

大暴雨雨滴平均谱的研究*

陈 德 林 谷 淑 芳

(吉林省气象科学研究所)

根据不同地区的许多观测表明,雨滴平均谱的极限状态趋于指数形式^[1,2]。1984 年 8 月 10 日至 11 日受 8407 号台风减弱为低压的影响,长春降了大暴雨,降水量为 112.3 mm,从 10 日 06 时 30 分开始,用滤纸色庭法,每隔 5 分钟观测一次雨滴谱,到 11 日 04 时,共取雨滴谱 259 份。本文根据这次层状云大暴雨雨滴谱资料,研究了指数形式雨滴谱 $N_D = N_0 e^{-\lambda D}$ 的参数 N_0 和 λ 的确定,并对不同方法拟合的经验公式进行了误差计算,选出这次大暴雨的最佳雨滴平均谱的经验公式。

1. 雨滴平均谱参数 N_0 和 λ 的确定

1) 雨滴直径分档求平均浓度拟合方程

设有 n 份雨滴谱资料,雨滴直径 D ,分档间隔为 0.2 mm,每份资料对应 D_i 有 m 个浓度 $n_{i,j}$ ($i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$),求出对应于 D_i 的平均浓度

$$N_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n n_{i,j} \quad (\text{个}/\text{m}^3 0.2 \text{ mm}) \quad (1)$$

再由 D_i 和 N_i 拟合成指数方程

$$N_D = N_0 e^{-\lambda D} \quad (\text{个}/\text{m}^3 \text{ mm}) \quad (2)$$

同时求出平均雨强

$$\bar{I} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I_j \quad (\text{mm/h}) \quad (3)$$

计算结果, $N_0 = 2309.3$ 个/ $\text{m}^3 \text{ mm}$, $\lambda = 2.29$ mm^{-1} , 平均雨强为 6.14 mm/h, 标准差 $S = 0.35$, 相关系数 $r = -0.99$, 当显著性水平 $\alpha = 0.001$ 时, $r_{0.001} = 0.21$, $|r| > r_{0.001}$, N_D 与 D 相关是非常显著的。

2) 拟合每份雨滴谱的指数方程求平均谱

设有 n 份雨滴谱资料,每份资料对应 D_i 有 m 个浓度 $n_{i,j}$,用最小二乘法拟合指数方程

$$N_{D,i} = N_0 e^{-\lambda_i D_i} \quad (\text{个}/\text{m}^3 0.2 \text{ mm}) \quad (4)$$

对(4)式两边取对数

$$\ln N_{D,i} = \ln N_0 - \lambda_i D_i \quad (5)$$

n 份雨滴谱资料求平均

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln N_{D,i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln N_0 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \lambda_i D_i \quad (6)$$

令

$$\ln \bar{N}_D = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln N_{D,i} = \frac{1}{n} \ln \prod_{j=1}^n N_{D,i}$$

则

$$\bar{N}_D = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n N_{D,i}} \quad (7)$$

* 本文于 1987 年 2 月 28 日收到, 1987 年 9 月 25 日收到最后修改稿。

同理

$$\bar{N}_0 = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n N_{0j}} \quad (8)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad (9)$$

(6)式可写为

$$\bar{N}_D = \bar{N}_0 e^{-\bar{\lambda} D} (1/\text{m}^3 0.2 \text{ mm}) \quad (10)$$

由平均方程求平均谱, N_0 为几何平均值, λ 为算术平均值。每份资料按(4)式拟合指数方程, 其方程相关系数, 除一份资料相关不好外, 其他 258 份资料的 $\ln N_D$ 与 D 相关很显著。计算结果, $\bar{N}_0 = 1632.9$ 个/mm, $\bar{\lambda} = 2.67/\text{mm}$ 。

3) 参数 N_0 和 λ 是雨强 I 的函数时, 求其平均谱

设有 n 份雨滴谱资料, 每份雨滴谱对应 D_i 有 m 个浓度 $n_{i,j}$, 用最小二乘法拟合指数方程

$$N_{Di} = N_{0i} e^{-\lambda_i D} \quad (\text{个}/\text{m}^3 0.2 \text{ mm})$$

同时, 可计算每份资料的雨强 I_i 。再用 N_{0i} , λ_i 分别和雨强 I_i 拟合方程, 可得

$$N_0 = A I^b \quad (11)$$

$$\lambda = C I^d \quad (12)$$

则 n 份雨滴谱资料可拟合成指数方程

$$N_D = A I^b e^{-\lambda D} \quad (13)$$

计算结果, $A = 2020.0$, $b = -0.20$, 标准差 $S = 1.21$, 相关系数 $r = -0.22$ 。 $C = 3.18$, $d = -0.28$, $S = 0.29$, $r = -0.79$ 。 N_0 和 I , λ 和 I 之间相关非常显著。

