

砂土的动态空间滑动面及其强度准则适应性研究^①

陈昌禄^{1,2}, 邵生俊², 王桃桃²

(1. 毕节学院土木建筑工程学院, 贵州 毕节 551700; 2. 西安理工大学岩土工程研究所, 陕西 西安 710048)

摘要:在砂土真三轴试验的基础上根据传统强度准则建立空间滑动面的原理, 提出了多种动态空间滑动面并建立相应的强度准则; 对比分析传统强度理论和新建立的强度准则与真三轴砂土试验资料之间的差异和优劣, 定量指出各个准则的强度误差。结果表明, 砂土在复杂应力条件下各个强度准则在描述砂土复杂应力条件下均能体现一定的规律性, 但各个强度准则均存在一定误差, 其常数项均表现出一定的变化, $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面准则表现出较好的一致性。

关键词: 砂土; 真三轴试验; 空间滑动面; 强度规律; 适应性

中图分类号: TU432

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2014)04-0980-07

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2014.04.0980

Several Dynamic Spatially Mobilized Planes of Sandy Soil and Research on Strength Criterion Adaptability

CHEN Chang-lu^{1,2}, SHAO Sheng-jun², WANG Tao-tao²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Guizhou University of Engineering Science, Bijie, Guizhou 551700, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: In practical geotechnical engineering, widely used strength criteria include the Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, and Matsuoka-Nakai criteria. These guidelines define the laws that should be obeyed by the stress on a certain spatially mobilized plane when geotechnical materials are damaged. These planes have different characteristics. The spatially mobilized plane of the Mohr-Coulomb criterion is orthogonal with large and small principal stress planes, and the angle between the major principal stress planes is $45^\circ + \varphi/2$. It is assumed that the ratio between the shear stress and the normal stress on the plane is constant; then, the Mohr-Coulomb criterion can be obtained. The Drucker-Prager criterion describes the law that should be obeyed by the principal stress on an octahedral plane when geotechnical material is damaged. That is, the ratio between shear stress and normal stress on an octahedral plane is constant when the geotechnical material is damaged. The plane with the same normal stress is orthogonal with the tendency of geometric space, and the angle between the axes is the same. If a corner of the orthogonal hexahedral principal stress unit is located in the origin of the axes of a three-dimensional geometric space, then a 45° angle is present between the sliding surfaces in the space of three orthogonal planes intersecting the line with the axis. Based on the Mohr-Coulomb criterion, the Matsuoka-Nakai criterion presents a spatially mobilized plane (SMP) with non-fixed normal stress. The SMP is changed with the changes in principal stress. The intersection between the unit of main stress in the spatially mobilized plane and the axis of three-dimensional geometric space is respectively $\sqrt{\sigma_1}$, $k\sqrt{\sigma_2}$ and

① 收稿日期: 2014-01-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(41272320); 贵州省自然科学基金项目(黔科合 J 字[2013]2011 号)

作者简介: 陈昌禄(1974—), 男, 四川合江人, 副教授, 博士, 主要从事黄土力学的研究。E-mail: clc@gues.edu.cn

$k\sqrt{\sigma_3}$, if the intersection is respectively $k(\sqrt{\sigma_1})^n$, $k(\sqrt{\sigma_2})^n$ and $k(\sqrt{\sigma_3})^n$. Then, the spatially mobilized plane can be expanded to different dynamic spatially mobilized planes and different spatially mobilized plane strength criteria. On the basis of true triaxial tests on sand and the traditional principle of the spatially mobilized space, a variety of dynamic spatially mobilized spaces and appropriate strength criteria have been introduced. In this paper, the first-power dynamic spatially mobilized plane (σ), the quadratic-power dynamic spatially mobilized plane ($\sqrt{\sigma}$), and the third-power dynamic spatially mobilized plane ($\sqrt[3]{\sigma}$) are proposed. The essence of the quadratic dynamic spatially mobilized plane ($\sqrt{\sigma}$) is same as the Matsuoka-Nakai criterion based on the SMP. If the ratio of the shear stress and normal stress on the surface of the dynamic spatially mobilized plane is equal to constant and has the same shear strength criterion as the axisymmetric triaxial compression failure of the Mohr-Coulomb criterion, the criterion of dynamic spatially mobilized plane can be obtained. On the basis of the true triaxial test data of sand, comparative analysis of the theoretical strength and the traditional strength as well as the newly established strength criterion and the actual strength of true triaxial test data is conducted. Through the analysis and comparison, the quantitative strength error of each criterion is determined. Comparative analysis shows that for the sand under complex stress conditions, each criterion can reflect certain regularity. However, certain errors are present, and the constant term changes with complex stress conditions. The $\sqrt[3]{\sigma}$ dynamic spatially mobilized space strength criterion showed the best consistency.

