

程炳岩, 丁裕国, 郑春雨, 等. 2013. 极端气候对平均气候变化的非线性响应及其敏感性试验 [J]. 气候与环境研究, 18 (1): 135-144, doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.11134. Cheng Bingyan, Ding Yuguo, Zheng Chunyu, et al. 2013. Nonlinear response and sensitivity test for extreme climate relative to average climate [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 18 (1): 135-144.

极端气候对平均气候变化的非线性响应及其 敏感性试验

程炳岩¹ 丁裕国² 郑春雨^{2,3} 申红艳^{2,4}

¹ 重庆市气候中心, 重庆 401147

² 南京信息工程大学大气科学学院、江苏省气象灾害国家重点实验室, 南京 210044

³ 东北电力设计院环保处, 长春 130021

⁴ 青海省气候中心, 西宁 810000

摘 要 平均气候与极端气候两者发生的概率具有密切联系。从理论和观测事实两方面证明一地平均气候与其极端气候的对应概率存在着明显的非线性关系。假定气候变量有对称概率分布和非对称概率分布两种状况, 从理论上证明, 平均气候变化前后所对应的极端气候概率具有非线性变化; 通过对若干个代表站及气候场资料的平均值与所对应极值概率计算结果, 证明理论符合观测事实。进一步借助于数值试验考察了概率分布模式的各个参数之变化对极端气候概率的影响。根据观测事实的举例, 也表明了不同概率分布条件下, 基本上都有如此变化规律。

关键词 平均气候 极端气候 概率及其分布模式 非线性关系

文章编号 1006-9585 (2013) 01-0135-10

中图分类号 P426

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.11134

Nonlinear Response and Sensitivity Test for Extreme Climate Relative to Average Climate

CHENG Bingyan¹, DING Yuguo², ZHENG Chunyu^{2,3}, and SHEN Hongyan^{2,4}

¹ Chongqing Climate Center, Chongqing 401147

² National Key Laboratory of Meteorological Diseases of Jiangsu, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044

³ Environment Protection and Engineering Division, Northeast Electric Power Design Institute, Changchun 130021

⁴ Qinghai Provincial Climate Center, Xining 810000

Abstract Proven theories and observations in specific regions have demonstrated that average climates often exhibit significant nonlinear relationships with extreme climates. Two different types of climate variables that show symmetric and asymmetric probability distributions correspond to nonlinear changes from average to extreme climates. In this paper, the data from several representative stations and relative climatic variable fields are used to prove that theoretical estimated probabilities for extreme climates are more consistent with actual values. Examples are used to demonstrate cases in which the various probability distributions are observed.

Keywords Average climate, Extreme climate, Probability and its distribution pattern, Nonlinear relation

