

一个深海定常风生流模式*

陈水明

(国家海洋局第一海洋研究所, 青岛 266003)

提要 基于一定的实测资料,假定了深海垂直湍流系数的垂直分布。在此基础上,从简化的动量方程中求得了定常风生流流速解,其主要结果是:(1)在中等海况下,表层风生流的右偏角约为 24° ;(2)对于弱海况,表层流大小与海面风速几乎成线性关系,而在高海况下要缓慢得多;(3)强海况下,有明显的逆风流,而在弱海况下,几乎不存在逆风流。

关键词 垂直湍流系数 风生流的垂直分布 右偏角

在风应力作用下的海洋表层运动具有明显湍流特性。事实上,Reynolds 应力是风海流形成的决定性因子。经典的常垂直湍流系数模式——Ekman 模式采用了参数化表示 Reynolds 应力的最简单形式,其解显示表层流相对风应力的偏角为 45° ,这与实测结果(如 Bryan, et al., 1978; Kirwan, 1979; McPhee, 1979)有明显区别。从这些实测结果看,表层流偏角是在 $5^\circ-30^\circ$ 。为了解释这种现象,Madsen (1977) 同样基于 Bossinesq 近似(即把 Reynolds 应力表示为平均流梯度乘上一个湍流系数)给出了一个解析模式,与 Ekman 模式不同之处在于,他认为垂直湍流系数正比于水深,而在海面为零,他给出了表层流偏角为 10° 左右的结论,这与观测事实一致。另外,McPhee (1979) 也给出了一个类似的改进模式,但他们的流速解在海表面具有奇性,这是由于他们假定海表面垂直湍流系数为零。这样的假定在潮流问题中得到了实测数据的验证(Fang et al., 1983),并在潮流预报中得到了应用。Reynolds 应力在 Bossinesq 近似下有如下表达式

$$\tau_x = -\rho \overline{u'w'} = \rho A_v \frac{\partial u}{\partial z}$$

Madsen 和 McPhee 的假定的物理本质是认为垂直湍流脉动速度(w')在海表面为零。在潮流这样的长波运动中(几百公里的尺度),海面相当光滑, $w' = 0$ 的假定是合理的。然而,当我们用这样的假定来解决风生流问题时就不合理了。实际上,风应力将不可避免地产生波浪,在这个过程中产生的速度脉动正是风诱导流的途径,因而,海面的垂直脉动不可能是零,这是我们模式的一个着眼点。

其实,垂直湍流系数仅是湍流运动动量耗损的一个参数化表示,它与流场结构(包括平均流场和脉动流场)有着密切关联,因而,如果先验地给定垂直湍流系数的分布将是不合理的。以下我们从湍流能量耗损率 ϵ 来讨论 A_v 的垂直分布。

1 垂直湍流系数(A_v)的垂直分布

在风应力作用为主的海况下,根据实测数据 Benilov (1973) 得到 (Monin et al.,

* 国家自然科学基金资助项目,48970264。

收稿日期:1992年1月2日;接受日期:1992年9月28日。

1985):

$$\varepsilon \sim E e^{-\frac{6\pi z}{\lambda}} \quad (1)$$

其中 λ 是波浪运动的平均波长, 其比例系数 E 与风生波浪的波高、波速和波长等有关, 并且在强、中、弱海况下有二个量级跃变(分别为 $1 \times 10^{-4}, 1 \times 6^{-6}, 1 \times 8^{-8} \text{m}^2/\text{s}^3$)。风生流具有明显的垂直剪切, 对于这样的强湍流运动, 可以采用 Stokes 表达式来建立 ε 与平均流场的关系 (Monin et al., 1985):

$$\varepsilon = \frac{A_v}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) \quad (2)$$

A_v 即是垂直湍流系数。如果假定流速值随水深呈指数变化 (正如经典 Ekman 解所给出和实测资料所证实的), 考虑到(1)式, 可以认为 A_v 随水深也呈指数变化, 即

$$A_v = A_{v0} e^{\alpha z} \quad (3)$$

其中 A_{v0} 是海面垂直湍流系数, 为海面风应力的函数, z 在海面是零, 向下为正, 已被 $D = \sqrt{\frac{A_{v0}}{f}}$ 无量纲化, D 是 Ekman 摩擦深度。 α 将在下文给出其表达式, 从(3)中可以看到, $\alpha = 0$ 即是常垂直湍流系数情形——经典 Ekman 模式。