Key words: sand; true triaxial test; spatially mobilized plane; strength criterion; adaptability

0 引言

岩土材料的强度破坏问题是岩土力学的核心课题。沈珠江院士在《理论土力学》^[1]一书中就指出:现代土力学的核心部分是理论土力学,而理论土力学的核心问题是土的强度与本构关系。自从 Coulomb 在 1773 年提出首个强度准则以来,人们对强度问题进行了大量的理论研究和试验验证,已经提出了上百个模型或准则,关于强度理论的研究论文更是数以万计,强度问题的研究处于“百花齐放,百家争鸣”^[2-3]。

尽管许多学者在土的强度理论方面做了大量的工作,取得了很多成果,沈珠江也认为关于岩土材料的屈服和破坏的研究已经可以画上句号^[3]。然而这些传统强度准则基本上都是基于一定性状的土(如砂土、重塑土)或一定的试验仪器(如直剪)而建立起来的,都存在一定的局限性^[4],并且在复杂应力条件下现有强度理论也存在较大差异^[5-8]。

目前,广泛应用的强度准则有 Mohr-Coulomb 准则,Drucker-Prager 准则^[9],以及 Matsuoka-Nakai 准则^[10]。实际上,这些准则的共同点均是利用在岩土材料强度破坏时的主应力单元内某空间滑动面的应力条件服从一定的规律下建立的相应准则^[7,11]。本文在分析已有强度准则空间滑动面的基

础上,进一步提出考虑微结构特征的动态空间滑动面,建立相应的强度准则,并依据福建标准砂的真三轴试验结果分析传统强度准则和新建强度准则在复杂应力条件下对砂土强度描述的适应性,探讨各个强度准则描述砂土强度的优劣,为找出正确合理的空间滑动面描述土体的强度破坏提供理论参考,以便完善描述复杂应力条件下土的强度变化规律。

1 传统强度准则的空间滑动面

Mohr-Coulomb 准则没有考虑中轴应力对强度的影响,其描述的滑动面始终正交于大、小主应力作用平面,该空间滑动面的法向与大、中、小主应力轴之间夹角的余弦依次为 $\cos(45^\circ + \varphi/2)$ 、0、 $\cos(45^\circ - \varphi/2)$ 。

Druck-Prager 准则实际上是 Mohr-Coulomb 强度破坏面内切圆锥对应的准则。该准则对应的空间滑动面为主应力空间的八面体面,其法向与大、中、小主应力轴之间夹角相等,法向固定不变。依据土单元破坏时该空间滑动面上剪应力与法向正应力呈正比的关系,即建立了 Druck-Prager 准则(即广义的 Mises 准则)。

Matsuoka-Nakai 准则是 Mohr-Coulomb 准则的三维拓展,其空间滑动面由主应力单元空间正交三个轴上三点确定 SMP 面,依据其面上的正应力和剪应力之比为常数建立相应的强度准则。

综合分析现有研究成果,土剪切破坏时,不论是八面体空间滑动面还是 SMP 空间滑动面,在确定空间滑动面上的抗剪应力和法向正应力时均与各主应力相关,因此依据土剪切破坏时空间滑动面上抗剪应力与法向正应力的比值建立相应的强度准则是现有强度准则中较为普遍的做法。这些空间滑动面只有在一些特殊应力条件下才能得到反映土材料实际的破坏面。一般应力条件下已有的真三轴试验还无法得到空间滑动面与实际剪切破坏面一致具有普遍性的结论^[7,10]。因此,不论是静态的 Mohr-Coulomb 滑动面、八面体空间滑动面,还是动态的 Matsuoka-Nakai 空间滑动面,在一般应力条件下这些滑动面都只是为了建立描述土强度变化规律强度准则而抽象出来的“空间滑动面”。

