

# 长江口潮流的垂直结构

李 身 锋

(华东师范大学河口海岸研究所, 上海)

## 提 要

文章根据大量近期的海流观测资料和导出的一个简单数学模式, 研究了长江口潮流的垂直结构, 其结构的基本特征是: (1) 最大流速随深度增加而变小。水深愈浅, 变化速率愈大; (2) 最大流速方向在本区西部自表层到底层不断向左偏, 在东部则不断右偏; (3) 最大流速到达时间随深度增加不断超前; (4) 潮流旋转方向基本呈顺时针方向, 越近海底潮流椭圆越扁; (5) 全日潮流与半日潮流的比值随深度增加呈非线性变化, 中层比表层和底层要小。海底摩擦力是造成以上垂直结构的主要原因。

长江口的水体在各种外力作用下产生诸如潮汐、潮流、波浪以及各种性质的海流, 其流场相当复杂。这里水深一般小于 30 m, 海底摩擦对海水流动的影响极为显著。长江每年平均约以  $9540 \times 10^9 \text{ m}^3$  的淡水并伴有  $5 \times 10^9$  吨的泥沙注入本区, 直接或简接地使以潮流为主的流场的垂直变化更趋复杂。

潮流的垂直变化一直是物理海洋学研究的课题之一<sup>[2,5,7,9]</sup>。早在本世纪初, Taylor 和 Jeffregey 通过能量消耗对此进行了研究。以后又有许多学者用不同的方法接连地研究了潮流的垂直分布。近年来, Kundu, Blanton and Janopaul<sup>[6]</sup> 以流动矢端的椭圆方程为上边界条件, 求解流体运动方程后, 获得潮流垂直结构的数学模式。方国洪和市茶誉<sup>[3]</sup>研究了由底摩擦引起的潮流垂直变化, 从定性上得到潮流垂直结构的若干结论, 从定量上给出计算潮流分布垂直变化的差分格式。

本文根据长江口区数十个测站的多次周日连续观测资料, 推算出各站的潮流调和常数和椭圆要素; 用回归分析方法, 找出其分布和变化规律, 用以阐明长江口潮流垂直分布的基本特征。又根据潮流的垂直结构主要是由海底的摩擦引起的论点为基础, 假定摩擦力与质点运动速度的一次方成比例, 并引入无摩擦的梯度潮流, 导出潮流垂直结构基本特征的一些结论。这些结论与实测资料得到的长江口潮流垂直分布的情况相当吻合。

## 一、长江口潮流的垂直结构

### (一) 资料的来源与分析

本文讨论的长江口区系指  $121^{\circ}40'E$  以东和  $122^{\circ}45'E$  以西,  $31^{\circ}50'N$  以南和  $30^{\circ}45'N$

以北的水域。前半部的分析主要以近期的海流周日连续观测资料为基础<sup>1)</sup>。为了便于分析，根据测站位置，自西向东组成N(北支口)、S(横沙南)、I#—IV#六个南北向断面；从南到北组成1#—5#五个东西向断面(见图1)。由于所有资料连续的时间序列比较短(一般为2—4次26小时的连续观测)，因而可用准调和分潮方法<sup>[1]</sup>算得6个主要分潮流( $M_2, S_2, K_1, O_1, M_4$ 和 $MS_4$ )的调和常数。为了能较直观地说明潮流的垂直结构，根据调和常数算得各分潮流的椭圆要素<sup>[4]</sup>：(1)椭圆长轴，表示潮流的最大流速( $w$ )；(2)椭圆短轴，表示潮流的最小流速( $w$ )；(3)椭圆的椭率及旋转方向( $k$ )， $k$ 的绝对值表示椭率， $k$ 前的符号表示旋转方向，“+”表示左旋，“-”表示右旋；(4)最大流速的流向( $\theta$ )；(5)最大流速到达