2 深海风生流的定常解

对于开阔深海, 如果风场的水平尺度很大, 或者风场是均匀的, 定常风生流的简化正压控制方程组(无量纲)为:

$$iW = \frac{\partial}{\partial z} e^{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} W \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial z} \right|_{z=0} = -\tau; \text{ 当 } z = \infty \text{ 时 } W = 0 \quad (5)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$, $W = u + iv$, W 已被速度特征值 U 无量纲化, 垂直尺度是 $D = \sqrt{\frac{A_{v0}}{f}}$,

$\tau = \tau_x + i\tau_y = \frac{\tau^* D}{\rho A_{v0} U}$, 其中 $\tau^* = \tau_x^* + i\tau_y^*$ 是有量纲的海面风应力, x 指向东而 y 指

向北, u, v 分别是沿 x, y 方向的速度分量。 z 以海面为零点, 向下为正。

对方程(4)作如下变换 $r = e^{-(\alpha/2)z}$, $W = \omega r$ 得到

$$r^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + r \frac{\partial \omega}{\partial r} - \left(1 + \frac{4i}{\alpha^2} r^2 \right) \omega = 0,$$

易得到变形 Bessel 方程的通解 $\omega = c_1 I_1 \left(\frac{2\sqrt{i}}{|\alpha|} r \right) + c_2 K_1 \left(\frac{2\sqrt{i}}{|\alpha|} r \right)$, 即:

$$W = e^{-(\alpha/2)z} \left[c_1 I_1 \left(\frac{2\sqrt{i}}{|\alpha|} e^{-(\alpha/2)z} \right) + c_2 K_1 \left(\frac{2\sqrt{i}}{|\alpha|} e^{-(\alpha/2)z} \right) \right] \quad (6)$$

式(6)对于 α 大于零和小于零, 解有完全不同的性质, 下面给予讨论。

2.1 $\alpha < 0$ 注意到 I_1 在自变量很大时的性质, 并考虑海面条件(5)。记 $\beta = -\alpha$, 我们有:

$$W = \frac{\tau e^{(\beta/2)z}}{\sqrt{i} K_0\left(\frac{2\sqrt{i}}{\beta}\right)} K_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\beta} e^{(\beta/2)z}\right)$$

考察解在 $z = 0$ 处的性质:

$$W(0) = \frac{\tau}{\sqrt{i} K_0\left(\frac{2\sqrt{i}}{\beta}\right)} K_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\beta}\right) \quad (7)$$

如果 β 相当小而使 $\left|\frac{2\sqrt{i}}{\beta}\right| = \frac{2}{\beta}$ 相当大, 则

$$\delta = \frac{K_1\left(\frac{2}{\beta}\sqrt{i}\right)}{K_0\left(\frac{2}{\beta}\sqrt{i}\right)} \approx 1 + \frac{\beta}{4\sqrt{2}} - \frac{\beta}{4\sqrt{2}}i \quad (8)$$

在(7)式中, τ/\sqrt{i} 对应于经典 Ekman 解, 即表层流相对风应力右偏 45° 的解, 而(8)表示 $\text{Arg}(\delta) < 0$, 所以当 β 相当小时, 式(7)中的表层流有更大的右偏角; 如果 β 相当大而使 $2/\beta$ 是小量, 有同样的结论。

由上可知, 若取 $\alpha < 0$, 表层流将比 Ekman 解更右偏, 这与实测事实是不符合的。

2.2 $\alpha > 0$ K_1 在零点有奇性, 所以(4)的通解是:

$$W = c_1 e^{-(\alpha/2)z} I_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha} e^{-(\alpha/2)z}\right)$$

代入海面条件(5), 并利用关系 $\frac{d}{dr}(rI_1(r)) = rI_0(r)$, 问题的解为

$$W = \frac{\tau e^{-(\alpha/2)z}}{\sqrt{i}} \frac{I_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha} e^{-(\alpha/2)z}\right)}{I_0\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)} \quad (9)$$

由(9)式可以得到海面附近的流速为:

$$W(0) = \frac{\tau}{\sqrt{i}} \frac{I_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)}{I_0\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)} \quad (10)$$