2 几种动态空间滑动面土的强度准则分析

所谓动态空间滑动面,其空间滑动面的法向是动态的,在不同试验条件下和对于不同的破坏应力,其滑动面位置也是不同的。典型的空间滑动静态面是 45°空间滑动面,即正八面体面,其所对应的强度准则为 Mises 准则;而典型的动态空间滑动面是 Matsuoka 和 Nakai 提出的 SMP (Spatially Mobilized Plane) 空间滑动面,其所对应的强度准则为 Matsuoka-Nakai 准则(也称作 SMP 准则)。

在前述的传统强度准则空间滑动面基础上本文提出:一次方动态空间滑动面(σ)、开二次方空间滑

动面($\sqrt{\sigma}$)和开三次方动态空间滑动面($\sqrt[3]{\sigma}$)。开二次方空间滑动面($\sqrt{\sigma}$)其实质为 Matsuoka-Nakai 准则所对应的 SMP 准则。如果假定上述动态空间滑动面上的剪应力与正应力之比等于常数,且让该准则在轴对称三轴压缩破坏时与 Mohr-Coulomb 准则具有相同的抗剪强度,即可得到各个动态空间滑动面所对应的强度准则。

2.1 开二次方空间滑动面及其强度准则

Matsuoka 和 Nakai 等人在 Mohr-Coulomb 准则的基础上提出空间滑动面 (Spatially Mobilized Plane) 的概念并在此基础上建立了 Matsuoka-Nakai 准则,如图 1 所示。其强度准则描述为在 SMP 面上的正应力 σ_{SMP} 和剪应力 τ_{SMP} 比值为常数。如式 (1)、(2) 所示。

$$\begin{cases} \sigma_N = 3 \frac{I_3}{I_2} \\ \tau_N = \sqrt{\frac{I_1 I_2 I_3 - 9 I_3^2}{I_2^2}} \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \cdot \frac{K_p}{(K_p + 2)(2K_p + 1)} = 1 \quad (2)$$

式中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为破坏时的大、中、小主应力; I_1, I_2, I_3 分别为第一、第二、第三应力不变量; K_p 为被动土压力系数。

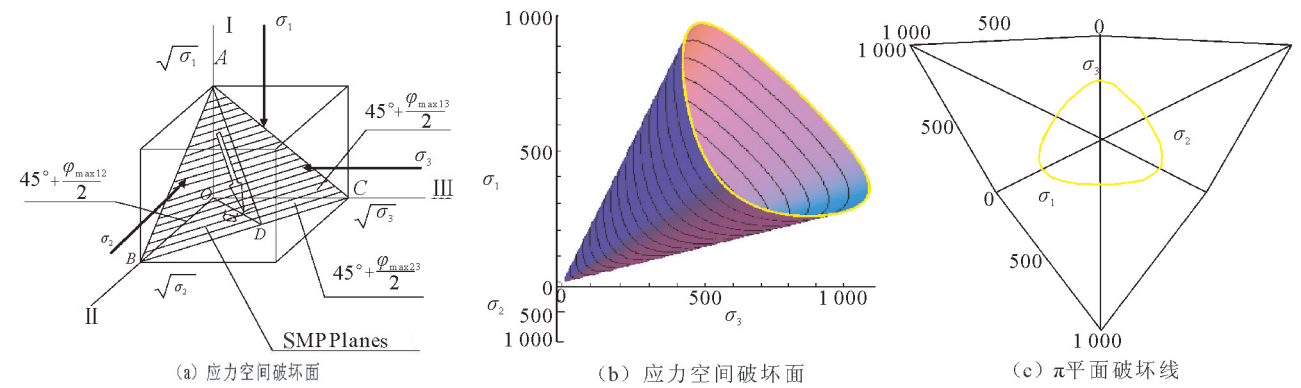


图 1 SMP 空间滑动面
Fig.1 Spatially mobilized plane

2.2 一次方动态空间滑动面及其强度准则

根据 SMP 建立的思路,很容易求出一方空间滑动面(σ)的位置,图 2 给出了该面示意图及其强度准则在应力空间和 π 平面上的破坏面(线)所示。其上的剪应力和正应力的表达式及其强度准则如式 (3)、(4) 所示。