收稿日期 2009-11-19收到, 2012-01-06 收到修定稿

资助项目 国家自然科学基金项目 40875058, 重庆市科委重点自然科学基金“三峡库区极端气候事件预估研究”项目

作者简介 程炳岩, 男, 1957 年出生, 硕士, 正研级高工, 主要从事区域气候诊断与预测方法研究。E-mail: cqqhzx@sohu.com

通讯作者 丁裕国, E-mail: dygnim@126.com

1 引言

未来全球气候变化情景预估一直是全球变化研究的重要前沿 (IPCC, 2007)。全球气候系统模式 (AOGCM) 对未来气候的预估乃是目前数值预估模拟中最为可信的。正如 IPCC (2001) 报告所指出, AOGCM 对大部分气候变量的模拟相当可信, 从时间尺度来看, 它们所提供的信息具有精细而规则的分辨率, 然而, 由于其空间分辨率较低, 直接将其模拟结果作为区域尺度或局地尺度气候变化的预估信息尤其是极端气候变化的预估信息并不适宜 (IPCC, 2007)。预估未来气候情景下的极端气候有一个重要前提: 即如何将细化的区域平均气候信息转换为极端气候信息? 换言之, 首先必须考察和认识平均气候变化与极端气候变化的关联性。以往的研究仅仅考虑在全球气候背景不变 (即平均气候不变) 条件下, 气候极值的概率问题。自 20 世纪 70 至 80 年代以来, 气候极值的研究已有新的进展, 不少学者将气候极值与气候变化问题相联系, 提出了全球气候背景变化下的气候极值问题。利用统计极值分布研究 10~100 年一遇的气候极值与平均气候统计参数的关系 (Leadbetter, 1983), 气候要素原始分布的均值变化可导致气候极值频率和强度呈非线性变化, 平均气候的微小变化可能引发极端气候出现频率的很大变化 (Mears et al., 1984), 则从理论上证明, 原始分布的方差变化对于极值频率的影响比平均值的影响大得多 (Katz and Brown, 1992), 研究表明, 降水量一般为 Gamma 分布, 不但平均值的变化可改变极端降水发生的次数, 而且方差的变化也影响极端降水发生的次数, 从而造成总降水量增加时, 降水极值会呈现非线性增大 (Easterling et al., 2000)。不少学者注意到, 未来气候增暖背景下, 气候极值频率可能增大。但到目前为止, 就世界范围而言, 尚缺乏关于气候极值的高质量长期观测资料 (包括全球及区域性的), 而使人们对各地或不同区域的气候极值统计特征及其长期变率知之甚少。从理论上对于气候极值成因机制及其模拟试验和预测模型的研究都还未很好开展。虽然 20 世纪 90 年代以来, 一些学者已经注意到平均气候与气候极值的关系, 但其研究还缺乏系统性和深度。从理论上说, 如何估计平均气候的线性变化对极端气候出现概率的影响? 在

大范围气候场上平均气候值的变化与极端气候出现概率的定量化关系, 迄今尚未作出理论和实际两方面的有力推证。本文目的正在于对此做出论证。在全球气候变化的背景下, 人类社会对极端气候事件的反应比对平均气候状况的变化更为敏感。在对平均气候变化有了一定认识后, 对与其相应的极端气候变化的认识就具有特别重要的现实意义。因此, 从理论和观测事实两个方面讨论平均气候与极端气候出现概率的关系, 证明两者的非线性特征, 对评估平均气候变化的影响, 有一定的学术意义和应用价值。

2 理论证明

2.1 气候变量的概率分布为对称分布

设有气象变量 x 的分布密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$, 假定为正态对称分布, 则一般应有

$$F(x_a) = \int_{-\infty}^{x_a} f(x)dx = \int_{-\infty}^{x_a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (1)$$

2.1.1 均值变化的影响

若气候变量的均值增大, 即有一中心位移

$$\mu = \mu_0 + \Delta\mu, \quad (2)$$

显然增幅为

$$\Delta\mu = \mu - \mu_0. \quad (3)$$

假如分布密度的形态不变, 这时等价地应有

$$x' = x + \Delta\mu, \quad (4)$$

$$\Delta\mu = x' - x, \quad (5)$$

即原变量也有一个增量 (位移) $\Delta\mu$, 现设定 x_b 为变量 x 的高端取值 (高端极值), 则原变量的极值分位数所对应的概率为

$$\Phi(x_b) = P(X \geq x_b) = B, \quad (6)$$

其中, B 代表了正态分布密度曲线下所对应的分位数 x_b 上端的概率面积。很明显, 位移 $\Delta\mu$ 后, 分位数 x_b 所对应的面积增加是非线性的。后文我们还从非对称的 Gamma 分布曲线对于分布参数变化的响应作了类似的证实 (见图 1a、1b、1c 等)。

2.1.2 方差变化的影响

$$F(x_a) = \int_{-\infty}^{x_a} f(x)dx = \int_{-\infty}^{x_a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad (7)$$

若标准差 σ 有一增量 $\Delta\sigma$ 则上式写为

$$F(x'_a) = \int_{-\infty}^{x'_a} f(x)dx = \int_{-\infty}^{x'_a} \frac{1}{(\sigma + \Delta\sigma)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2(\sigma + \Delta\sigma)^2}} dx. \quad (8)$$