如果 α 相当小而使 $\frac{2}{\alpha}$ 为大量, 有近似表达式

$$\delta = \frac{I_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)}{I_0\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)} \approx 1 - \frac{\alpha}{4\sqrt{i}} = 1 - \frac{\alpha}{4\sqrt{2}} + \frac{\alpha}{4\sqrt{2}}i \quad (11)$$

如果 α 相当大, 则

$$\delta = \frac{I_1\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)}{I_0\left(\frac{2\sqrt{i}}{\alpha}\right)} \approx \frac{2\sqrt{i}}{4\alpha} = \frac{1+i}{2\sqrt{2}} \quad (12)$$

从(11),(12)式可以得到 $\text{Arg}(\delta) > 0$, 因而解(10)所包含的表层流的偏角将小于 45° , 这是与实测数据相吻合的。

从式(9)知, 在 z 相当大时, $W \sim e^{-\alpha z}$

此时

$$\varepsilon = \frac{A_v}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) \sim e^{-\alpha z}$$

所以, 按照 $\alpha > 0$ 的解估计出来的 ε 值是与实测分布式(1)相吻合的, 我们取 $\alpha = \frac{6\pi D}{\lambda}$ 。

至此, 基于一定的假设, 我们确定了垂直湍流系数的垂直分布。在(3)式中, $\alpha > 0$, 意味着垂直湍流系数 A_v 随深度增加而呈指数增加, 这是否意味着在深水处湍流脉动非常强烈呢? 回答当然是否定的, 事实上, 在深海风生流问题中, 深水是几乎不动的, 这种差异是因为我们错误地在物理本质上也把湍流系数与分子粘性相比拟。其实, 湍流系数 (A_v) 纯粹是一个与湍流能量耗损有关的参数, 只有在动量方程的湍流项中考察它的物理特性才有意义。即使 A_v 很大, 如果速度剪切很小, 此时的湍流耗损率仍会很小, 即湍流脉动很弱。

3 结果分析

我们将从两方向来讨论本文所得解的性质: 表层流对风应力的响应和定常风生流的垂直结构。(9),(10)表明, 上述性质依赖于参数 α , 而 α 与海面海浪平均波长 λ 及海面垂直湍流系数 A_v 有关。

根据 Pierson-Moscowitz 风浪谱(文圣常等, 1984), 海浪极值周期与海面风速 U_0 满足 $T_{\max} = \frac{2\pi}{0.877g} U_0$, 再利用关系式 $\bar{T} = T_{\max}/1.41$ 和 $\lambda = \frac{g}{2\pi} \bar{T}^2$, 则有 $\lambda = 0.42U_0^2$ 。

基于混合长度理论(文圣常等, 1984), 海面湍流系数与海面风速的三次方成正比。假定在中等风速(12m/s)下的海面湍流系数为 $0.001\text{m}^2/\text{s}$, 采用下式来估计海面湍流系数

$$A_v = 0.001 \left(\frac{U_0}{12} \right)^3 = 5.8 \times 10^{-2} U_0^3 (\text{m}^2/\text{s}) \quad (13)$$

当 $U_0 = 6\text{m/s}$ 时 $A_v = 1.3 \times 10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$, 而当 $U_0 = 24\text{m/s}$ 时, $A_v = 8 \times 10^{-3}\text{m}^2/\text{s}$, 这是合理的。

取 $f = 10^{-4}\text{s}$, 我们对无量纲参数 α 有如下经验式:

$$\alpha = \frac{6\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{A_v}{f}} = 3.42 U_0^{-1/2} \quad (14)$$

如图 1 所示, α 从小到大表示海浪从强到弱。从图 1 中可以看到, 中等海况下 (12m/s), α 约为 1; 当风速 6—24m/s, α 分布范围为 1.4—0.7。在通常海况下, α 的分布在 1 附近, 说明解的垂直变化基本上以垂直 Ekman 数为标志, 这是与经典 Ekman 解一致的。这

里应该指出,(13),(14)式是经验关系式,它们只有在 U_0 的单位是 m/s, 而 A_{vs} 的单位是 m^2/s 时才成立,此时 α 是无量纲的。

3.1 表层流性质 这里引用已有的观测结果来与本文解析解相比较。图 2a 为风生流对风应力的偏角分布,是 Kirwan 等 (1979) 在北太平洋利用 6 个漂流器 (数据长度从 50d 到 150d 不等) 获到的结果。从分布图中看到,分布的平均值是右偏 $25^\circ-30^\circ$, 标准偏差为 15° 。图 2b 是 McPhee (1979) 基于中北冰洋的 60d 密集冰 (Pack Ice) 飘移资料得到的, 偏角平均值为右偏 $20^\circ-30^\circ$ 。