$$\begin{cases} \sigma_N = \frac{I_2 I_3}{I_2^2 - 2 I_1 I_3} \\ \tau_N = \frac{I_3}{I_2^2 - 2 I_1 I_3} \sqrt{2 I_2^2 - 6 I_1 I_3} \end{cases} \quad (3)$$
$$\frac{\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1}{(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)^2} \cdot \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3}{(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)^2} = 1$$

$$\frac{(2K_p+1)^2}{(K_p-1)^2}=1 \tag{4}$$

2.3 开三次方动态空间滑动面

如图 3 所示的开三次方空间滑动面,同理可以计算出该面上的正应力和剪应力以及相应的强度准则,如式(5)、(6)所示。

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{N\sqrt{}} &= \sqrt{\frac{(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^{2/3}}{(\sigma_1\sigma_2)^{2/3}+(\sigma_2\sigma_3)^{2/3}+(\sigma_1\sigma_3)^{2/3}}}(\sigma_1^{4/3}+\sigma_2^{4/3}+\sigma_3^{4/3})-\left[\frac{(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^{2/3}(\sigma_1^{1/3}+\sigma_2^{1/3}+\sigma_3^{1/3})}{(\sigma_1\sigma_2)^{2/3}+(\sigma_2\sigma_3)^{2/3}+(\sigma_1\sigma_3)^{2/3}}\right]^2 \\ \sigma_{N\sqrt{}} &= \frac{(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^{2/3}}{(\sigma_1\sigma_2)^{2/3}+(\sigma_2\sigma_3)^{2/3}+(\sigma_1\sigma_3)^{2/3}}\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_1^{2/3}}+\frac{\sigma_2}{\sigma_2^{2/3}}+\frac{\sigma_3}{\sigma_3^{2/3}}\right)=\frac{(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^{2/3}(\sigma_1^{1/3}+\sigma_2^{1/3}+\sigma_3^{1/3})}{(\sigma_1\sigma_2)^{2/3}+(\sigma_2\sigma_3)^{2/3}+(\sigma_1\sigma_3)^{2/3}} \end{aligned} \right. \tag{5}$$

$$\frac{\sqrt{\sigma_1^2(\sigma_2^{2/3}+\sigma_3^{2/3})+\sigma_1^{2/3}(\sigma_2-\sigma_3)^2+\sigma_2^2\sigma_3^{2/3}+\sigma_2^{2/3}\sigma_3^2-2\sigma_1(\sigma_2\sigma_3^{2/3}+\sigma_2^{2/3}\sigma_3)}}{(\sigma_1^{1/3}+\sigma_2^{1/3}+\sigma_3^{1/3})(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^{1/3}}\cdot\frac{\sqrt[3]{K_p^2}(\sqrt[3]{K_p}+2)^2}{2(K_p-1)^2}=1 \tag{6}$$