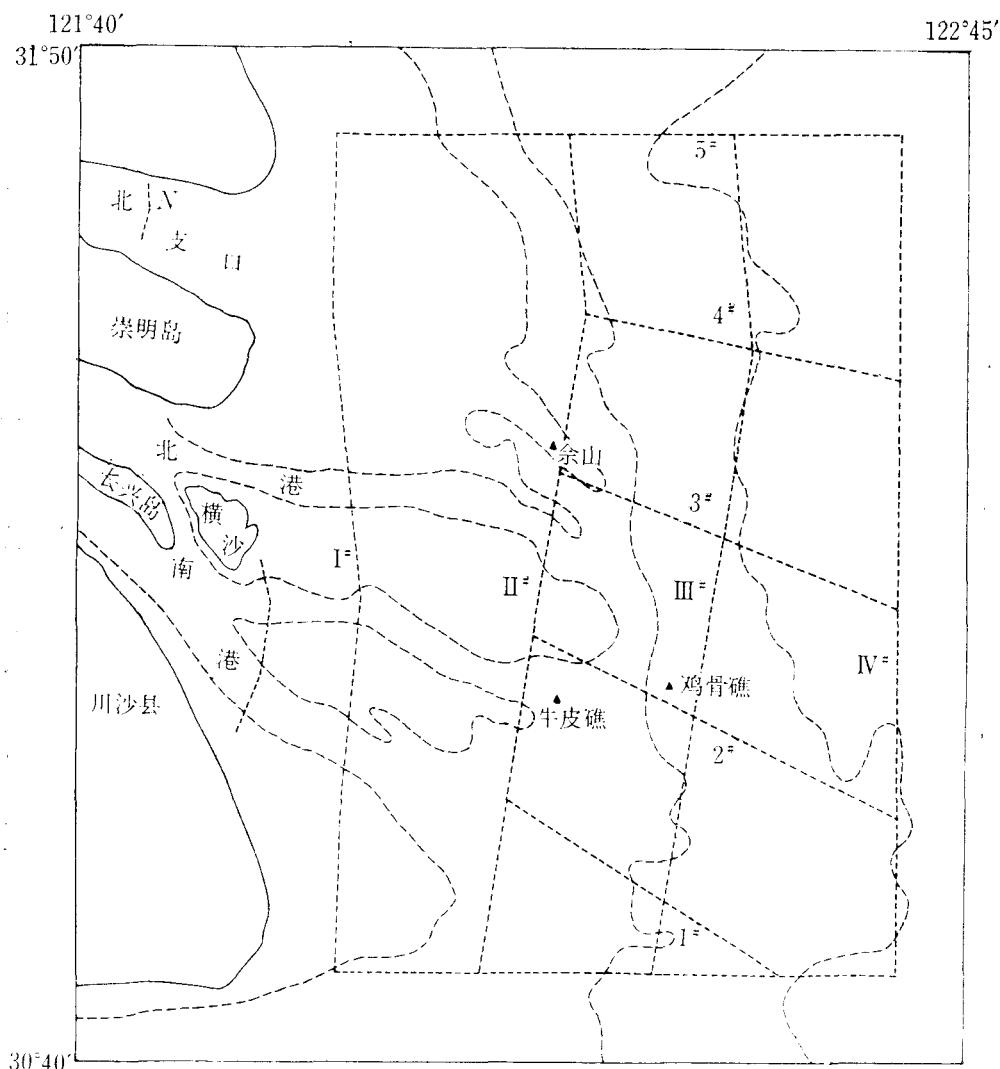


图1 长江口测站断面分布图

1) 同时参考1959年全国海洋普查及1974年长江口观测资料。

的时间( $\tau$ )。此外，还计算了“潮流性质” $(W_{K_1} + W_{O_1})/(W_{M_2} + W_{S_2})$ ,  $(W_{M_4} + W_{MS_4})/(W_{M_2} + W_{S_2})$ 。本文仅对其中 $M_2$ ,  $K_1$ 和 $M_4$ 分潮加以讨论。

由于各种原因，海流观测记录中含有较大的偶然误差，加之观测次数较少且未能较好地符合“良好天文条件”，因此推算所得的调和常数和椭圆要素常包含较大误差。为此对所讨论的各椭圆要素与深度的关系进行了相关分析，算得它们之间的回归方程和相关系数。其中回归系数表征要素随深度的变化率，而相关系数则表示回归直线方程拟合实测资料的程度。潮流的垂直变化大多数不是呈线性的，但本文研究的是潮流垂直变化的基本规律，故采用了线性回归<sup>1)</sup>。

## (二) 潮流椭圆要素的垂直变化及其分布

### 1. 最大流速( $W$ )

本区所有测站各分潮流的最大流速随深度皆减小。 $W$ 垂直变化及其平面分布极有规律。

$M_2$ 分潮流的最大流速( $W_{M_2}$ )随深度增加而减小的趋势是相当明显的。全区表层平均为99.2 cm/s, 底层为58.2 cm/s。除了本区最东部的IV#断面外，一般呈单调递减，直线方程的回归系数平均为-0.52(相关系数为-0.94)，即表示深度每增加1 m,  $W_{M_2}$ 平均约减小0.52 cm/s。这种变化与水深密切相关，水深越浅，流速垂直变化率越大。本区水深大致西浅东深，南比北略浅，相应地 $W_{M_2}$ 值及其垂直变化率也具有自东向西和自北向南增大以及变化加剧的明显趋势(表1)。长江北支口平均水深5 m,  $W_{M_2}$ 表层平均为119.0

表1 各断面的 $W$ 值及其回归系数

分潮	$W$ 值及 回归系数		南北向各断面						东西向各断面				
			N	S	I#	II#	III#	IV#	1#	2#	3#	4#	5#
$M_2$	$W$	表层	118.9	108.2	110.4	112.3	92.8	52.3	117.7	96.0	73.7	78.4	62.8
		底层	69.3	58.4	66.6	59.4	52.2	43.4	67.7	60.5	39.9	42.6	43.9
$K_1$	$W$	表层	-12.20	-8.52	-11.87	-5.56	-2.82	-0.33	-4.97	-3.19	-3.12	-2.45	-0.93
		底层	12.0	13.5	13.5	17.2	22.2	17.4	23.5	20.9	18.5	18.1	13.0
$M_4$	$W$	表层	6.8	8.2	11.1	9.0	9.6	8.7	8.9	9.7	9.0	9.3	8.3
		底层	-1.30	-1.22	-1.45	-0.99	-0.82	-0.32	-1.31	-0.93	-0.68	-0.31	-0.21
		表层	26.7	15.2	24.6	14.0	14.7	6.2	16.3	14.1	9.9	13.1	8.1
		底层	-1.61	-1.25	-2.01	-0.61	-0.54	-0.11	-0.88	-0.01	-0.23	-0.58	-0.20