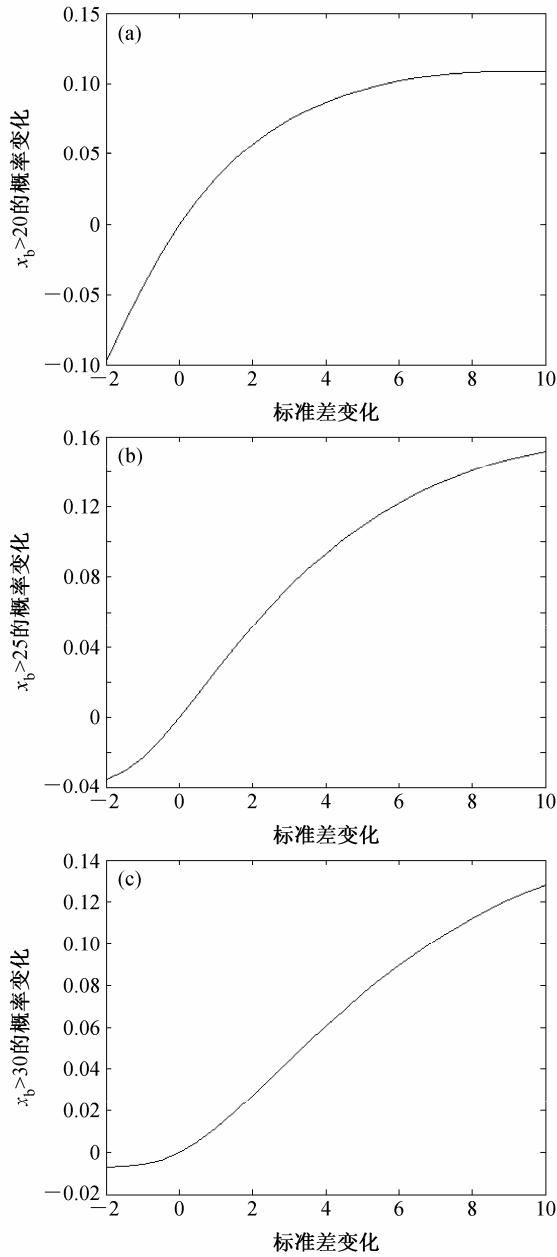


图1 当 $\mu_0=15$ 以及 $\sigma^2=25$ 时,标准差的各种变化引起的不同阈值极端事件的概率变化 (Gamma分布): (a) $x_b > 20$; (b) $x_b > 25$; (c) $x_b > 30$
 Fig. 1 The probability change for extreme event from changes of stationary error value at different critical values ($\mu_0=15$, $\sigma^2=25$): (a) $x_b > 20$; (b) $x_b > 25$; (c) $x_b > 30$

设相应的标准化变量为

$$t_a = \frac{x_a - \mu}{\sigma}, \quad t'_a = \frac{x_a - \mu}{\sigma + \Delta\sigma}, \quad (9)$$

相应的分布函数为

$$F(t_a) = F\left(\frac{x_a - \mu}{\sigma}\right), \quad F(t'_a) = F\left(\frac{x_a - \mu}{\sigma + \Delta\sigma}\right). \quad (10)$$

显然,标准差 σ 变化前后所造成的分布函数变动的差值可描述为分布函数的余函数差值,它直接表示

了相应的极端值概率的差值 $\Delta P_{\sigma+\Delta\sigma,\sigma}$ 为

$$\Delta P_{\sigma+\Delta\sigma,\sigma} = 1 - F\left(\frac{x_a - \mu}{\sigma + \Delta\sigma}\right) - 1 + F\left(\frac{x_a - \mu}{\sigma}\right), \quad (11)$$

故有

$$\Delta P_{\sigma+\Delta\sigma,\sigma} = F\left(\frac{x_a - \mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_a - \mu}{\sigma + \Delta\sigma}\right). \quad (12)$$