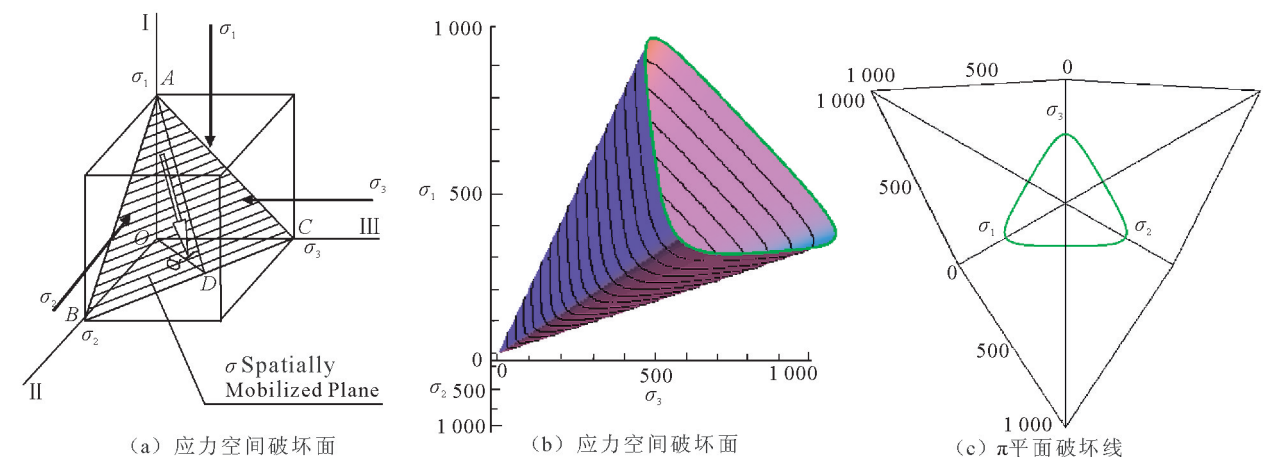


图 2 一次方空间滑动面
Fig.2 The first power spatially mobilized plane

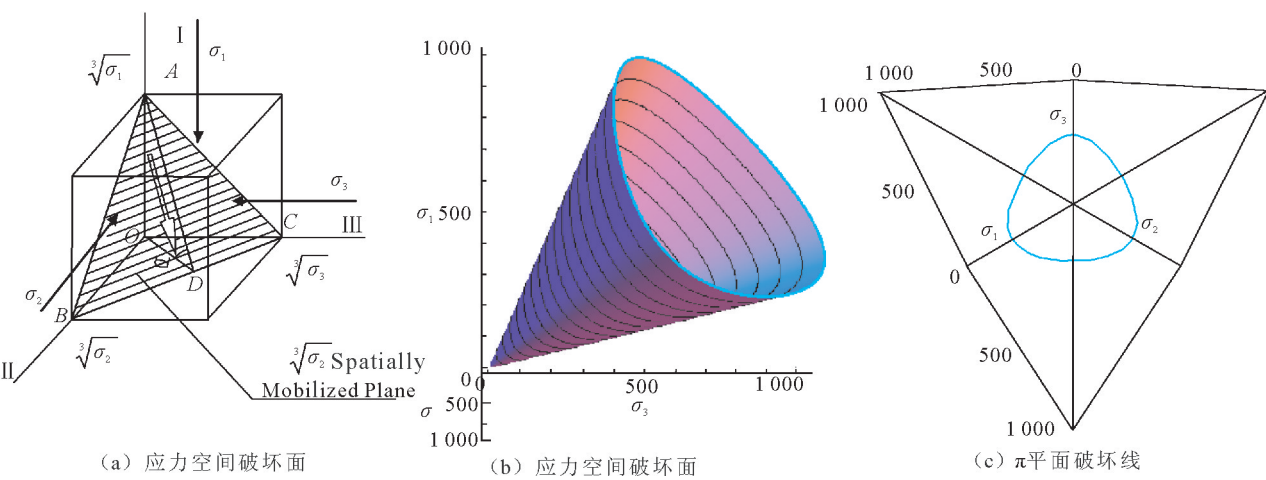


图 3 开三次方空间滑动面
Fig.3 The third root spatially mobilized plane

3 砂土的真三轴试验

本文试验采用的真三轴仪(XGT-2)由西安理工大学岩土所自行研制^[12]。本文研究的是福建标准砂在饱和状态下的力学特性。真三轴试验参数如

表 1 所示。试验采用固结排水剪切。砂土的基本物理性质如表 2 所示。
由于篇幅所限,该砂的应力应变变化规律详见文献[13],此处仅列出 $p-q$ 面上的破坏线,以方

便和新建准则进行比较。

表 1 砂土的真三轴试验参数

Table 1 The parameters of soil under the true triaxial test

类别	试验条件	试样尺寸
围压 σ_3/kPa	50、100、150、200	70 mm 立方体
中主应力比 b	0.00、0.25、0.50、0.75、1.00	

表 2 砂土的基本性质参数

Table 2 The basic parameters of sand

干密度/ $(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	相对密度	不均匀系数	曲率系数	摩擦角/ $(^\circ)$
1.58	0.60	2.01	0.95	47.15

从图 4 的 $q-\epsilon_s$ 曲线可以看出,砂土在不同围压下的真三轴试验基本上呈现为硬化型曲线,并且随着中主应力比 b 值的增大, $q-\epsilon_s$ 应力应变曲线不断抬高,即抗剪强度不断增大。这说明随着中主应力 σ_2 的增大(中主应力比 b 值的增大),砂土的抗剪强度也在不断增大(q 不断增大)。