1) 由于潮流调和常数有较大的误差，采用更高次的关系也很难得出能反映实际的结果。

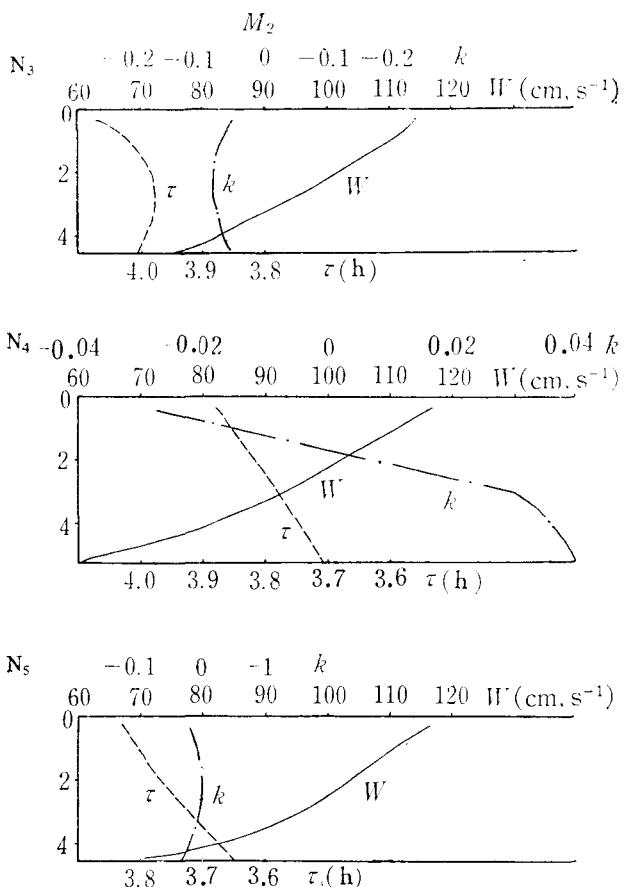


图2 长江北支口断面( $N$ )中三个测站 $W_{M_2}$ ,  $\tau_{M_2}$ 和 $k_{M_2}$ 的垂直变化

cm/s, 底层平均为 69.3 cm/s, 是本区垂直变化最剧之处。 $W_{M_2}$ 随深度增加大致呈线性递减(图2), 每米约 12.2 cm/s。长江口 S 断面平均水深约 6.9m,  $W_{M_2}$  表层平均为 108.2 cm/s, 底层为 58.4 cm/s, 每深 1m 递减 8.5 cm/s。由河口拦门沙向外, 回归系数的绝对值不断变小, 即  $W_{M_2}$  垂直向下的递减率越来越小。达 IV# 断面, 表层平均为 52.4 cm/s, 底层为 43.4 cm/s, 上下层差别不大, 递减率降为 -0.30, 而且随深度增加基本呈二次曲线变化, 极值出现在 10 m 水深附近(图3)。 $W_{M_2}$  在南北方向上也有一定的变化规律。从最北的 5# 断面至最南的 1# 断面, 表层和底层的  $W_{M_2}$  值各平均从 62.8 cm/s 和 43.9 cm/s 分别增至 119.7 cm/s 和 67.7 cm/s, 回归系的绝对值自 -0.93 逐渐增加到 -4.97,  $W_{M_2}$  随深度增加的递减率由北向南不断增大。

$K_1$  分潮流的最大流速 ( $W_{K_1}$ ) 的平面分布与  $W_{M_2}$  不同, 自断面 IV# 向河口逐渐减小。但垂直变化却与  $W_{M_2}$  相似, 只是变化率较小。N 和 S 表层  $W_{K_1}$  为 12.0 cm/s 和 13.5 cm/s, 底层为 6.8 cm/s 和 8.2 cm/s, 回归系数为 -1.30 和 -1.22。由西向东  $W_{K_1}$  的垂直变化渐减缓, 至断面 IV#,  $W_{K_1}$  表、底层分别为 17.4 cm/s 和 8.8 cm/s, 回归系数为 -0.32。自南向北  $W_{K_1}$  及其垂直化也皆减小。断面 1# 的  $W_{K_1}$  表、底层分别为 23.5 cm/s 和 8.9 cm/s,

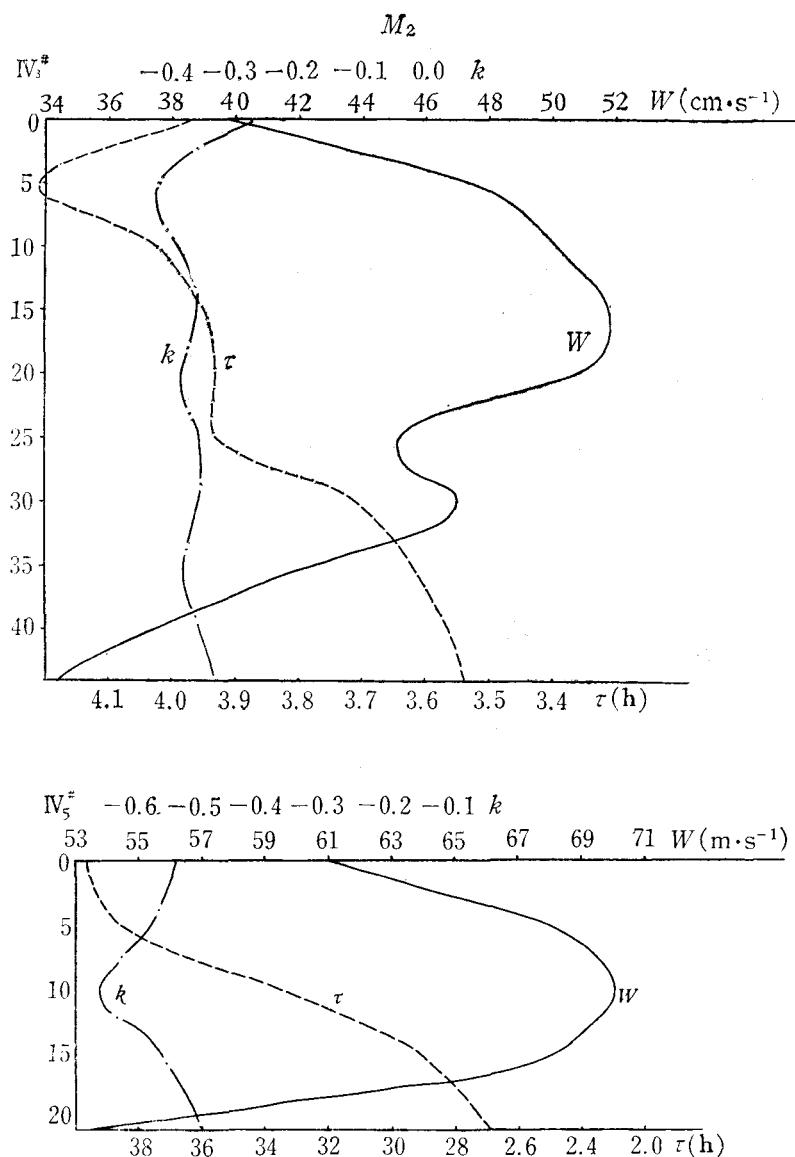


图3 长江口东部断面(IV<sup>#</sup>)中二个测站  $W_{M_2}$ ,  $\tau_{M_2}$  和  $k_{M_2}$  的垂直变化

回归系数为 -1.31, 到最北断面 5<sup>#</sup>时,  $W_{k_1}$  表、底层减至 1.30 cm/s 和 8.3 cm/s, 回归系数则为 -0.21。