4) 利用 N_0 和 λ 是 W 、 Z 的函数, 计算平均谱

Woldvogel^[8]提出利用雨水含水量 W (mg/m^3) 和雷达反射因子 Z (mm^6/m^3) 来计算雨滴谱的参数 N_0 和 λ 。对于每一份雨滴谱资料

$$W = \frac{\pi}{6} \int_0^\infty D^3 N_0 e^{-\lambda D} dD \quad (14)$$

$$Z = \int_0^\infty D^6 N_0 e^{-\lambda D} dD \quad (15)$$

由(14)和(15)式, 可得

$$N_0 = 446 \left(\frac{W}{Z} \right)^{\frac{4}{3}} W \quad (16)$$

$$\lambda = 6.12 \left(\frac{W}{Z} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (17)$$

对于 n 份雨滴谱资料, 可得

$$\bar{N}_0 = 446 \left(\frac{\bar{W}}{\bar{Z}} \right)^{\frac{4}{3}} \bar{W} \quad (18)$$

$$\bar{\lambda} = 6.12 \left(\frac{\bar{W}}{\bar{Z}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

利用(18)和(19)式计算结果, $\bar{N}_0 = 2920.7$ ($\text{个}/\text{m}^3 \text{ mm}$), $\bar{\lambda} = 2.36/\text{mm}$ 。

5) 雨强分组求雨滴平均谱

这次层状云大暴雨的雨强变化范围为 $0.00-36.74 \text{ mm/h}$ 。将雨强分为 5 组: $I \leq 1$, $1 < I \leq 5$, $5 < I \leq 10$, $10 < I \leq 15$ 和 $I > 15$ 。分别由(8)和(9)式求其 $\bar{N}_0$ 和 $\bar{\lambda}$, 由(4)式求平均雨强, 表 1 给出不同雨强的雨滴平均谱参数, n 为雨滴谱份数。

表 1 不同雨强的雨滴平均谱参数

$I(\text{mm/h})$	n	$N_0(\text{个}/\text{m}^3\text{mm})$	$\lambda(1/\text{mm})$	$\bar{I}(\text{mm/h})$
$I \leq 1$	54	2460.1	4.23	0.55
$1 < I \leq 5$	109	1751.7	2.79	2.33
$5 < I \leq 10$	35	1843.1	2.14	6.92
$10 < I \leq 15$	28	843.6	1.46	12.22
$15 < I$	33	1019.7	1.34	21.92

2. 小结与讨论

1) 平均浓度拟合方程求平均谱(以下称方法 1), 平均方程求平均谱(以下称方法 2), N_0 和 λ 为 I 的函数求平均谱(以下称方法 3), N_0 和 λ 是 W 、 Z 的函数求平均谱(以下称方法 4), 用这四种方法, 分别计算直径间隔为 0.2 mm 的各档平均浓度与实测资料相比较, 从图 1 可以看出, 方法 1 和方法 3 浓度计算值与实测平均浓度值相近, 方法 2 偏小, 方法 4 偏大。表 2 给出各种方法的平均绝对误差。从表 2 可以看出, 方法 3 平均绝对误差最小。用这种方法来拟合平均谱, 可以给出降水过程中的任一雨强的平均谱,

表 2 各种计算方法的平均绝对误差
(个/ $\text{m}^3 0.2 \text{ mm}$)