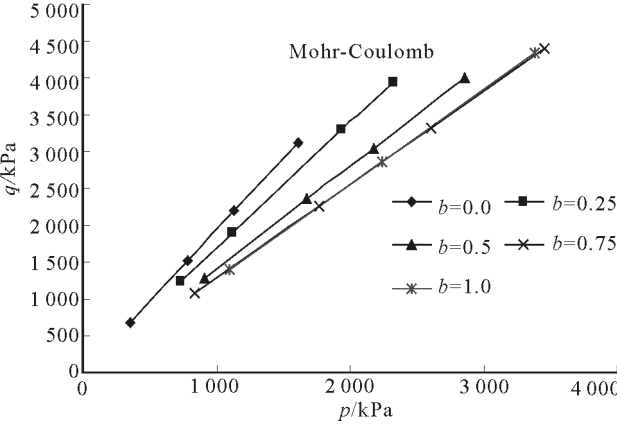


图 4 砂土在真三轴试验条件下的强度破坏线
Fig.4 the stress-strain curves of sand under the true triaxial test

4 砂土在动态空间滑动面上的应力和强度分析

根据上述的几个动态空间滑动面上的正应力和剪应力表达式,可以很方便得出各个动态空间滑动面上的应力关系。再根据各空间面强度准则对比分析和真三轴试验结果之间的差异性。

4.1 动态滑动面上的应力关系

图 5 给出了三个动态空间滑动面上的正应力和剪应力之间的关系。

从图 5 可以看出,在真三轴试验条件下三个动态空间滑动面上的强度变化均呈现出较好的线性规律,说明该三个空间滑动面均能较好地反映应力路径的变化而引起的强度变化。同样,该三个准则的

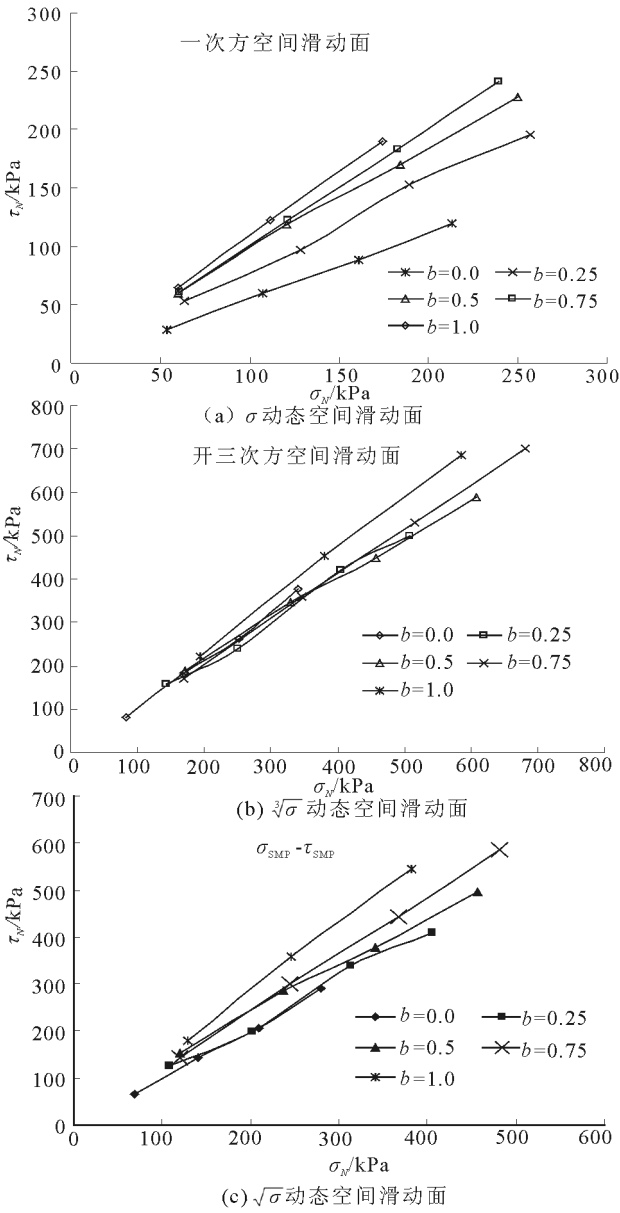


图 5 各个动态空间滑动面上的应力关系
Fig.5 Stress curves in different spatially mobilized planes

常数项也是随着应力路径(中主应力比 b 值)的变化而变化的。

4.2 动态滑动面准则的常数项分析

从图 5 的三个动态空间滑动面准则的强度破坏线可知,三个强度准则的常数项在不同应力条件下其实是变化的。表 3 给出了各个强度准则常数项在复杂应力条件下的变化情况。