$M_4$  分潮流的最大流速( $W_{M_4}$ )及其变化率与  $W_{M_2}$  类似, 都是自西向东以及自南向北减小, 唯变化率较小。北支口和横沙南表层  $W_{M_4}$  分别为 26.7 cm/s 和 15.2 cm/s, 底层分别为 16.7 cm/s 和 8.8 cm/s; 回归系数分别为 -1.61 和 -1.25。向东至断面 IV<sup>#</sup>, 表层和底层  $W_{M_4}$  分别减为 6.2 cm/s 和 3.6 cm/s, 回归系数为 -0.11。最南 1<sup>#</sup> 断面表层和底层的  $W_{M_4}$  为 16.3 cm/s 和 6.4 cm/s, 回归系数为 -0.88; 向北至 5<sup>#</sup> 断面, 分别减小为每米 8.1 cm/s 和 3.0 cm/s, 回归系数为 -0.20。

## 2. 最大流速发生时间 ( $\tau$ )

本区  $M_2$  分潮流最大流速发生时间 ( $\tau_{M_2}$ ) 的平面分布趋势是南先于北, 东早于西(但断面 IV<sup>#</sup> 略迟于断面 III<sup>#</sup>、II<sup>#</sup>, 详见表 2)。表层平均为 3.60 小时, 底层平均为 3.27 小时, 绝大部分水域  $\tau_{M_2}$  随深度增加而超前(唯 4 个测站例外)。 $\tau_{M_2}$  随深度基本呈线性变化, 回归系数平均为 -0.04, 即深度每增加 1 m 平均提前 2.4 分钟。 $\tau_{M_2}$  随深度变化在东西方向上无明显的统计规律, 较突出的是断面 III<sup>#</sup>(122°30'E 一线), 垂直向下超前最多, 回归系数平均为 -0.07, 深度每增加 1 m 平均超前 4.2 分钟。在长江口外南北方向上的变化却有一定的规律性: 南部向下超前比北部大, 最南部的断面 1<sup>#</sup> 每米平均超前 3.6 分钟, 由此向北逐渐减小, 达最北部的断面 5<sup>#</sup> 减至为 1.2 分钟。须指出的是, 从统计结果来看, 南港北部 3 个测站较特殊,  $\tau_{M_2}$  随深度增加而推迟, 每深 1 m 约延迟 2 分钟(见表 2)。

表 2 各断面  $\tau_{M_2}$  值及其回归系数

断面		南北向各断面						东西向各断面					
$\tau_{M_2}$ 及其回 归系数		N	S	I <sup>#</sup>	II <sup>#</sup>	III <sup>#</sup>	IV <sup>#</sup>	1 <sup>#</sup>	2 <sup>#</sup>	3 <sup>#</sup>	4 <sup>#</sup>	5 <sup>#</sup>	
		表层	4.00	4.30	3.39	2.98	3.43	3.73	2.84	2.97	3.54	3.73	3.83
$\tau_{M_2}$	底层	3.80	4.33	3.06	2.71	2.43	3.28	2.14	2.27	2.67	3.28	3.17	
回归系数	-0.04	0.01		-0.03	-0.07	-0.02	-0.06	-0.05	-0.05	-0.03	-0.02		

$K_1$  分潮流的  $\tau_{K_1}$  在本区的分布大致是东早于西(其中北支口例外), 北早于南。但  $\tau_{K_1}$  随深度变化无明显的统计规律,  $\tau_{K_1}$  随深度增加而超前或推迟的测站几乎各站占半数。其中较有规律的是断面 III<sup>#</sup>, 各测站随深度增加均推迟, 平均每深 1 m 落后 5 分钟。长江口北槽和南槽明显不同, 前者是本区  $\tau_{K_1}$  随深度推迟最大的地区, 每深 1 m 约落后半小时, 而后者则是本区  $\tau_{K_1}$  随深度增加而超前最大的地区, 每深 1 m 约超前 1 小时 20 分钟左右。

$M_4$  分潮流的  $\tau_{M_4}$  随深度变化比较有规律。除本区南端南汇咀以东、牛皮礁以南的水域外, 其它大部分地区  $\tau_{M_4}$  随深度增加而超前, 平均回归系数为 -0.08, 其中以北支口绝对值为最大(平均为 -0.14), 断面 IV<sup>#</sup> 为最小(平均为 -0.02)。全区  $\tau_{M_4}$  有西部比东部随深度增加而超前加大的趋势。例如, 北支口深度每增加 1 m  $\tau_{M_4}$  平均超前 8.4 分钟, 而到东部断面 IV<sup>#</sup>, 平均只超前 1.2 分钟。

## 3. 潮流椭圆的椭率及其旋转方向 ( $k$ )

本区  $M_2$  分潮流椭率  $k_{M_2}$  在绝大部分地区为负值, 即  $M_2$  分潮流呈右旋现象。于东部断面 IV<sup>#</sup>, 表层和底层的  $k_{M_2}$  为 -0.51 和 -0.43, 自东部向河口其绝对值不断减小, 在北支口表层和底层的  $k_{M_2}$  为 -0.03 和 -0.01, 在南港分别为 -0.09 和 -0.06(见表 3), 呈明显的往复流现象。全区  $k_{M_2}$  值表层平均为 -0.30, 底层平均为 -0.22, 其中有 95% 的测站  $k_{M_2}$  皆随深度增加而增大, 平均每深 1 m 增加 0.01。由于本区  $k_{M_2}$  主要为负值,  $k_{M_2}$  随深度增大意味着  $M_2$  分潮流椭圆愈接近海底愈扁。从平面分布来看,  $k_{M_2}$  的垂直变化全区各地相差无几, 唯长江拦门沙附近略大, 而最东的断面 IV<sup>#</sup> 各水层的  $k_{M_2}$  值几乎相等。

表3 各断面  $k_{M_2}$  值及其回归系数

$k_{M_2}$ 及其回 归系数	南北向各断面						东西向各断面				
	N	S	I#	II#	III#	IV#	1#	2#	3#	4#	5#
表层	-0.03	-0.09	-0.28	-0.39	-0.50	-0.51	-0.41	-0.44	-0.58	-0.43	-0.55
底层	-0.01	-0.06	-0.22	-0.24	-0.18	-0.43	-0.14	-0.37	-0.49	-0.48	-0.34
回归系数	0.008	0.010	0.018	0.015	0.005	0.002	0.027	0.003	0.007	-0.003	0.007