方法 1	方法 2	方法 3	方法 4	M-P 谱
8.39	8.93	4.64	11.66	39.99

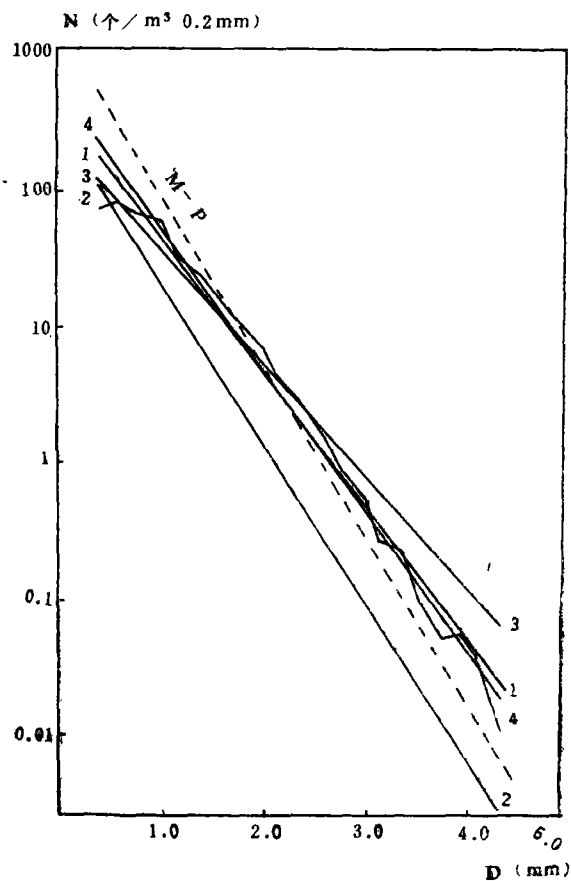


图 1 不同计算方法的平均谱比较

并且具有很好的代表性。但由于 N_0 的跳跃变化范围较大, 如观测样本比较少时, N_0 与 I 可能相关不显著。其次是平均浓度拟合的指数方程和平均方程拟合的平均谱代表性较好, 但只对应于某一平均雨强。如要求每一雨强的平均谱, 就必须将雨强分组, 再求其平均谱。一般在雨强较大时, 样本较少, 拟合的方程代表性较差。方法 4 平均绝对误差较大, 这种计算方法, 在公式转换时比较方便, 但与实测值有较大的差异。

2) 一般以 Marshall-Palmer(1948)^[4] 分布作为层状云降水的典型分布

$$N_D = N_0 e^{-\lambda D} \quad (\text{个}/\text{m}^3 \cdot \text{mm}) \quad (20)$$

$$\lambda = 4.1 I^{-0.21} \quad (1/\text{mm}) \quad (21)$$

其中, 截距参数 $N_0 = 8000/\text{m}^3\text{mm}$ 。用这次大暴雨的平均雨强, 代入(20)和(21)式进行计算, 由图 1 中虚线给出 M-P 分布, 从图中可以看出, 小滴部分浓度偏高, 大滴部分浓度偏低。计算其平均绝对误差值, 由表 2 给出, 平均绝对误差为 39.99 个/ $\text{m}^3 0.2 \text{ mm}$, 与实测谱有较大的

误差。

在实际观测中,不同降水类型的雨滴谱是不相同的,即使在同样的雨强下,其雨滴谱也是不相同的。 $M-P$ 谱对于任何雨强其 $N_0=8000$ 个/ m^3mm ,截距参数 N_0 是常数,有一定的局限性。层状云降水包括微量降水、小雨、中雨、大雨、暴雨和大暴雨等不同类型的降水。不同降水类型的雨滴谱分布,其参数 N_0 和 λ 是不一样的。只有对各种不同类型降水进行雨滴谱观测,拟合的雨滴谱经验公式,在实际应用中,才会有一定的代表性。

参 考 文 献

- [1] Louis J. Battan, Radar observation of the atmosphere, 84—97, The university of Chicago Press, 1973.
- [2] Federe, B., and A. Wadvogel, Hail and raindrop size distribution from a Swiss multicell storm, *J. Appl. Meteor.*, 14, 91—97, 1975.
- [3] Wadvogel, The No-jump of the rain drop size distribution, *J. Appl. Meteor.*, 13, 1974.
- [4] Marshall J. S., and W. MCK. Pamer, The distribution of raindrops with size, *J. Meteor.*, 5, 165—166, 1948.

RESEARCH ON THE MEAN SPECTRUM OF THE RAIN STORM

Chen Delin Gu Shufang

(Jinlin Research Institute of Meteorological Science)

Abstract

Based on the data of raindrop spectra of stratiformis rain storm in Changchun on 10—11, Aug. 1984, the parameters N_0 and λ for raindrop size distribution of the form $N_p=N_0 e^{-\lambda D}$ were researched. The errors of different ways which got N_0 and λ were calculated. The results show that N_0 and λ as a function of I are the best way to establish raindrop size distribution.