

赵丽洁, 刘瑾, 杜永峰, 等. 基于连续小波变换的时变结构瞬时模态参数识别[J]. 地震工程学报, 2019, 41(3): 601-606. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.601

ZHAO Lijie, LIU Jin, DU Yongfong, et al. Instantaneous Modal Parameter Identification of Time-varying Structures Based on Continuous Wavelet Transform[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2019, 41 (3): 601-606. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.601

# 基于连续小波变换的时变结构瞬时模态参数识别

赵丽洁<sup>1</sup>, 刘 瑾<sup>1</sup>, 杜永峰<sup>2</sup>, 李万润<sup>2</sup>

(1. 河北工程大学 土木工程学院, 河北 邯郸 056038; 2. 兰州理工大学防震减灾研究所, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:** 为体现时变结构动力特性, 定义随机冲击荷载作为时变结构输入激励, 提出了基于连续小波变换的时变结构瞬时模态参数识别方法。在短时时变假定条件下, 建立基于模局部极大值的连续小波变换时变参数识别原理, 利用结构的输出响应进行瞬时模态参数识别, 采用三自由度的时变结构体系进行数值模拟, 该方法能够准确识别时变结构的瞬时模态参数值。通过设计具有质量参数可变的两层钢框架模型进行测试, 验证了方法的有效性与可行性。

**关键词:** 连续小波变换; 时变结构; 参数识别; 瞬时模态参数; 随机冲击激励

中图分类号: TB12; TU352.1+2

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2019)03-0601-06

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.601

## Instantaneous Modal Parameter Identification of Time-varying Structures Based on Continuous Wavelet Transform

ZHAO Lijie<sup>1</sup>, LIU Jin<sup>1</sup>, DU Yongfong<sup>2</sup>, LI Wanrun<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, Hebei, China;

2. Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, Gansu, China)

**Abstract:** In this paper, we propose a method for identifying the instantaneous modal parameters of a time-varying structure based on a continuous wavelet transform. First, we selected a random impact load as the input excitation of a time-varying structure. Then, under the assumed time-varying condition in a short time span, we established a principle for identifying the time-varying parameter based on the continuous wavelet transform. We identified the instantaneous modal parameter using only the output response of the structure, and performed a numerical simulation of a 3-DOF time-varying structure system. The results show that this method can accurately identify the instantaneous modal parameter of a time-varying structure. Finally, we designed and tested a two-layer steel frame model with variable quality parameters, and the results further verified the validity and feasibility of the proposed method.

**Keywords:** continuous wavelet transform; time-varying structure; parameter identification; instantaneous modal parameters; random excitation

收稿日期: 2018-11-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(51578274); 河北省高等学校科学技术研究项目(QN2017038); 河北工程大学创新基金项目(17129033058)

第一作者简介: 赵丽洁(1988—), 女, 讲师, 博士, 硕士生导师, 主要从事结构健康监测研究。E-mail: lizhaocz@126.com。

通信作者: 杜永峰(1962—), 男, 甘肃庆阳人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构减震控制、结构健康监测研究。

## 0 引言

一些工程结构在不同的外部荷载、工作条件影响下,结构参数如质量、刚度在运行或服役期间往往表现出很强时变性,形成时变结构系统,且结构动力特性随时间发生改变<sup>[1-2]</sup>。结构模态参数是结构动力特性的具体体现,模态参数识别一直是结构健康监测领域的关键问题,掌握其时变规律对研究和把握结构损伤演化规律、动力灾变行为及安全状态具有重要的科学与现实意义。