$K_1$  分潮流椭圆的椭圆率  $k_{K_1}$  在本区各水层主要是右旋的(约 64% 为正值), 其中表层比底层右旋更普遍。横沙南断面各层几乎全为右旋, 而长江北支口主要呈左旋。从垂向变化来看, 本区约有 74% 的测站随深度增大而变大, 平均每米增加 0.02。长江北支口情况比较特殊,  $k_{K_1}$  向下是减小的, 平均每深 1 m 递减 0.04, 余山以南、牛皮礁以北水域也有类似情况。

$M_4$  分潮流椭圆的椭圆率  $k_{M_4}$  的垂直变化规律不明显, 但大部分测站(约 65%)是随深度增加而增大的, 特别在东部水域, 平均每米约增大 0.03。西部口门内大部分测站  $k_{M_4}$  则随深度增加而减小。

#### 4. 最大流速的流向 ( $\theta$ )

$M_2$  分潮流最大流速的流向  $\theta_{M_2}$  基本上与河口的方向一致。在垂向变化上规律性不甚强。全区  $\theta_{M_2}$  随水深增加而方向加大(右偏)或减小(左偏)的测站各占半数。大致可以拦门沙为界。该界以西即河口内  $\theta_{M_2}$  自上而下不断偏左, 变化速率在北支口每深 1 m 约偏  $1.5^\circ$ , 在横沙南只有  $0.3^\circ$ 。位于拦门沙以东的广大水域,  $\theta_{M_2}$  几乎随深度增加都是不断偏右的。其中余山、牛皮礁和鸡骨礁一带偏右最多, 每深 1 m 约偏  $1.5^\circ$ — $2.0^\circ$ 。由此向里和向外逐渐减小, 到断面 IV# 每深 1 m,  $\theta_{M_2}$  平均只偏  $0.1^\circ$ , 各水层最大流速的流向接近一致。

$K_1$  分潮流最大流速的流向  $\theta_{K_1}$  在本区东部呈南北向, 在河口附近则与河口走向一致。 $\theta_{K_1}$  在垂直变化上规律性较强, 全区除牛皮礁南、北两个测站外, 随深度增加都是偏左的, 每深 1 m 偏左  $0.5^\circ$ — $2.5^\circ$ 。其中以南港偏转角度最大, 每深 1 m 约偏左  $22^\circ$ 。

$M_4$  分潮流最大流速的方向  $\theta_{M_4}$  与  $\theta_{M_2}$  情况类似。除南港各测站  $\theta_{M_4}$  随深度增加以右偏为主外, 无明显规律可循。

#### 5. 全日潮流与半日潮流的最大流速之比值 ( $W_1/W_2$ )

本区  $W_1/W_2$  随深度增加呈非线性变化, 但变化很小。大部分地区该比值在中层较小, 即自表层向中层逐渐减小, 而由中层向底层却略有增大。但总的的趋势仍随深度增加而减小。平均每米递减率为 0.01, 其中以北支口最明显。横沙南断面情况较特殊,  $W_1/W_2$  随深度增加而线性地增大。

以上根据资料分析结果, 简述了长江口区潮流垂直结构的若干特性。河口浅海地区的底摩擦是造成这种潮流垂直结构的主要原因之一<sup>[3,8]</sup>。下面拟采用一个简单并能直接说明问题的理论模式, 来解释长江口潮流垂直结构之成因。

## 二、浅海潮流垂直结构基本特征的一个简单模式

首先假设,由于海面的潮位梯度产生了压强梯度力,这种力和柯氏力共同作用使海水发生流动,这种流动可称为梯度潮流。实际上梯度潮流是不存在的,因为流动着的海水总要受到摩擦力的作用。但是如果海很深,那么离海底较远的水层,其潮流便类似梯度潮流。表征这类潮流的运动方程是:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{cases} \quad (1)$$

式中  $x, y$  为右手笛卡尔坐标;  $\zeta$  为海面的潮位高度;  $g$  为重力加速度;  $f = 2\Omega \sin \varphi$ ,  $\Omega$  是地转角速度,  $\varphi$  是地理纬度。为了简单起见,式(1)中忽略了对流项。对于单一的一个分潮,变量  $u, v$  和  $\zeta$  均为包含时间因子  $e^{i\sigma t}$  的函数,此处  $\sigma$  为潮波的角频率,若令

$$\begin{cases} s = f/\sigma \\ p = -\frac{g}{\sigma} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ q = -\frac{g}{\sigma} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{cases} \quad (2)$$

则方程可简单地写成:

$$\begin{cases} iu_g - sv_g = p \\ su_g + iv_g = q \end{cases} \quad (3)$$

式中  $u_g, v_g$  表示此时产生的流动为梯度流。如果把它写成另一种分量形式:

$$\begin{cases} u_g = (u' + iu'')e^{i\sigma t} \\ v_g = (v' + iv'')e^{i\sigma t} \end{cases} \quad (4)$$

则可容易地导出梯度流的椭圆要素计算公式

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2\theta_g = \frac{2(u'v' + u''v'')}{u'^2 + u''^2 - v'^2 - v''^2} \\ W_g = \sqrt{(u' + v'')^2 + (u'' - v')^2} + \sqrt{(u' - v'')^2 + (u'' + v')^2} \\ w_g = \sqrt{(u' + v')^2 + (u'' - v')^2} - \sqrt{(u' - v'')^2 + (u'' + v')^2} \\ \operatorname{tg} 2\alpha_g = \frac{2(u'u'' + v'v'')}{u'^2 + v'^2 + u''^2 + v''^2} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\alpha_g = -\sigma t$ 。

现在来研究海底摩擦对潮流的影响。这种摩擦一般是随着接近海底而增大。作为定性的研究,把它引入潮波运动方程式(1)时,可假定每个水质点所受的摩擦力与质点运动的方向相反而与速度成正比。对于同一地点,这个比例系数随接近海底而增大。为此,所需考虑的运动方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - fv + Fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu + Fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $F$  即为比例系数。将式(2)代入上式并整理后可得

$$\begin{cases} u = \frac{(i + \mu)p + sq}{(i + \mu)^2 + s^2} \\ v = \frac{(i + \mu)q - sp}{(i + \mu)^2 + s^2} \end{cases} \quad (7)$$