由上式不难看出,因 $F(x)$ 为非降函数,必有 $\Delta P_{\sigma+\Delta\sigma,\sigma} \geq 0$ 即若标准差增大,必有相应的极端值概率增大。很明显,在变量的平均值不变的情况下,变量的方差变化要比平均值变化的影响大。事实上,我们从(12)式不难看出,假定 μ 的增量与 σ 的增量相等,即 $\Delta\mu = \Delta\sigma$,由于,前者仅只在分子上减少1个 Δ 量,而后者则在分母上缩小1个 Δ 量。两者的作用必然是后者大于前者。以下可通过数值试验证明。

2.2 气候变量的概率分布为非对称分布

同样,上述规律也适用于非对称分布,例如, Gamma 分布或 Weibull 分布。

(1) 设有变量 x 服从 Gamma 分布,其密度函数为

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta x), \quad (13)$$

或写为

$$f(x) = \frac{\beta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta^{-1}x). \quad (14)$$

上述两式都是 Gamma 概率分布表达式(PDF),仅仅是尺度参数互为倒数而已。为了推导方便,我们取用(13)式,根据矩估计理论,形状参数 α 和尺度参数 β 与均值 μ 和方差 σ^2 之间的关系如下:

$$\alpha = \frac{\mu^2}{\sigma^2}, \quad (15)$$

$$\beta = \frac{\mu}{\sigma^2}. \quad (16)$$

若仅考虑均值 μ 所发生的变化,令未变化前的均值为 μ_0 ,变化量为 $\Delta\mu$,则(气候)变量的均值变化为

$$\mu = \mu_0 + \Delta\mu, \quad (17)$$

这里, μ 代表变化后的均值,于是变化后的参数有

$$\alpha = \frac{(\mu_0 + \Delta\mu)^2}{\sigma^2} = \frac{\mu_0^2 + 2\mu_0\Delta\mu + (\Delta\mu)^2}{\sigma^2}, \quad (18)$$

上式经整理后可写为

$$\alpha = \frac{\mu_0^2 + 2\mu_0\Delta\mu + (\Delta\mu)^2}{\sigma^2} = \alpha_0 + \Delta\alpha, \quad (19)$$

其中, 变化前的

$$\alpha_0 = \frac{\mu_0^2}{\sigma^2}, \quad (20)$$

参数改变量为

$$\Delta\alpha = \frac{2\mu_0\Delta\mu + (\Delta\mu)^2}{\sigma^2}. \quad (21)$$

同理, 若未变化前的尺度参数为 β_0 , 变化后的为 β , 则有

$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta, \quad (22)$$

其中,

$$\beta_0 = \frac{\mu_0}{\sigma^2}, \quad (23)$$

$$\Delta\beta = \frac{\Delta\mu}{\sigma^2}. \quad (24)$$

为了区别于初始分布 (气候) 变量, 将气候平均值改变后的分布密度写成 $F(x_b) = \int_0^{x_b} f(x)dx$ 。根据分布函数及其分位数概率表达式, 我们有初始分布:

$$F_0(x_b) = \int_0^{x_b} f_0(x)dx. \quad (25)$$

显然, 对上式中的被积函数 (分布密度) 经化简整理后可得

$$F_0(x_b) = \int_0^{\beta x_b} t^{\alpha-1} e^{-t} dt = \frac{1}{\Gamma(\alpha_0)} \gamma(\alpha_0, \beta x_b) = I_{\alpha_0}(\beta x_b), \quad (26)$$

上式中, $I_{\alpha_0}(\beta x_b)$ 定义为标准化不完全 Γ 函数, 即有

$$I_{\alpha_0}(\beta x_b) = \frac{1}{\Gamma(\alpha_0)} \int_0^{\beta x_b} t^{\alpha-1} e^{-t} dt. \quad (27)$$