从各个强度准则空间滑动面上的应力变化图(图 5)和各个动态空间滑动面准则的常数项变化情况(表 3)可知,在不同中主应力比 b 值的情况下,动态空间滑动面准则常数项和三个经典强度准则中的

常数项随 b 值的变化均存在一定变化。三个准则的常数项均是随着 b 的增大而增大。其中 σ 动态空间滑动面上的变化幅度最大,其次是 $\sqrt{\sigma}$ 动态空间滑动面, $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面的变化最小,说明后两者的常数项能更好地适应应力路径的变化。

表 3 不同 b 值下各强度准则常数项的变化
Table 3 The strength criterion constant changes with different b values

b	常数项 k				
	L-D 准则	M-C 准则	σ 准则	$\sqrt{\sigma}$ 准则	$\sqrt[3]{\sigma}$ 准则
0.00	90.37	1.94	0.55	0.99	1.05
0.25	83.50	1.70	0.79	1.06	1.02
0.50	82.13	1.40	0.95	1.17	1.03
0.75	81.32	1.28	1.00	1.21	1.03
1.00	100.89	1.28	1.09	1.42	1.17

如果将中主应力比 $b=0$ 作为参考值,则可以计算出各个强度准则中常数项随 b 值的变化所带来的误差。 σ 动态空间滑动面准则的最大误差达到 97.8%,平均误差为 59.5%; $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面的最大误差为 11.27%,平均误差仅为 3.8%两项误差均小于 Mohr-Coulomb 准则的 34% 和 21.7%、Matsuoka-Nakai 准则的 43%和 18%以及 Lade-Duncan 准则的 11.5%和 7.7%。

由此可知各个强度准则常数项的理论值和真三轴试验值之间的差异,其中以 $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面准则的常数项差异性最小,Lade-Duncan 准则次之,其次是 Matsuoka-Nakai 准则, σ 动态空间滑动面准则最大。

4.3 动态滑动面准则的强度分析

图 6 给出个三个空间动态面准则和真三轴试验结果在 π 平面上的破坏线(球应力 $p=600$ kPa)。

从图 6 的各个动态空间滑动面准则的 π 平面上的破坏线与真三轴试验结果的对比可以看出,三个动态空间滑动面准则中,由于各个强度准则在中主应力比 $b=0$ 时是重合的,这时候三个准则所描述的强度大小基本上和真三轴试验结果相当,而随着 b 值的增大,其误差也逐渐体现出来。 σ 动态空间滑动面准则随着 b 值的增大,其误差也逐渐增大,而 $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面准则和 $\sqrt{\sigma}$ 动态空间滑动面所对应的 Matsuoka-Nakai 准则都基本上能较好地反映这种变化。试验破坏曲线基本上处于这两个强度准则所描述的破坏线之间。更为惊喜的是,从图 6 的各个中主应力比 b 值下可以看出, $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面准则描述的破坏曲线更接近于真三轴试验所得的

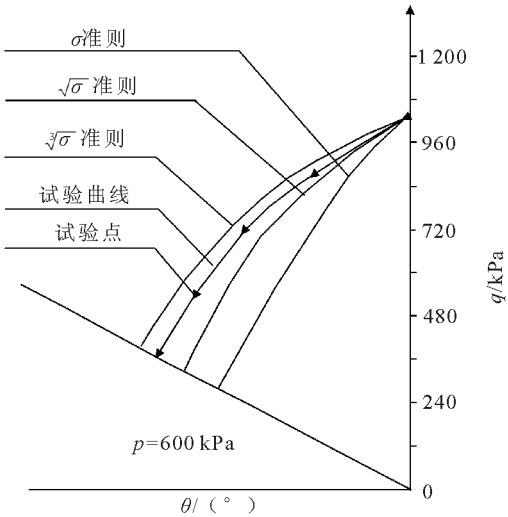


图 6 多个强度准则和真三轴试验结果对比(π 平面)
Fig.6 Comparison of failure lines in p - q plane of diffent spatially mobilized plane criterion with the result of true triaxial test (π plane)