式中  $\mu = F/\sigma_0$ 。

为了简便起见,当  $s^2 \approx 1$  时,取  $x$  轴沿着梯度潮流的长轴方向,取  $y$  轴沿短轴方向,同时梯度潮流达到最大的时刻为时间的起点,则

$$\begin{cases} u_g = W_g \\ v_g = -iw_g = -ik_g W_g \end{cases} \quad (8)$$

式中  $k_g = w_g/W_g$ , 为梯度潮流短半轴与长半轴之比值。将此式和式(3)代入式(7),便得

$$\begin{cases} u/W_g = (u' + iu'')e^{i\sigma t} \\ v/W_g = (v' + iv'')e^{i\sigma t} \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} u' = [(1 - s^2)^2 - \mu^2(1 + s^2) + 2\mu^2sk_g]/[(1 - s^2 - \mu^2)^2 + 4\mu^2] \\ u'' = \mu[(1 - s^2 + \mu^2) - s(1 - s^2 - \mu^2)k_g]/[(1 - s^2 - \mu^2)^2 + 4\mu^2] \\ v' = -\mu[s(1 - s^2 - \mu^2) - (1 - s^2 + \mu^2)k_g]/[(1 - s^2 - \mu^2)^2 + 4\mu^2] \\ v'' = -[2\mu^2s + (1 - s^2)^2k_g + \mu^2(1 + s^2)k_g]/[(1 - s^2 - \mu^2)^2 + 4\mu^2] \end{cases} \quad (10)$$

再根据椭圆要素的计算公式,可得

$$\begin{cases} W/W_g = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(1+s)^2}{(1+s)^2 + \mu^2}}(1+k_g) + \sqrt{\frac{(1-s)^2}{(1-s)^2 + \mu^2}}(1-k_g) \right\} \\ \operatorname{tg} 2\theta = -\frac{2\mu s}{1 - s^2 + \mu^2} \\ \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\mu}{1 - s^2 - \mu^2} \\ k = \frac{\sqrt{\frac{(1+s)^2}{(1+s)^2 + \mu^2}}(1+k_g) - \sqrt{\frac{(1-s)^2}{(1-s)^2 + \mu^2}}(1-k_g)}{\sqrt{\frac{(1+s)^2}{(1+s)^2 + \mu^2}}(1+k_g) + \sqrt{\frac{(1-s)^2}{(1-s)^2 + \mu^2}}(1-k_g)} \end{cases} \quad (11)$$

从以上可以看出,各椭圆要素是  $\mu$ ,  $s$  和  $k_g$  的函数。对一定地点,  $s$  和  $k_g$  均为常数,各要素均随  $\mu$  而变,而  $\mu = F/\sigma_0$ 。由于摩擦来自海底,一般愈近海底,  $F$  值或  $\mu$  值将愈大,故椭圆要素的垂直变化取决于  $\mu$  的变化。下面根据式(12),具体讨论其变化情况。

**1. 最大流速( $W$ )** 根据第一式可以看出,  $(1+k_g)$  及  $(1-k_g)$  均为正值,而其系数皆随  $\mu$  的增大而减小,故可知最大流速随着深度的增大而单调地减小,当  $\mu \rightarrow \infty$  时,

$W \rightarrow 0$ ; 而当  $\mu = 0$  时,  $W = W_g$ , 即为梯度潮流。

**2. 最大流速的方向 ( $\theta$ )** 第二式可以分  $s < 1$  和  $s > 1$  两种情况来讨论 (以下只讨论  $s \geq 0$  的情况)。在本海区这两种情况分别适用于  $M_2$ ,  $M_4$  分潮 ( $s < 1$ ) 和  $K_1$  分潮 ( $s > 1$ )。

当  $s < 1$  时,  $\operatorname{tg} 2\theta$  恒为负, 故  $\theta \leq 0$ , 即示摩擦力使潮流椭圆长轴方向向右转, 但是偏转的角度并不随  $\mu$  的增大而单调地增大。当  $\mu \rightarrow \infty$  时,  $\theta \rightarrow 0$ ; 当  $\mu = \sqrt{1 - s^2}$  时,  $|\theta|$  有极大值,  $\theta = -\frac{1}{2} \sin^{-1} s$ 。

当  $s > 1$  时,  $\theta$  值为正, 即此时摩擦力使潮流椭圆长轴方向向左偏转, 并且随着  $\mu$  的增大偏转的角度越来越大, 当  $\mu = \sqrt{s^2 - 1}$  时,  $\theta = 45^\circ$ ; 当  $\mu \rightarrow \infty$  时,  $\theta \rightarrow 90^\circ$ 。

**3. 最大流速发生时间 ( $\tau$ )** 第三式也分两种情形来讨论。

当  $s < 1$  时,  $\alpha$  恒为正, 因为  $\tau = -\alpha/\sigma$ , 所以摩擦总是使最大流速提早发生, 并随  $\mu$  值的增大时间提早愈多。当  $\mu = 0$  时,  $\alpha = 0$ ;  $\mu = \sqrt{1 - s^2}$  时,  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\mu = \infty$  时,  $\alpha \rightarrow 90^\circ$ 。

当  $s > 1$  时, 情况与  $s < 1$  时截然不同, 这时  $\alpha$  恒为负值, 即摩擦推迟了最大流速的发生时间, 但并不随  $\mu$  的增大而推迟得愈多。当  $\mu = \sqrt{s^2 - 1}$  时,  $|\alpha|$  达最大值, 此时  $\alpha = -\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{1}{s}$ ; 当  $\mu \rightarrow \infty$  时,  $\alpha = 0$ 。