于是, 分位数 x_b 的高端概率, 应有

$$\Phi_0(x_b) = 1 - F_0(x_b) = 1 - I_{\alpha_0}(\beta x_b). \quad (28)$$

当气候变量仅有均值 μ 变化时, 即有 (11) 式成立时, 则形状参数 α 就有 (13) 式的变动, 而尺度参数 β 就有 (16) 式的变动。同理, 可得到相应的

$$\Phi(x_b) = 1 - F(x_b) = 1 - I_{\alpha}(\beta x_b). \quad (29)$$

显然可以推得其极端值的概率变化幅度为

$$\Delta\Phi = \Phi(x) - \Phi_0(x), \quad (30)$$

最终可得

$$\Delta\Phi = \Phi(x) - \Phi_0(x) = I_{\alpha_0}(\beta_0 x_b) - I_{\alpha}(\beta x_b). \quad (31)$$

若给定变量的分位数 (即某一临界值), 再给定其均值的变幅, 我们就可进行各种数值试验。

同样, 也可推导出由于方差的变化所引起的极端值概率变化幅度。

根据 (13) 式, 为推导方便, 令

$$\alpha' = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_0^2}{\mu_0^2} + \frac{2\sigma_0\Delta\sigma + \Delta^2\sigma}{\mu_0^2} = \frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{\Delta\alpha} = \alpha'_0 + \Delta\alpha', \quad (32)$$

同理可以得到

$$\beta' = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_0^2}{\mu_0^2} + \frac{2\sigma_0\Delta\sigma + \Delta^2\sigma}{\mu_0^2} = \frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\Delta\beta} = \beta'_0 + \Delta\beta'. \quad (33)$$

利用 (19) ~ (24) 式的推证, PDF 采用 (13) 式, 同样可得相应的类似推算公式

$$\Delta\Phi = \Phi(x) - \Phi_0(x) = I_{\beta'_0}(\beta_0 x_b) - I_{\beta'_\alpha}(\beta x_b). \quad (34)$$

(2) 设有变量 x 服从 Weibull 分布, 其分布密度为

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x-\nu}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x-\nu}{\alpha} \right)^{\beta} \right], \quad x \geq \nu, \quad (35)$$

分布函数为

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-\nu}{\alpha} \right)^{\beta} \right], \quad x \geq \nu. \quad (36)$$

对于降水量而言, $\nu = 0$, 所以上式可简化为

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^{\beta} \right], \quad x \geq 0, \quad (37)$$

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^{\beta} \right], \quad x \geq 0. \quad (38)$$

根据矩的定义, Weibull 分布的均值和方差与参数 α 、 β 的关系为:

$$\mu = \alpha \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right), \quad (39)$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)^2 \right]. \quad (40)$$

利用类似的分析方法, 同样可得到, 由于变量均值和方差的变化而引起参数 α 、 β 有某种改变时, 其相应的分位数 x_b 的高端概率变化量, 应有,

$$\Phi_0(x_b) = 1 - F_0(x_b) = \exp \left[- \left(\frac{x_b}{\alpha_0} \right)^{\beta_0} \right], \quad (41)$$

$$\Phi(x_b) = 1 - F(x_b) = \exp \left[- \left(\frac{x_b}{\alpha} \right)^{\beta} \right], \quad (42)$$

$$\Delta\Phi = \Phi(x) - \Phi_0(x) = \exp\left[-\left(\frac{x_b}{\alpha}\right)^\beta\right] - \exp\left[-\left(\frac{x_b}{\alpha_0}\right)^{\beta_0}\right]. \quad (43)$$

3 数值计算结果（以 Gamma 分布为例）

3.1 均值变化的数值试验

当 $\mu_0 = 15$ 以及 $\sigma^2 = 25$ 时，按照 Gamma 分布函数的公式（13）～（31），可以计算得到偏态分布下均值的各种变化所引起的极端事件的概率变化（见表 1），而表 1 中所列变化幅度则是假定值（以下各表均相同）。

同理，当 $\mu_0 = 10$ 以及 $\sigma^2 = 25$ 时，按照 Gamma 分布函数的公式（13）～（31），可以计算得到偏态分布下均值的各种变化所引起的极端事件的概率变化（见表 2）。

3.2 方差变化的数值试验

此外，当 $\mu_0 = 15$ 以及 $\sigma^2 = 25$ 时，按照 Gamma 分布函数的公式（13）～（31），可以计算得到偏态分布下，标准差的各种变化所引起的极端事件的概率变化（见表 3）。