有关时变结构参数识别问题的研究,其识别方法主要是引入振动控制、信号处理等领域的一些识别方法。如,状态空间类模型<sup>[3]</sup>、时间序列类模型<sup>[4]</sup>、扩展卡尔曼类滤波算法<sup>[5]</sup>等时域内的识别方法以及备受关注的 HHT<sup>[6]</sup>、小波变换等时频域的识别方法。小波分析作为一种现代时频分析工具,具有很强的时频定位能力,在结构参数识别乃至健康监测领域具有巨大的潜力和应用价值。早在 20 世纪 80 年代,国外学者就开始采用小波分析进行时不变结构参数识别、损伤识别等方面的研究<sup>[7-9]</sup>。近几年,为解决时变工程结构参数识别问题,基于小波分析的时变结构模态参数识别逐渐引起学者们的关注,并取得了不少研究成果<sup>[10-13]</sup>。本文基于连续小波变换的模态参数识别算法,在慢时变结构假定条件下,提出一种时变结构瞬时模态参数识别方法。首先,阐明连续小波变化的模态参数识别理论,定义一种随机冲击的激励作为结构输入。然后,通过三自由度时变结构体系的分析算例验证所提方法的正确性。最后,设计质量参数具有时变特性的两层钢框架模型进行试验分析,进一步验证方法的有效性。

## 1 连续小波变换模态参数识别

设  $x(t)$  为平方可积函数,记作  $x(t) \in L^2(R)$ ,  $\psi(t)$  为小波母函数(Mother wavelet),连续小波变换的表达式为<sup>[14]</sup>

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt = \\ < x(t), \psi_{a,b}(t) > \quad (1)$$

式中: $\psi^*$  表示  $\psi(t)$  复共轭; 尺度参数  $a$  为伸缩因子,控制小波母函数的缩放; 时间参数  $b$  为平移因子,在尺度固定时控制时间轴上的平移位置。

Morlet 小波是高斯包络下的单频复正弦函数,时域表达式为

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{-\frac{t^2}{f_b}} e^{2\pi i f_c t} \quad (2)$$

式中: $f_c$  为小波中心频率,控制时域内的振荡频率; $f_b$  为带宽参数,控制波形振荡的快慢。

以  $N$  自由度有阻尼线性结构系统为例,根据模态叠加原理,任意自由度处的响应均可以表示为多个单自由度响应的线性叠加,表达式为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{-2\pi\xi_i f_i t} \cos(2\pi f_{di} t + \theta_i) \quad (3)$$

式中: $A_i, \theta_i$  分别为第  $i$  阶模态的幅值与相位; $f_i, f_{di}$  分别为第  $i$  阶模态无阻尼和有阻尼的固有频率, $\xi_i$  为模态阻尼比。

将式(2)、(3)带入式(1),对其进行小波变换得到小波变换系数表示式

$$W(a,b) = \frac{\sqrt{a}}{2} \sum_{i=1}^n A_i e^{-2\pi\xi_i f_i b} e^{-\pi^2 f_b (af_i - f_c)^2} e^{j(2\pi f_{di} b + \theta_i)} \quad (4)$$

固定尺度参数  $a = a_i$ , 当  $a_i = \frac{f_c}{f_i}$  时, 表达式中的

$e^{-\pi^2 f_b (af_i - f_c)^2}$  项为零,那么在该尺度上的小波系数值  $W(a_i, b)$  取得局部最大值。此时

$$|W_g x_1(a_1, b)| \gg |W_g x_2(a_1, b)|, |W_g x_3(a_1, b)| \dots \\ |W_g x_n(a_1, b)|; \\ |W_g x_1(a_2, b)| \gg |W_g x_2(a_2, b)|, |W_g x_3(a_2, b)| \dots \\ |W_g x_n(a_2, b)| \quad (5)$$

式中: $|W_g x_n(a_i, b)|$  表示小波系数幅值。由此发现,与模态频率  $f_i$  对应尺度参数  $a_i$  值计算得到的小波变换系数幅值要比其他  $N-1$  阶系数幅值要大的多,在时频图上对应  $(a_i, b)$  点处形成若干条小波脊线,表现为小波能量相比其他小波系数能量要大的多,小波脊线对应的小波系数连续成为小波骨架。令  $a = a_i$ , 时间平移参数  $b$  用变量  $t$  代替,式(4)可以重新表示为

$$W(a_i, t) = \frac{\sqrt{a_i}}{2} A_i e^{-2\pi\xi_i f_i t} e^{j(2\pi f_{di} t + \theta_i)} = B_i(t) e^{j\varphi_i(t)} \quad (6)$$

