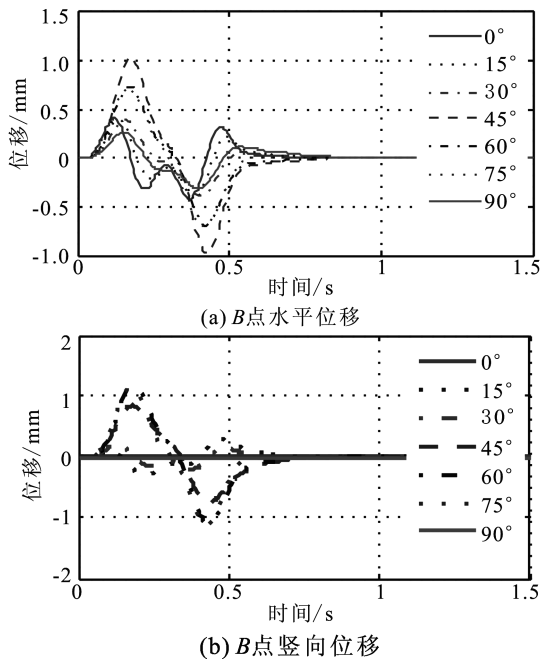


图 7 不同 SV 波入射角度下场地位移响应

Fig.7 Displacement time history under different incident angles of SV wave

应达到最大值。

(3) SV 波垂直入射(入射角为 0°)时和 SV 波掠入射(入射角为 90°)时,竖向位移响应为零。

本文得出以上结论与理论解完全一致,说明本文的有限元建模方法能很好地体现 SV 波在饱和土体自由表面的反射特性,为今后的土-结构动力相互作用模型提供很好的基础。

参考文献 (References)

- [1] BIOT M A. Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I & II[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 168-191.
- [2] SEED H B, MAITIN G R. The Seismic Coefficient in Earth Dam Design[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1966, 92(SM3): 25-58.
- [3] 王国波, 杨林德. 上海软土自由场地的三维地震响应分析[J]. 西北地震学报, 2008, 30(4): 326-331.
WANG Guobo, YANG Linde. 3-D Seismic Response Analysis of Free-field Soft Soil in Shanghai [J]. Northwestern Seismological Journal, 2008, 30(4): 326-331.
- [4] 刘晶波, 吕彦东. 结构-地基动力相互作用问题分析的一种直接方法[J]. 土木工程学报, 1998, 31(3): 55-64.
LIU Jingbo, LÜ Yandong. A Direct Method for Analysis of Dynamic Soil-structure Interaction [J]. Chinese Journal of Civil Engineering, 1998, 31(3): 55-64.
- [5] AKIYOSHI T, SUN X, FUCHIDA K. General Absorbing Boundary Conditions for Dynamic Analysis of Fluid-saturated Porous Media[J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering,