图 3a 是(10)式所包含的解。对于中等海况 ($\alpha = 1$), 右偏角为 24° , 这比 Madsen (1977) 给出的 10° 的结果要大,但我们解与 Kirwan 等及 McPhee (1979) 所提供的实测数据(图 2)是相当吻合的。从图 3a 还可以看到,与 McPhee 模式给出的趋势相反,强海况下的偏角比弱海况下要大,这一点是与实际情况相一致的。在图 2b 中,小偏角情形都发生小漂流速度即低海况下。

从(10)式可知,当 α 很小时, $\left|\frac{W}{\tau}\right| \sim \alpha$; 而当 α 很大时, $\left|\frac{W}{\tau}\right| \sim \frac{1}{\alpha}$ 。从图 3b 可知在 $\alpha \approx 0.5$ 时 $\left|\frac{W}{\tau}\right| \sim \alpha^0$ 。于是 $\alpha \in (0.75, 1.5)$ 近似有

$$\left|\frac{W}{\tau}\right| \sim \alpha^\delta, \quad -1 < \delta < 0 \quad (15)$$

应当承认,这样的估计在数学上并不严密。 $\delta = -1$ 对应着弱海况,而 $\delta = 0$ 对应着强海

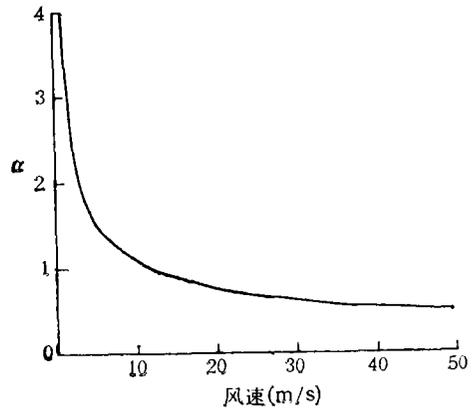


图 1 参数 α 随风速的变化

Fig. 1 Relation between α and wind speed

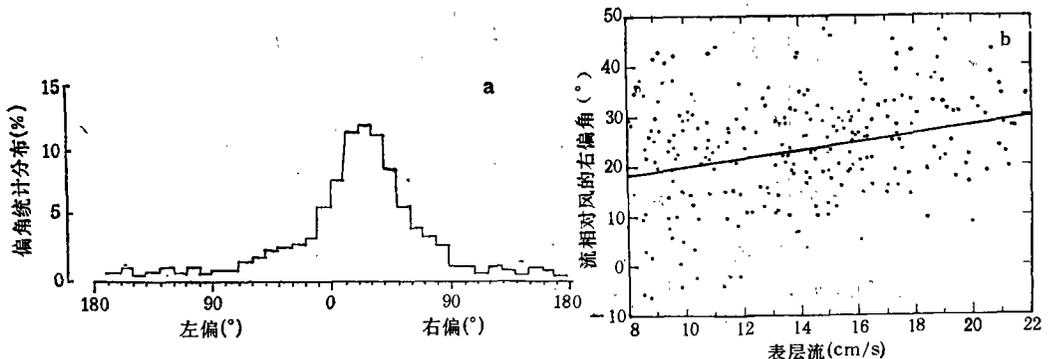


图 2 表层流相对风向的偏角分布

Fig. 2 Inclined angle of surface current referring to wind direction

a. Kirwan 等(1979); b. McPhee (1979)。

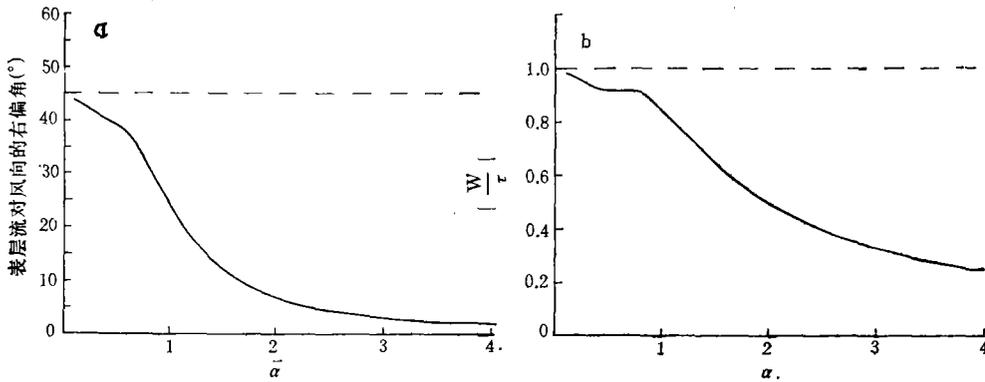