式中: $B_i(t), \varphi_i(t)$  分别表示幅值、相位。通过对幅值  $B_i(t)$  及相位  $\varphi_i(t)$  引入对数及微分算子,可以得到模态频率和模态阻尼比,具体计算表达式:

$$\ln B_i(t) = -2\pi\xi_i f_i t + \ln \left( \frac{\sqrt{a_i}}{2} A_i \right) \quad (7)$$

$$\frac{d \ln B_i(t)}{dt} = -2\pi\xi_i f_i t \frac{d \varphi_i(t)}{dt} = 2\pi f_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (8)$$

## 2 输入激励的选择

输入激励的频率特性对分析时变结构系统至关重要,只有对时变结构系统有一个相对长时间持续的

能量输入, 即在时频域内表现出宽频带分布特性, 才能够体现出系统随时间变化规律。文中采用随机冲击荷载作为激励, 图 1 为随机冲击激励时程曲线, 图 2 为随机冲击荷载的时频分布特征。可以发现, 给定的时间瞬时为一宽频带分布, 虽然在大部分时间段内信号能量为零, 但是在冲击时刻的瞬时能够表现出频带均匀分布的特征, 并能够给系统一个连续的能量输入, 这样便能够体现出系统随时间变化的重要特性。

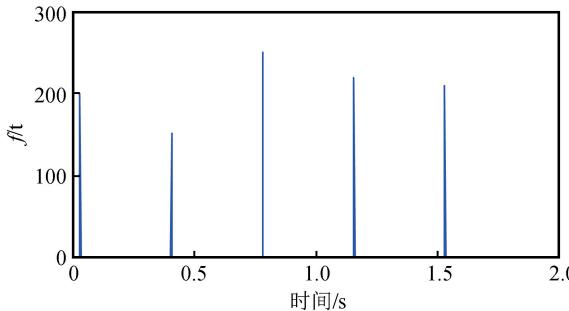


图 1 随机冲击荷载时程曲线

Fig.1 Time history curve of random impact load

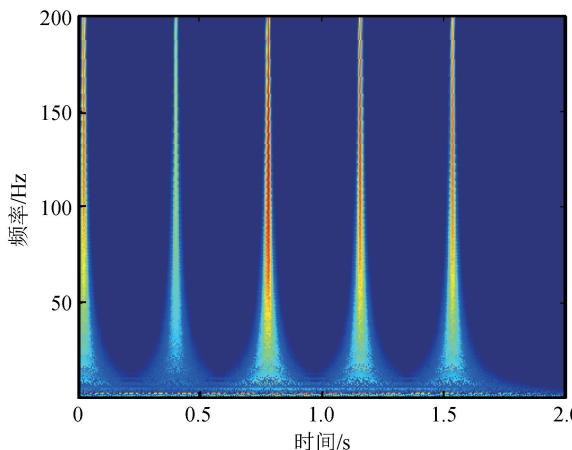


图 2 随机冲击荷载时频图

Fig.2 Time-frequency diagram of random impact load

### 3 数值模拟

考虑一个三自由度时变结构体系, 结构参数:  $m_1=1 \text{ kg}$ ,  $m_2=1 \text{ kg}$ ,  $m_3=1 \text{ kg}$ ,  $c_1=0.7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_2=0.8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_3=0.7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $k_1=7000 \text{ N/m}$ ,  $k_2=8000 \text{ N/m}$ ,  $k_3=7000 \text{ N/m}$ , 采样频率  $f_s=100 \text{ Hz}$ , 分析时长为 40 s。假定质量  $m_3$  随时间发生其余参数不变, 采用具有宽频特征的随机冲击荷载作为输入激励。

图 3(a)~(i) 为时变模态参数理论值与识别值对比结果。图 3(a)~(c) 为瞬时频率识别效果, 发现质量  $m_3$  参数改变时, 能够准确识别瞬时频率的