**4. 潮流椭圆的椭率 ( $k$ )** 由式(19)的最后一式可以证明, 只有  $s > 0$ , 恒有

$$\frac{\partial k}{\partial \mu} > 0,$$

即表示随着摩擦的增加, 椭率将增大。换言之, 如果梯度潮流的椭圆是左旋的 (+), 摩擦使潮流椭圆变得较圆; 如果梯度潮流是右旋的 (-), 随着深度增加潮流椭圆变得较扁, 甚至也可能转成左旋。

表 4 给出当  $s = 0.5$  及  $1.5$  时的潮流椭圆要素随  $\mu$  变化的数值实例, 为计算方便, 表中假定  $k_g = 0$ , 按表 4 数据, 绘制成图 4。

**5. 全日潮流与半日潮流的最大流速之比值 ( $W_1/W_2$ )** 这个比值通常称为“潮流性质”, 是潮流中相当重要的一个要素。如果我们仍假定摩擦力与速度的一次方成比例, 这时方程(6)是一个线性方程。如果式(7)所表征的潮流是有几个不同周期的分潮波迭加而成, 则方程(6)可分解为几个方程, 每个方程对应一个分潮波, 而且每个方程中的  $F$  值是相同的, 因此每个分潮波都可以用式(18)中的第一式来计算它们的最大流速, 这样两个分潮波的最大流速的比值可写作:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\sqrt{\frac{(\sigma_1 + f)^2}{(\sigma_1 + f)^2 + F^2}}(1 + k_{g,1}) + \sqrt{\frac{(\sigma_1 - f)^2}{(\sigma_1 - f)^2 + F^2}}(1 - k_{g,1})}{\sqrt{\frac{(\sigma_2 + f)^2}{(\sigma_2 + f)^2 + F^2}}(1 + k_{g,2}) + \sqrt{\frac{(\sigma_2 - f)^2}{(\sigma_2 - f)^2 + F^2}}(1 - k_{g,2})} \quad (12)$$

若  $\sigma_2 > \sigma_1$ , 则比值  $W_1/W_2$  随着  $F$  的增大而减小。表 5 是当  $k_{g,1} = k_{g,2} = 0$  及  $W_{g,1} = W_{g,2}$  时, 日潮波 ( $\sigma_1$  取  $0.7 \times 10^{-4}/\text{s}$ ) 与半日潮波 ( $\sigma_2$  取  $1.4 \times 10^{-4}/\text{s}$ ) 的最大流速比值随  $\mu$  的变化情况。

上述是在  $s^2 = 1$  条件下，借助潮流的椭圆要素，讨论了潮流垂直结构。若  $s^2 = 1$ ，式(3)没有意义，则不能用引入梯度潮流的方法来讨论<sup>1)</sup>。由于长江口不出现这种情况，本文不详细研究。

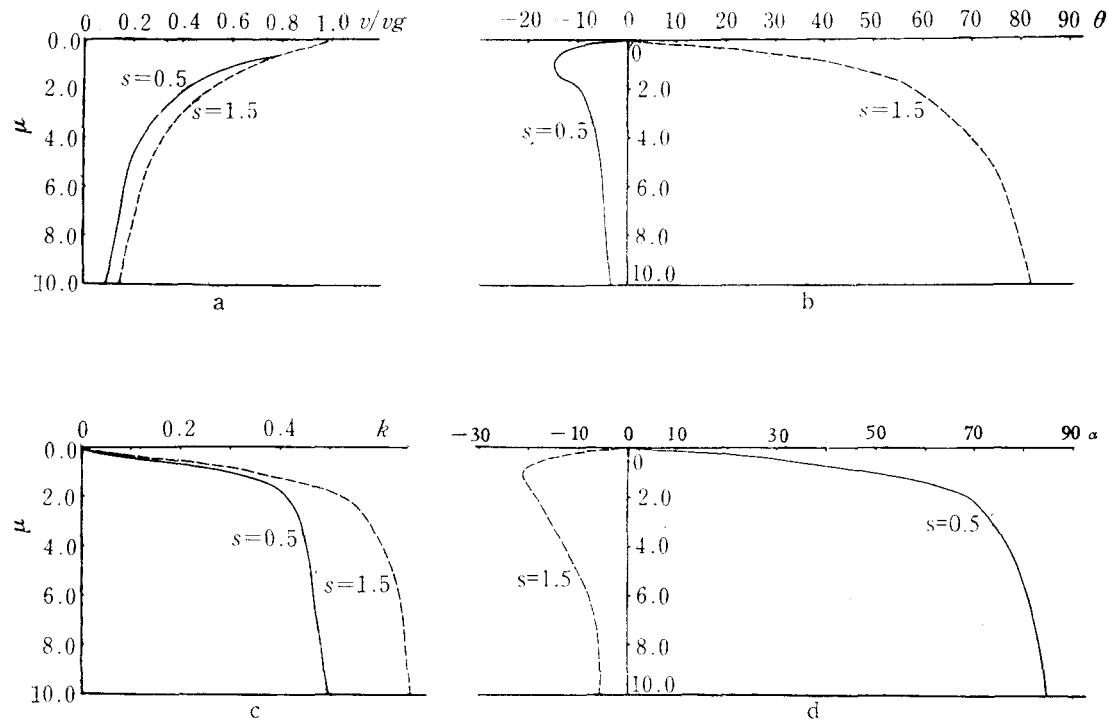


图4 潮流椭圆要素随  $\mu$  的变化

a. 最大流速；b. 最大流速的流向；c. 椭圆；d. 最大流速发生时间的位相超前

表4  $k_i = 0$  时，潮流椭圆要素随  $\mu$  的变化

		$\mu$	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0
$s = 0.5$	$W/W_g$	1.000	0.989	0.954	0.872	0.638	0.422	0.192	0.099	
	$\theta$	0.0	-3.7	-7.1	-13.3	-14.8	-9.5	-5.4	-3.1	
	$\alpha$	0.0	7.5	14.7	31.8	48.6	68.8	78.6	84.6	
	$k$	0.000	0.009	0.033	0.147	0.300	0.410	0.456	0.495	
$s = 1.5$	$W/W_g$	1.000	0.990	0.962	0.844	0.690	0.511	0.272	0.147	
	$\theta$	0.0	6.8	13.2	28.1	42.7	57.4	73.8	81.3	
	$\alpha$	0.0	-4.5	-8.6	-16.7	-20.8	-18.8	-10.4	-5.5	
	$k$	0.000	0.009	0.036	0.162	0.347	0.526	0.623	0.658	