图 3 表层流在不同 α 下的右偏角和相对大小

Fig. 3 Right-angled angle and relative magnitude of surface current at different α

a. 右偏角; b. 相对大小 $\left| \frac{W}{\tau} \right|$ 。

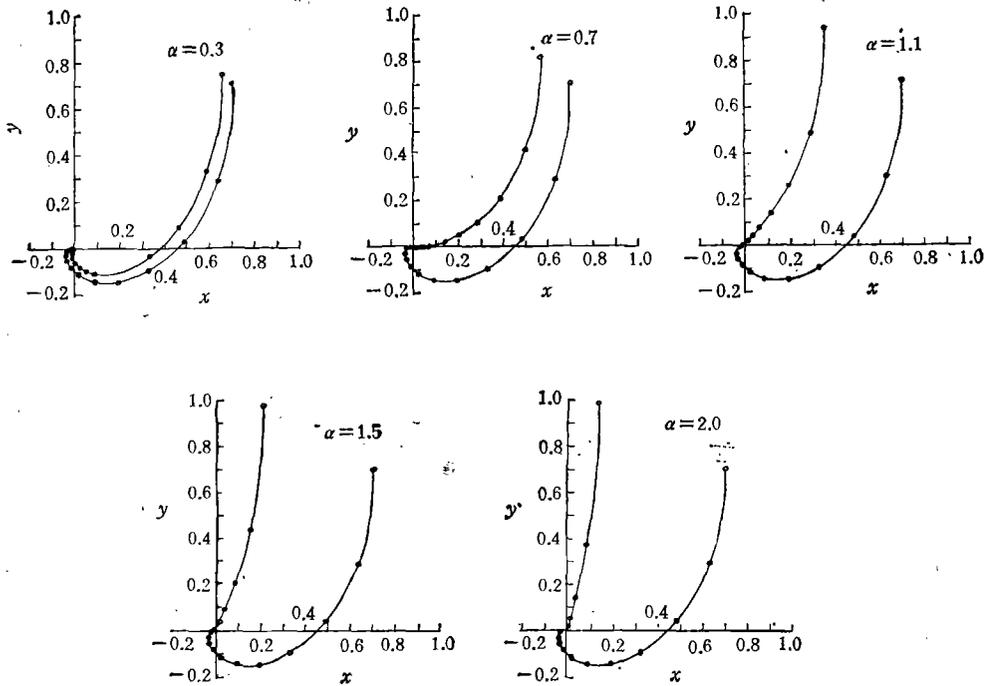


图 4 流速随深度的分布(起始点在海面, 间隔 $\Delta z = 0.1$)

Fig. 4 Variation of current with water depth (beginning point is at sea surface, the space interval Δz is 0.1)

况。现在我们从(15)式出发来估计中等海况下, $W^* \sim U_a^r$ 中的 r (*号表示有量纲, 以下同)。

注意到文中的无量纲值与海况(U_a)并有: $A_{\nu} \sim U_a^3, D \sim U_a^{3/2}, \alpha \sim U_a^{-1/2}$ 及 $\tau^* \sim$

U_0^2 , 则

$$\frac{W}{\tau} = \frac{W^*}{\tau^*} \frac{A_{vr}}{D} \sim \frac{W^*}{U_0^{1/2}}$$

代入(15)式则

$$W^* \sim (U_0)^{(1-\delta)/2} \quad (16)$$

(16)式表明在弱海况下, W^* 与 U_0 几乎成线性关系, 而在高海况下要缓慢得多。

3.2 风生流的垂直结构 与 Ekman 模式不同之处即是在垂直湍流系数中引入了垂直变化, 因而流的垂直结构也将与 Ekman 解有区别, 不过, 从(9)式可看到, 当 z 相当大而使 $\left| \frac{2\sqrt{i}}{\alpha} e^{-(\alpha/2)z} \right|$ 为小量时, 我们的解具有与 Ekman 解一样的螺旋结构。