变化规律。图 3(d)~(f) 为阻尼比识别效果对比曲线, 发现阻尼比的识别结果在参数改变前识别效果较好, 参数改变后识别较差。图 3(g)~(i) 为模态振型识别效果对比曲线, 发现在质量参数改变的时刻, 归一化的振型值  $V_1$ ,  $V_2$  发生跳变, 但当质量参数改变之后, 大部分识别值逐渐接近于理论值, 整体识别效果较好。造成以上识别误差可能有以下原因:

(1) 算例中初始阻尼比理论值分别为  $\xi_1=0.0019$ ,  $\xi_2=0.0052$ ,  $\xi_3=0.0078$ , 阻尼比较小, 响应衰减较慢, 采用冲击时刻的响应数据分段进行识别分析时, 只截取了衰减响应小部分的数据, 可能会造成阻尼识别的不准确。

(2) 在本算例中采用的 cmor2-1 小波, 不同的小波母函数对识别精度有一定的影响。

通过以上算例分析, 该方法能够比较准确的识别瞬时模态参数值, 验证了识别方法的正确性。

### 4 试验验证

为进一步验证方法的有效性, 设计质量具有时变性的两层钢框架结构模型, 试验装置如图 4 所示。将装满铁砂的附加质量块分别固定于框架模型的一、二层顶面中心, 在附加质量块与板中心分别开  $d=15 \text{ mm}$  直径的孔。通过力锤对结构施加一系列随机冲击激励, 在随机冲击过程中的某一时刻, 使铁砂从底部孔洞流出, 沿引流支架流入底部的电子称上, 记录流砂的时间段及质量的改变量。文中以顶层质量改变的测试工况为例进行试验验证。力锤采样频率为 1024 Hz, 加速度采样频率为 256 Hz, 各层质量  $m_1=2.56 \text{ kg}$ ,  $m_2=2.56 \text{ kg}$ 。力锤锤击位置为顶层 3# 测点, 在随机锤击过程  $t=4 \text{ s}$  的时刻, 控制二层的附加质量块以流砂的方式随时间减小, 并且每隔 2 s 记录质量的改变量。将质量的改变量控制在 5% 内, 本测试工况  $\Delta m \approx 3.6\%$ 。

图 5 为实验过程中实测的随机冲击力时程, 很明显冲击力的幅值与冲击时刻均具有随机性。

图 6 为流沙过程中附加质量块在每 2 s 间隔内随时间改变的实测值。在  $t=6 \text{ s}$  之后, 质量开始逐渐减小, 并且在质量减小的 28 s 时间段内质量可以看作均匀变化, 直到  $t=34 \text{ s}$  时, 质量不再减小, 表明附加质量块中的铁砂基本漏空。图 7 为质量改变前后的频谱图, 一阶频率由 8.16 Hz 增加到 10.6 Hz, 二阶频率由 29.64 Hz 增加到 34.15 Hz, 结构的动力特性表现出时变特性。