1) 如果借助压力梯度椭圆（与潮流的流矢一样，梯度力的矢端连线亦是椭圆），同样能得到潮流椭圆要素随摩擦变化的公式，此时所得的结论与上面讨论有类似情况。

表 5  $k_{g,1} = k_{g,2} = 0, W_{g,1} = W_{g,2}$  时,  $W_1/W_2$  (取  $\sigma_1 = 0.7 \times 10^{-4}$ ,  $\sigma_2 = 1.4 \times 10^{-4}$ ) 随  $F$  的变化

$F(10^{-4}/s)$	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0
$f = 0.0 \times 10^{-4}/s$	1.000	0.992	0.971	0.875	0.705	0.576	0.5141	0.505
$f = 0.5 \times 10^{-4}/s$	1.000	0.949	0.859	0.703	0.621	0.559	0.514	0.505
$f = 1.0 \times 10^{-4}/s$	1.000	0.989	0.965	0.919	0.889	0.825	0.745	0.723

### 三、结语

根据观测资料分析所得的本区潮流垂直结构, 与理论导出的潮流垂直结构的基本规律是一致的, 尤其是  $M_2$  分潮流。但是, 实际观测与理论结论也有不尽相符的地方, 在  $K_1$  和  $M_4$  分潮流中表现的较明显, 其主要原因有两个方面: 其一, 观测资料中存在着误差, 这必然导致分析结果的误差, 这种误差对较小的分潮流影响更为显著; 其二, 在理论部分中仅考虑了摩擦力的作用, 其它许多因素诸如海水的层化理象、复杂的海底地形都未考虑。另外, 对于  $M_4$  分潮流, 非线性效应对垂直结构的影响也未予考虑。这些方面还有待进一步深入研究。

### 参 考 文 献

- [1] 方国洪, 1981。潮汐分析和预报的准调和分潮方法 III. 潮汐和潮流分析的一个实际计算过程。海洋科学集刊 **18**: 19—40。
- [2] Bowden, K. F., L. A. Fairbairn and P. Hughes, 1959. The distribution of shearing stresses in a tidal current. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **2**: 288—305.
- [3] Fang, G. and T. Ichijo, 1983. On the vertical structure of tidal current in a homogeneous sea. *ibid* **73**: 65—82.
- [4] Godin, G., 1972. The Analysis of Tidal. University of Toronto Press. pp. 147—148.  
(李身铎译, 海洋出版社, 1980)
- [5] Johns, B., 1966. On the vertical structure of tidal flow in river estuaries. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **12**: 103—110.
- [6] Kundu, P. K., J. O. Blanton, and M. M. Janopaul, 1981. Analysis of current observation on the Georgia shelf. *J. Phys. Oceanogr.* **11**: 1139—1149.
- [7] Proudman, J., 1953. Dynamical Oceanography. Methuen, London. pp. 310—315.
- [8] Swift, M. R., R. Reichard and B. Celikkol, 1979. Stress and tidal current in a well-mixed estuary. *J. Hydraul. Div. ASCE* **105**(HY7): 785—799.
- [9] Taylor, G. I., 1919. Tidal friction in the Irish Sea. *Phil. Trans. Roy. Soc. London. A220*: 1—93.

## ON THE VERTICAL STRUCTURE OF TIDAL CURRENTS IN SHALLOW WATER NEAR THE CHANGJIANG RIVER ESTUARY

Li Shenduo

*(Institute of Estuarine and Coastal Research, Normal University of East China, Shanghai)*

### ABSTRACT

This paper consists of two parts. The first part analyzes the changes of the current ellipse parameters of three constituents ( $M_2$ ,  $K_1$  and  $M_4$ ) with depth by means of regression analysis and the basic features about vertical structure of tidal currents in shallow water near the Changjiang River estuary. The second part describes a simple theory which is based on an assumption that the vertical variation of tidal currents is caused by friction at the sea-bed, in which the frictional force is proportional to the currents velocity, introducing a friction-free gradient current in the meanwhile. Then a simple mathematical model about the vertical structure of tidal currents is deduced. The vertical structure of the model is in conformity with that obtained in the first part.

The vertical structure of the tidal currents in this area show the following basic features.

**1. The maximum velocity ( $W$ )** The  $W_{M_2}$  is  $99.2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $58.2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  at the surface and bottom layers respectively, decreasing with depth at a rate of  $0.52 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  per meter on the average i.e. the shallower the water, the lower the  $W_{M_2}$ . The decreasing rates of  $W_{M_2}$  are  $10.00 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $0.30 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  per meter in the west and east parts of this area respectively. The vertical variations of  $W_{K_1}$  and  $W_{M_4}$  similar to those of the  $W_{M_2}$ , though their rates are lower.

**2. The orientation of maximum velocity ( $\theta$ )** In general the  $\theta_{M_2}$  continuously deviates to the left at the west side of mouth bar and to the right at the east of it from surface to bottom. The  $\theta_{K_1}$  regularly deviates to the left with increasing depth.

**3. The time of maximum velocity ( $\tau$ )** The  $\tau_{M_2}$  of the lower currents lead continuously ahead of that of the upper currents with an increasing depth in most parts of this area. The  $\tau_{M_2}$  and  $\tau_{M_4}$  lead averagely 2.4 min and 5.0 min respectively when the depth increases one meter. However, the vertical distribution of the  $\tau_{K_1}$  doesn't show any regularity.

**4. The ellipticity and the rotation, direction of current ellipse (k)** The  $k_{M_2}$ ,  $k_{K_1}$  and  $k_{M_4}$  have mostly negative values a clockwise rotation in this area. The ellipses become more and more narrow with increasing depth. The  $k_M$  varies with depth distinctly, which is  $-0.51$  and  $-0.43$  at the surface and the near-bottom layer respectively, and  $0.01$  per meter increase from surface to bottom on the average.

**5. The ratio  $W_1/W_2$**  Generally speaking, the ratio varies non-linearly, smaller in middle layer than at surface and bottom.