同表层流性质一样, 垂直结构也与 α 有关。对于不同的海况, 图 4 给出了流的垂直分布, 图中还包括了 Ekman 螺旋线, 该线在起点的偏角(从 y 轴算起)总是大于另一分布线。式(5)表明, 我们对风应力进行无量纲化的特征值是风速有关的, 风速大则该特征值也大。为便于比较, 对各分布线在图 4 中已作伸缩使 $\left| \frac{W}{\tau} \right|_{z=0} = 1$ 。各分布线起点为 $z = 0$, 以间隔 $\Delta z = 0.1$ (用小圆圈表示)前进。

图 4 表明, 流的垂直分布对不同的 α 有明显差别。在 α 较小即强海况时, 较为接近 Ekman 解, 有较大的逆风流; 而在 α 较大时(包括中、弱海况), 几乎不存在逆风流, 此时, 流大小随深度较为迅速衰减。

4 结语

本文以一定的实测事实为依据, 对垂直湍流系数作了假定, 在此基础求解了简化的深海定常风生流方程组。通过跟实测数据相比较, 我们给出的表层流的右偏角是相当合理的, 还讨论了表层流大小, 及流速垂直结构随不同海况的变化。

本文给出的是一个相当简单的线性的均质模式, 但将之运用于开阔海的表层, 近表层的风生流还是相当合理的。应当承认, 自从 1905 年 Ekman 模式被提出以来, 众多的大洋风生环流模型已远远超越了 Ekman 模式的框架, 如它们包括了热力、非线性等效应。然而, 本文的模式并不是为大洋风生环流而提出的, 我们仅试图给出一种比经典 Ekman 模式包含更多物理内涵而更合理的海面风与表层流关系, 以期给出更合适的因子、风偏角经验式, 这是海上工程应用所要求的。

参 考 文 献

- 文圣常, 余宙文, 1984, 海浪理论和计算原理, 海洋出版社(北京), 662。
 Bryan, R. P., et al., 1978, 3-D current model with depth varying eddy viscosity, *Coastal Engineering*, 1978: 2 603—2 618。
 Fang, Guchong, et al., 1983, On the vertical structure of tidal currents in a homogeneous sea, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 73: 65—82。
 Kirwan, Jr., A. D., 1979, Analysis of surface current response to wind, *J. Phys. Oceanogr.*, 9: 401—412。
 Madsen, O. S., 1977, A realistic model of the wind-induced Ekman boundary layer, *J. Phys. Oceanogr.*, 7: 248—255。
 McPhee, M. G., 1979, The effect of the oceanic boundary layer on the mean drift of pack ice: Application of a simple model, *J. Phys. Oceanogr.*, 9: 388—400。
 Monin, A. S. et al., 1985, Turbulence in the Ocean, Chapter 9, D. Reidel Publishing Company, pp. 247。

A STEADY MODEL FOR DEEP SEA WIND-DRIVEN CURRENT

Chen Shuiming

(First Institute of Oceanography, SOA, Qingdao 266003)

ABSTRACT

Based on certain observed data, the vertical distribution of vertical turbulent coefficient (A_v) is assumed: $A_v = A_{vs} e^{\alpha z}$, where A_{vs} is the value at the sea surface and is direct proportion to the third power of sea surface wind speed, z is the vertical coordinate, positive downward and nondimensioned by $D = \sqrt{\frac{A_{vs}}{f}}$, the vertical Ekman friction scale, and $\alpha = \frac{6\pi D}{\lambda}$, λ being the averaged wind-wave length. The main results of the wind-driven current solution derived from the simplified momentum equations are: (1) under moderate sea state, the right-inclined angle of the surface wind-driven current is about 24° ; (2) for the weak sea state, the magnitude of surface current is almost directly proportional to the sea surface wind speed, but in the strong sea state, it is much lower: $W^* \sim (U_s)^{(1-\delta)/2}$, W^* is the dimensional wind-driven surface current speed, $-1 < \delta < 0$, $\delta = -1$ for the weak sea state, and $\delta = 0$ for the strong state; (3) the current solutions here have spiral structure like the Ekman model, but for the strong sea state there is obvious counter wind current which almost vanishes in the weak state case.

Key words Vertical turbulent coefficient Vertical distribution of wind-driven current Right-inclined angle