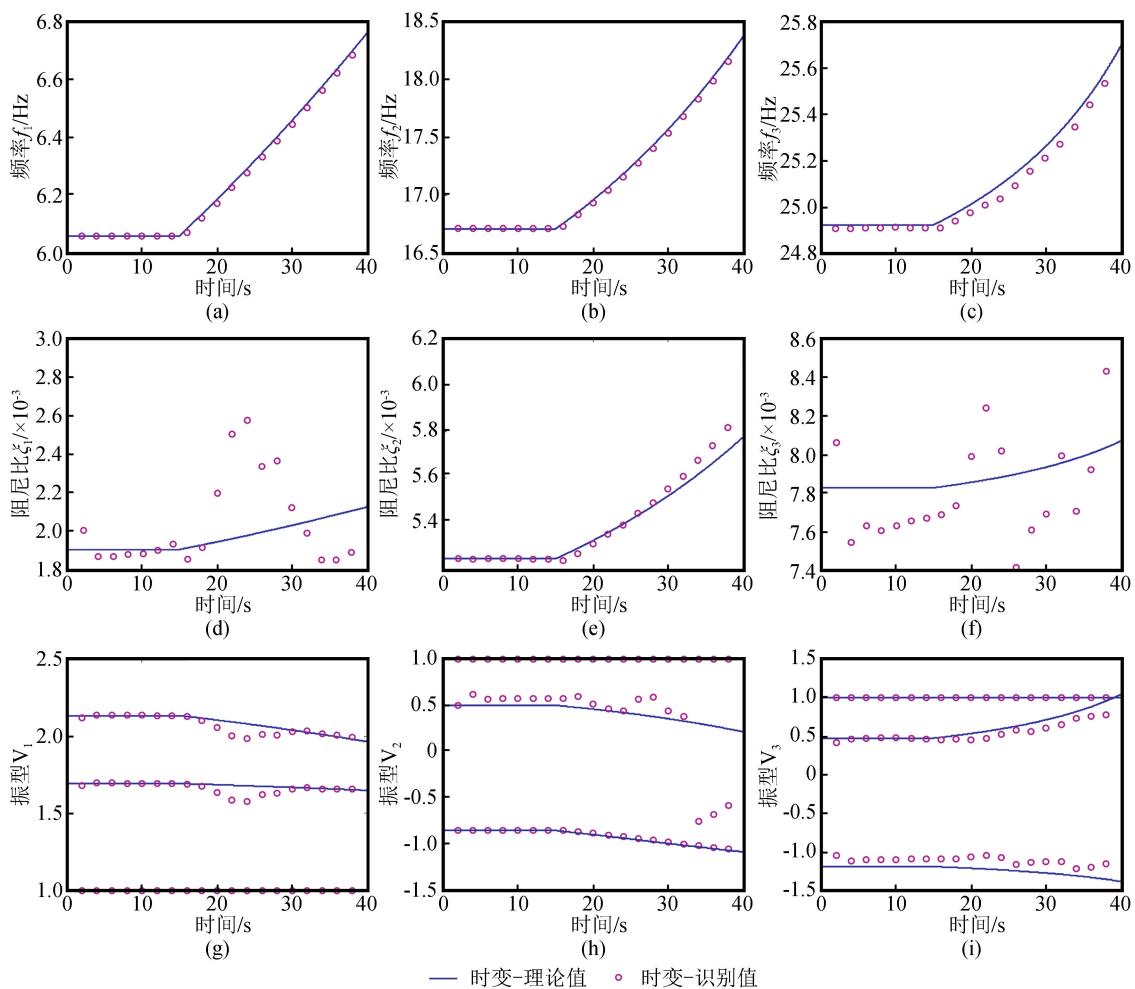


图3 理论值与识别值对比曲线

Fig.3 Contrast results of theoretical value and recognition value

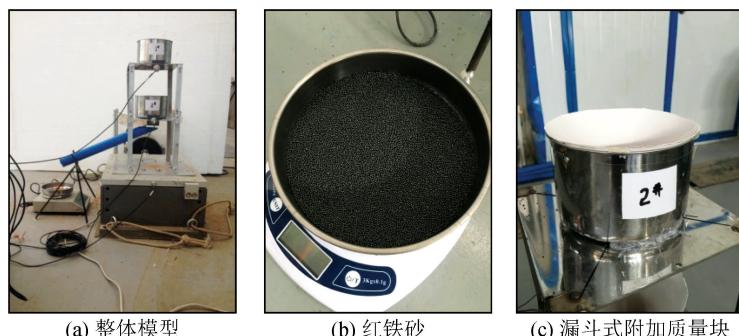


图4 两层钢框架模型

Fig.4 Two-layer steel frame model

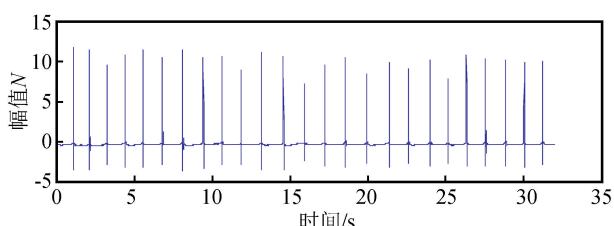


图5 随机冲击力时程

Fig.5 Random impact time-history curve