破坏曲线,其误差更小。

5 结语

在砂土真三轴试验的基础上,根据传统强度准则建立空间滑动面的原理,提出了多种动态空间滑动面,探讨了传统强度理论和新建立的强度准则与真三轴砂土试验资料之间的强度分析对比。通过分析比较各个强度准则和试验资料的差异和优劣,定量指出各个准则的强度误差。

- (1) 提出了 σ 动态空间滑动面和 $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面并建立相应强度准则;
- (2) 砂土在复杂应力条件下,各个强度准则均存在一定误差,其常数项均表现出一定的变化;
- (3) 各个强度准则在描述砂土复杂应力条件下均能体现一定的规律性, $\sqrt[3]{\sigma}$ 动态空间滑动面准则表现出较好的一致性。

参考文献(References)

[1] 沈珠江. 理论土力学[M].北京: 中国水利水电出版社, 2000.
SHENG Zhu-jiang. Theoretical Soil Mechanics [M]. Beijing: China Water & Power Press,2000.(in Chinese)

[2] 俞茂宏.强度理论百年总结[J].力学进展, 2004, 34(4): 529-560.
YU Mao-hong. Advances in Strength Theories for Materials Under Complex Stress State in the 20th Century[J].Advances in Mechanics, 2004,34(4): 529-560.(in Chinese)

[3] 俞茂宏, M Yoshimine, 强洪夫, 等.强度理论的发展和展望[J].工程力学, 2004, 21(6): 1-20.

- YU Mao-hong, M Yoshimine, QIANG Hong-fu, et al. Advances and Prospects for Strength Theory[J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6): 1-20. (in Chinese)
- [4] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983. HUANG Wen-xi. The Basic Properties of the Soil[M]. Beijing: China Water Power Press, 1983. (in Chinese)
- [5] 齐吉琳, 谢定义, 石玉成. 土结构性的研究方法及其现状[J]. 西北地震学报, 2001, 23(1): 99-103. QI Ji-lin, XIE Ding-yi, SHI Yu-cheng. Status Quo and Method of Quantitative Study on Soil Structure[J]. Northwestern Seismological Journal, 2001, 23(1): 99-103. (in Chinese)
- [6] 陈昌禄, 邵生俊, 方娟. 不同结构性黄土的强度规律及传统强度准则适应性分析[J]. 地震工程学报, 2013, 35(4): 851-857. CHEN Chang-lu, SHAO Shen-jun, FANG Juan. Analysis of Strength Variation of Different Kinds of Structural Loess and Adaptability of Traditional Strength Criterion[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2013, 35(4): 851-857. (in Chinese)
- [7] 陈昌禄. 真三轴条件下结构性黄土的强度规律与强度准则的适应性研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2012. CHEN Chang-lu. Study on the Law of Different Structural Loess and the Adaptability of Strength Criterion under True Tri-axial Conditions[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2012. (in Chinese)
- [8] 邵生俊, 罗爱忠, 邓国华, 等. 一种新型真三轴仪的研制与开发[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(8): 1172-1179. SHAO Sheng-jun, LUO Ai-zhong, DENG Guo-hua, et al. Development of a New True Tri-axial Apparatus[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(8): 1172-1179. (in Chinese)
- [9] Lade P V, Duncan J M. Elasto-plastic Stress-strain Theory for Cohesionless Soil[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, American Society of Civil Engineers, 1975, 101(10): 1037-1053.
- [10] Nakai T, Matsuoka H. Shear Behaviors of Sand and Clay Under Three-dimensional Stress Condition[J]. Soils and Foundations, 1983, 23(2): 16-42.
- [11] 邵生俊, 许萍, 陈昌禄. 土的剪切空间滑动面分析及各向异性强度准则研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(3): 421-435. SHAO Sheng-jun, XU Ping, CHEN Chang-lu. Several Shear Spatially Mobilized Planes and Anisotropic Strength Criteria of Soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(3): 421-435. (in Chinese)
- [12] 王桃桃. 新型真三轴仪改进及饱和砂土力学特性测试分析[D]. 西安: 西安理工大学, 2010. WANG Tao-tao. Improvement of the New True Triaxial Apparatus and Mechanical Characteristic Analysis of Saturated Sand [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2010. (in Chinese)