表 1 均值的各种变化引起的极端事件概率变化（ $\mu_0 = 15$ ， $\sigma^2 = 25$ ）

Table 1 Probability change for extreme event from changes of mean value ($\mu_0 = 15$, $\sigma^2 = 25$)

均值变化 ($^{\circ}\text{C}$)	形状 参数	尺度 参数	概率变化		
			$x_b > 20$	$x_b > 25$	$x_b > 30$
-2	6.76	0.52	-0.063318	-0.016191	-0.00295
-1	7.84	0.56	-0.035515	-0.009372	-0.00173
1	10.24	0.64	0.0443	0.012747	0.002465
2	11.56	0.68	0.0981	0.029864	0.005958

表 2 均值的各种变化引起的极端事件的概率变化（ $\mu_0 = 10$ ， $\sigma^2 = 25$ ）

Table 2 Probability change for extreme event from change of mean value ($\mu_0 = 10$, $\sigma^2 = 25$)

均值变化 ($^{\circ}\text{C}$)	形状 参数	尺度 参数	概率变化		
			$x_b > 15$	$x_b > 20$	$x_b > 25$
-2	2.56	0.32	-0.05801	-0.015	-0.00285
-1	3.24	0.36	-0.03278	-0.00872	-0.00172
1	4.84	0.44	0.041589	0.011931	0.002484
2	5.76	0.48	0.09295	0.028004	0.006001

当 $\mu_0 = 10$ 、 $\sigma^2 = 25$ 时，按照 Gamma 分布函数的公式（13）～（31），标准差的各种变化引起的极端事件的概率变化（见表 4、图 2）。

表 3 标准差的各种变化引起的极端事件的概率变化（ $\mu_0 = 15$, $\sigma^2 = 25$ ）

Table 3 Probability change for extreme event from change of stationary error value ($\mu_0 = 15$, $\sigma^2 = 25$)

标准差变化	形状参数	尺度参数	概率变化		
			$x_b > 20$	$x_b > 25$	$x_b > 30$
-2	25	1.6667	-0.0975	-0.035295	-0.00702
-1	14.063	0.9375	-0.04378	-0.022762	-0.0058
1	6.25	0.41667	0.032808	0.026383	0.011537
2	4.5918	0.30612	0.056846	0.051784	0.026942

表 4 标准差的各种变化引起的极端事件的概率变化（ $\mu_0 = 10$, $\sigma^2 = 25$ ）

Table 4 Probability change for extreme event from change of stationary error value ($\mu_0 = 10$, $\sigma^2 = 25$)

标准差变化	形状参数	尺度参数	概率变化		
			$x_b > 20$	$x_b > 25$	$x_b > 30$
-2	11.111	1.1111	-0.09015	-0.03897	-0.01023
-1	6.25	0.625	-0.03923	-0.02379	-0.00796
1	2.7778	0.27778	0.027809	0.025146	0.013242
2	2.0408	0.20408	0.046859	0.047733	0.028951

4 实际观测资料验证

对于实测资料，对称分布自不必再做验证，那是必然的。为此，这里只对于非对称分布加以验证。选取南方各站如重庆、合肥、南京、武汉、上海、广州、杭州等站 6～8 月总降水量分别拟合 Gamma 分布，然后利用上述公式。给定各不同的临界值 x_b 计算各自 $\Delta\Phi$ 。

4.1 夏季月降水量的 Gamma 分布验证（以南京站和重庆站为例说明）

图 3 给出了南京站和重庆站的频率直方图以及 Gamma 分布拟合的概率密度曲线（Gamma 分布的拟合参数置信度为 95%），可以看出两个测站的夏季月降水量满足 Gamma 分布，对于其他测站均有类似发现（从略）。