图8为二层质量改变时,通过一层响应数据识别的模态参数随时间的变化情况。发现前两阶的频率和振型参数均符合其变化规律,频率随着质量的减小而增大,振型减小,完全能够识别时变结构的动力特性。而阻尼比的识别效果较差,在实际工程测试中,阻尼参数与其他结构参数不同,没有一个能够定量衡量的标准,结构的阻尼识别比较困难,但是从

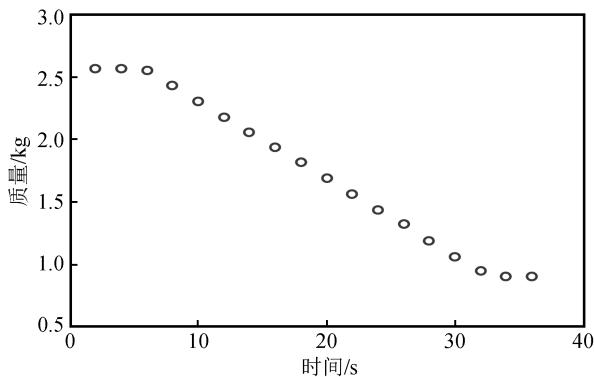


图 6 每 2 s 间隔质量改变的实测值

Fig.6 Measured value of mass change in each 2 s interval

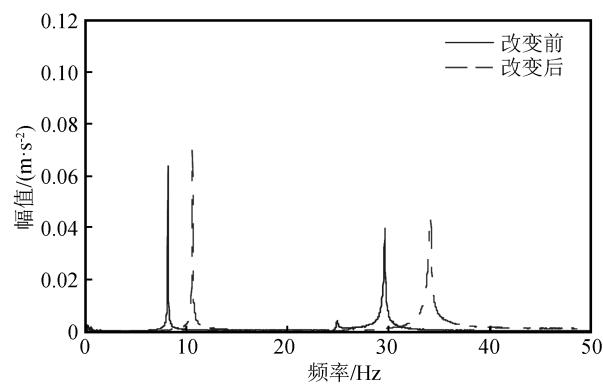
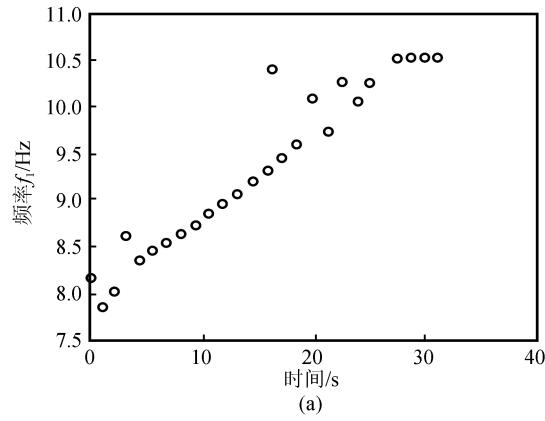
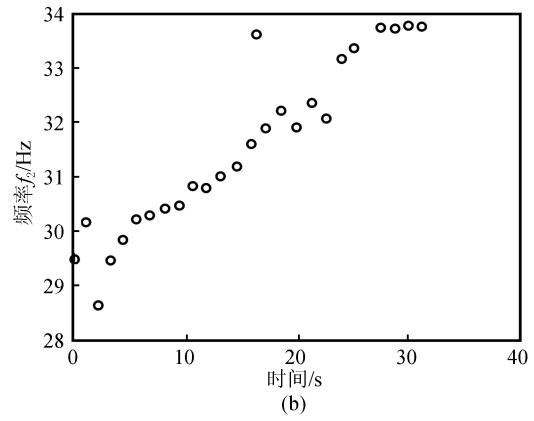