- 1998, 17(6): 397-406.
- [6] ZOHRA Zerfa, BENJAMIN Loret. A Viscous Boundary for Transient Analysis for Saturated Porous Media [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2004, 33(1): 89-110.
- [7] 王祥建. 二维饱水介质的波动分析[D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2003.
WANG Xiangjian. Analysis on Wave Propagation in Two Dimensional Saturated Media [D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics, CEA, 2003.
- [8] 李亮. 流体饱和两相多孔介质动力反应计算分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2004.
LI Liang. Calculation and Analysis of Dynamic Response of Fluid-Saturated Porous Media [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2004.
- [9] 王国军, 赵成刚. 流体饱和多孔介质黏弹性动力人工边界[J]. 世界地震工程, 2007, 23(3): 54-59.
WANG Guojun, ZHAO Chenggang. Viscous-spring Dynamical Artificial Boundary for Saturated Porous Media [J]. World Earthquake Engineering, 2007, 23(3): 54-59.
- [10] 刘光磊, 宋二祥. 饱和无限地基数值模拟的粘弹性传输边界[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(12): 2128-2133.
LIU Guanglei, SONG Erxiang. Viscous-elastic Transmitting Boundary for Numerical Analysis of Infinite Saturated Soil Foundation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(12): 2128-2133.
- [11] 杜修力, 李立云. 饱和多孔介质近场波动分析的一种黏弹性人工边界[J]. 地球物理学报, 2008, 51(2): 575-581.
DU Xiuli, LI Liyun. Viscous-spring Artificial Boundary for Near-field Wave Analysis in Saturated Porous Media [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2008, 51(2): 575-581.
- [12] 吴世明. 土介质中的波[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
WU Shiming. Wave Propagation in Soils [M]. Beijing: Science Press, 1997.
- [13] 叶陈江, 史焱永, 蔡袁强. S 波由饱和土入射于弹性土时在界面上的反射与透射[J]. 振动与冲击, 2005, 24(2): 41-45.
YE Chenjiang, SHI Yanyong, CAI Yuanqiang. Reflection and Refraction at the Interface When S Waves Propagate from Saturated Soil to Elastic Soil [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(2): 41-45.
- [14] 庄海洋, 吴祥祖, 陈国兴. 考虑初始静应力状态的土-地下结构非线性静、动力耦合作用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊 1): 3112-3119.
ZHUANG Haiyang, WU Xiangzu, CHEN Guoxing. Study of Nonlinear Static and Dynamic Coupling Interaction of Soil-Underground Structure Considering Initial Static Stress [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30 (Suppl): 3112-3119.
- [15] 费康, 张建伟. ABAQUS 在岩土工程中的应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2010.

(下转 1096 页)

FANG Shengming,ZHANG Xiankang,LIU Baojin,et al.Geo-physical Methods for the Exporation of Urban Active Faults [J].Seismology and Geology,2002,24(4):606-613.

[4] 邓起东,徐锡伟,张先康,等.城市活动断裂探测的方法和技术 [J].地学前缘,2003,10(1):93-104.

DENG Qidong,XU Xiwei,ZHANG Xiankang,et al.Methods and Techniques for Surveying and Prospecting Active Faults in urban Areas[J].Earth Science Frontiers,2003,10(1):93-104.

[5] 雷启云,柴炽章,王银,等.银川盆地西大滩隐伏断层晚第四纪活动特征[J].西北地震学报,2012,34(2):186-191.

LEI Qiyang,ChAI Chizhang,WANG Yin,et al.Activity Charac-teristics of Xidatan Buried Fault in Yinchuan Basin in Late Quaternary[J].Northwestern Seismological Journal,2012,34(2):186-191.

[6] 张路,曲国胜,朱金芳.第四纪盆地隐伏断层活动性的 D-T 法研究及应用[J].西北地震学报,2012,34(2):126-141.

ZHANG Lu,QU Guosheng,ZHU Jinfang.Research and Appli-cation of D-T Method on Determinating Activity of Buried Fault in Quaternary Basins [J].Northwestern Seismological Journal,2012,34(2):126-141.

(上接 1061 页)

FEI Kang,ZHANG Jianwei. Application of ABAQUS in Geotechnical Engineering[M].Beijing: China Water & Pow-er Press,2010.

[16] 庄海洋,陈国兴,梁艳仙,等.土体动非线性黏弹性模型及其 ABAQUS 软件的实现[J].岩土力学,2007,28(3):436-442.

ZHUANG Haiyang,CHEN Guoxing,LIANG Yanxian,et al. A Developed Dynamic Viscoelastic Constitutive Relations of Soil and Implemented by ABAQUS Software[J].Rock and Soil Mechanics,2007,28(3):436-442.

[17] 杜修力,赵密,王进廷.近场波动模拟的人工应力边界条件 [J].力学学报,2006,38(1):49-56.

DU Xiuli,ZHAO Mi,WANG Jinting. A Stress Artificial Boundary in FEA for Near-field Wave Problem[J].Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics,2006,38(1):49-56.

[18] 王金昌,陈页开.ABAQUS 在土木工程中的应用[M].杭州:浙 江大学出版社,2006.

WANG Jinchang,CHEN Yekai. Application of ABAQUS in Civil Engineering[M].Hangzhou: Zhejiang University Press, 2006.