4.2 均值变化的实例验证

（1）均值的各种变化导致夏季月降水量大于 75% 分位数概率的变化（见表 5）。

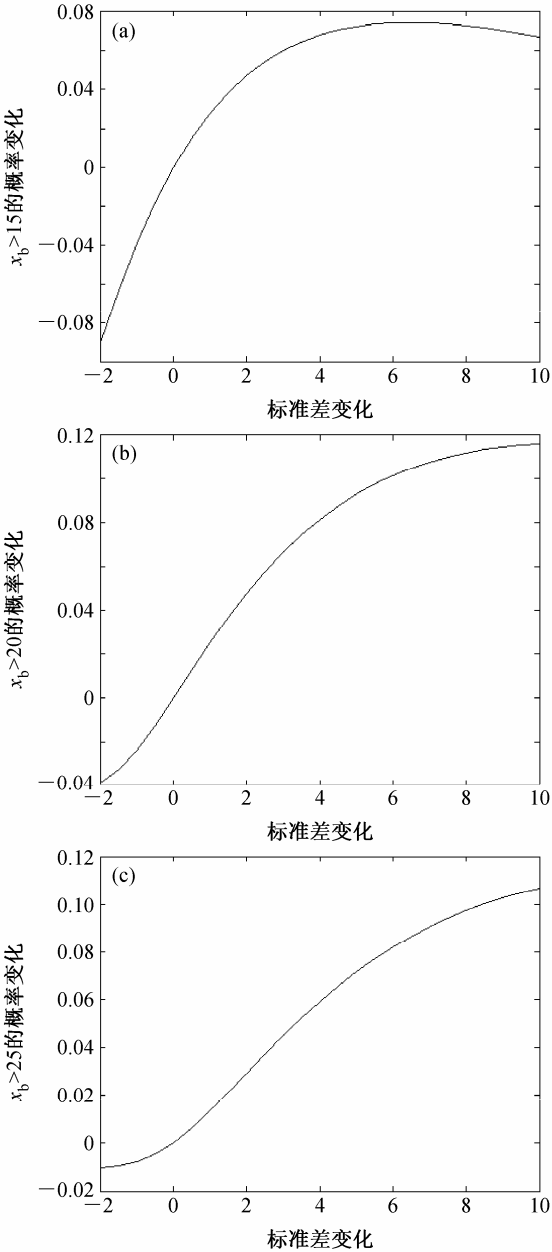


图 2 当 $\mu_0 = 10$ 、 $\sigma^2 = 25$ 时, 标准差的各种变化引起的不同阈值极端事件的概率变化: (a) $x_b > 15$; (b) $x_b > 20$; (c) $x_b > 25$
Fig. 2 The probability change for extreme event from changes of stationary error value at different critical values: (a) $x_b > 15$; (b) $x_b > 20$; (c) $x_b > 25$

表 5 均值变化百分比对夏季月降水量 $x_b > 75\%$ 分位数概率的影响

Table 5 Change percentage for mean value influence on the probability of the percentile $x_b > 75\%$ for monthly rainfall during summer period

均值	$x_b > 75\%$ 分位数的概率变化					
变化	南京	重庆	武汉	合肥	广州	杭州
-20%	-0.084995	-0.097582	-0.076635	-0.076321	-0.093321	-0.094387
-10%	-0.045589	-0.053652	-0.040618	-0.04144	-0.05189	-0.05105
10%	0.051795	0.063524	0.045297	0.048318	0.063041	0.05868
20%	0.10937	0.1361	0.095063	0.10342	0.13676	0.12424

(2) 均值的各种变化导致夏季月降水量大于 90%分位数概率的变化 (见表 6)。

图 4 和图 5 分别为重庆和南京地区由均值变化引起的大于 75%和 90%临界分位数的概率变化曲线。

3.2.3 标准差变化的实例验证

(1) 标准差的各种变化导致夏季月降水量大于 75%分位数概率的变化 (见表 7)。

(2) 标准差的各种变化导致夏季月降水量大于 90%分位数概率的变化见表 8。

表 6 均值变化百分比对夏季月降水量 $x_b > 90\%$ 分位数概率的影响

Table 6 Change percentage for mean value influence on the probability of the percentile $x_b > 90\%$ for monthly rainfall during summer period