图 7 质量改变前后的频谱

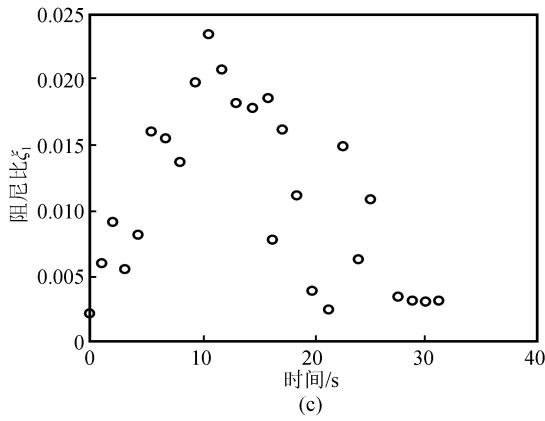
Fig.7 Frequency spectra before and after the mass change



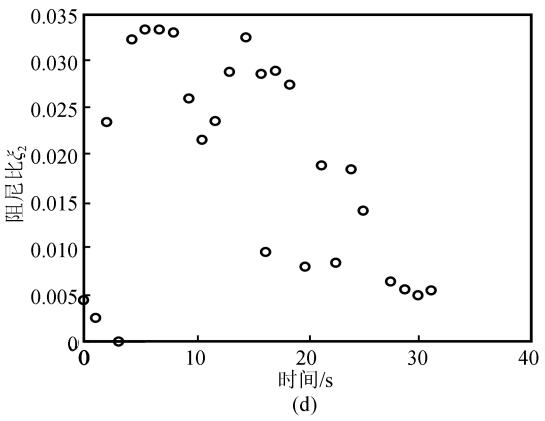
(a)



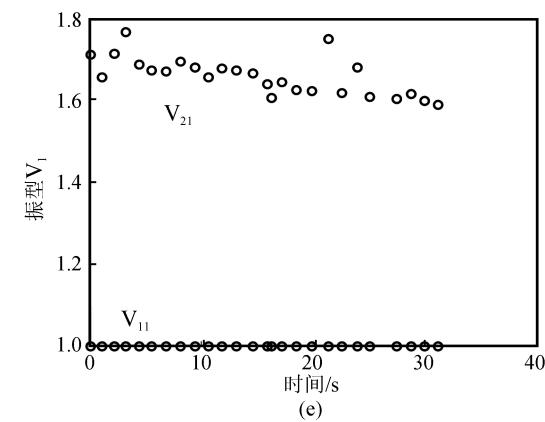
(b)



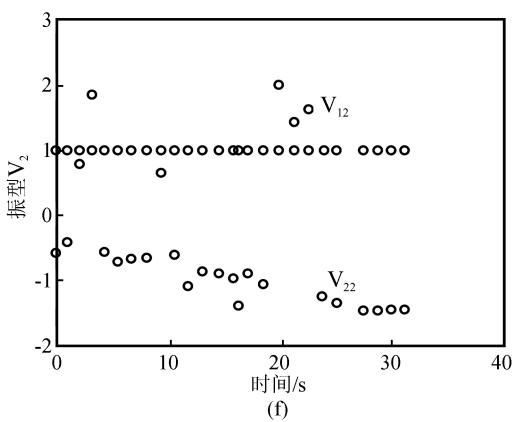
(c)



(d)



(e)



(f)

图 8 时变模态参数识别值

Fig.8 Identification value of the time-varying modal parameter

整体识别情况而言,阻尼的识别值处于框架模型阻尼取值的合理范围之内,同样具有一定的参考价值。

## 5 结论

基于连续小波变化的参数识别算法,提出一种时变结构模态参数识别方法。在短时时不变假定条件下,定义随机冲击激励作为结构的输入,仅利用输出加速度响应数据识别时变结构的模态参数值。分别通过质量参数改变的三自由度时变结构体系的数据模拟和二层时变钢框架模型试验进行瞬时模态参数识别,结果表明,时变频率及时变振型识别效果较好,阻尼识别较稍差,但整体识别较好,从而验证了方法的正确性与有效性。

## 参考文献(References)

- [1] YANG Y B, CHEN W F. Extraction of Bridge Frequencies from a Moving Test Vehicle by Stochastic Subspace Identification[J]. Journal of Bridge Engineering, 2016, 21(3): 04015053.
- [2] 杜永峰,赵丽洁,张韬.超长复杂隔震结构施工力学及全过程监测研究[J].工程力学,2015,32(7):1-10.  
DU Yongfeng, ZHAO Lijie, ZHANG Tao. Study on Construction Mechanics of Long Complicated Isolated Structures And Life-cycle Monitoring[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(7): 1-10.
- [3] 倪智宇,谭述君,吴志刚.改进的TW-API方法及其在时变模态参数辨识中的应用[J].振动工程学报,2015,28(5):721-729.  
NI Zhiyu, TAN Shujun, WU Zhigang. An Improved TW-API Recursive Method and Its Application on Time-varying Modal Parameters Identification[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28(5): 721-729.
- [4] YANG W, LIU L, ZHOU S D, et al. Moving Kriging Shape Function Modeling of Vector TARMA Models for Modal Identification of Linear Time-varying Structural Systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 354: 254-277.
- [5] BISHT S S, SINGH M P. An Adaptive Unscented Kalman Filter for Tracking Sudden Stiffness Changes[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 49(1-2): 181-195.
- [6] FELDMAN M. Hilberttransform Methods for Nonparametric Identification of Nonlinear Time Varying Vibration Systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 47 (Suppl-2): 66-77.
- [7] LE T P, ARGOUL P. Continuous Wavelet Transform for Modal Identification Using Free Decay Response[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 277(Suppl-2): 73-100.
- [8] 李宏男,孙鸿敏.基于小波分析和神经网络的框架结构损伤诊断方法[J].地震工程与工程振动,2003,23(5):141-148.  
LI Hongnan, SUN Hongmin. Damage Diagnosis of Framework Structure Based on Wavelet Packet Analysis and Neural Network[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2003, 23(5): 141-148.
- [9] 丁幼亮,李爱群,缪长青.基于小波包能量谱的结构损伤预警方法研究[J].工程力学,2006,23(8):42-48.  
DING Youliang, LI Aiqun, MIU Changqing. Investigation on the Structural Damage Alarming Method Based on Wavelet Packet Energy Spectrum[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(8): 42-48.
- [10] SU W C, LIU C Y, HUANG C S. Identification of Instantaneous Modal Parameter of Time-varying Systems Via a Wavelet-based Approach and Its Application[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2014, 29(4): 279-298.
- [11] 刘景良,任伟新,王佐才,等.基于同步挤压小波变换的结构瞬时频率识别[J].振动与冲击,2013,32(18):37-42.  
LIU Jingliang, REN Weixin, WANG Zuocai, et al. Instantaneous Frequency Identification Based on Synchrosqueezing Wavelet Transformation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(18): 37-42.
- [12] SHI Y, CHANG C C. Wavelet-based Identification of Time-varying Shear-beam Buildings Using Incomplete and Noisy Measurement Data[J]. Nonlinear Engineering, 2013, 2(1-2): 29-37.
- [13] 赵丽洁,杜永峰,李万润,等.基于小波多分辨率分析的时变结构参数识别[J].工程力学,2016,33(9):94-102.  
ZHAO Lijie, DU Yongfeng, LI Wanrun, et al. Physical Parameter Identification of Time-varying Structure Based on Wavelet Multi-resolution Analysis [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(9): 94-102.
- [14] 杨福生.小波变换的工程分析与应用[M].北京:科学出版社,1999.  
YANG Fusheng. Engineering Analysis and Application of Wavelet Transform[M]. Beijing: Science Press, 1999.