均值	$x_b > 90\%$ 分位数的概率变化					
变化	南京	重庆	武汉	合肥	广州	杭州
-20%	-0.028966	-0.050015	-0.02211	-0.028742	-0.03936	-0.03479
-10%	-0.016021	-0.028232	-0.012057	-0.016028	-0.02258	-0.019451
10%	0.01965	0.035852	0.014421	0.019979	0.029775	0.024336
20%	0.043488	0.080332	0.03157	0.044568	0.068147	0.054324

表 7 标准差变化百分比对夏季月降水量 $x_b > 75\%$ 分位数概率的影响

Table 7 Change percentage for standard deviation influence on the probability of the percentile $x_b > 75\%$ for monthly rainfall during summer period

标准差	$x_b > 75\%$ 分位数的概率变化					
变化	南京	重庆	武汉	合肥	广州	杭州
-20%	-0.014467	-0.024954	-0.0097857	-0.024628	-0.03151	-0.01653
-10%	-0.005624	-0.010623	-0.0033786	-0.010408	-0.01378	-0.0066407
10%	0.0032216	0.0077878	0.0011435	0.0074651	0.010671	0.0042088
20%	0.0046155	0.013373	0.0061007	0.012632	0.018875	0.0065598

表 8 标准差变化百分比对夏季月降水量 $x_b > 90\%$ 分位数概率的影响

Table 8 Change percentage for standard deviation influence on the probability of the percentile $x_b > 90\%$ for monthly rainfall during summer period

标准差	$x_b > 90\%$ 分位数的概率变化					
变化	南京	重庆	武汉	合肥	广州	杭州
-20%	-0.033986	-0.038729	-0.031154	-0.034254	-0.03728	-0.035908
-10%	-0.011597	-0.017982	-0.014625	-0.016272	-0.01792	-0.0169
10%	0.013767	0.015315	0.012534	0.01429	0.016085	0.014646
20%	0.025409	0.028214	0.023033	0.026589	0.030259	0.027126

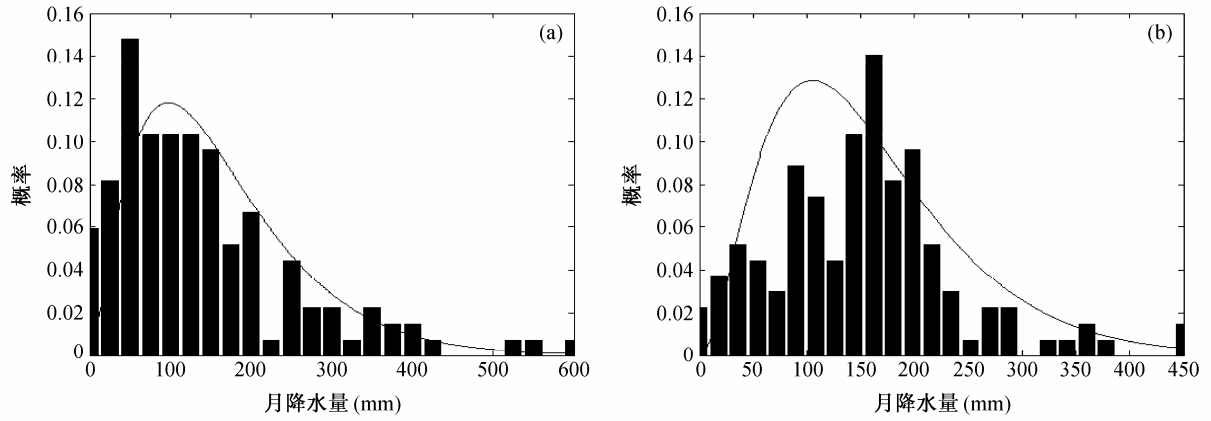


图3 (a) 南京站和 (b) 重庆站的频率直方图以及 Gamma 分布拟合的概率密度曲线

Fig. 3 The frequency histogram and fitting Gamma distribution curve for (a) Nanjing and (b) Chongqing

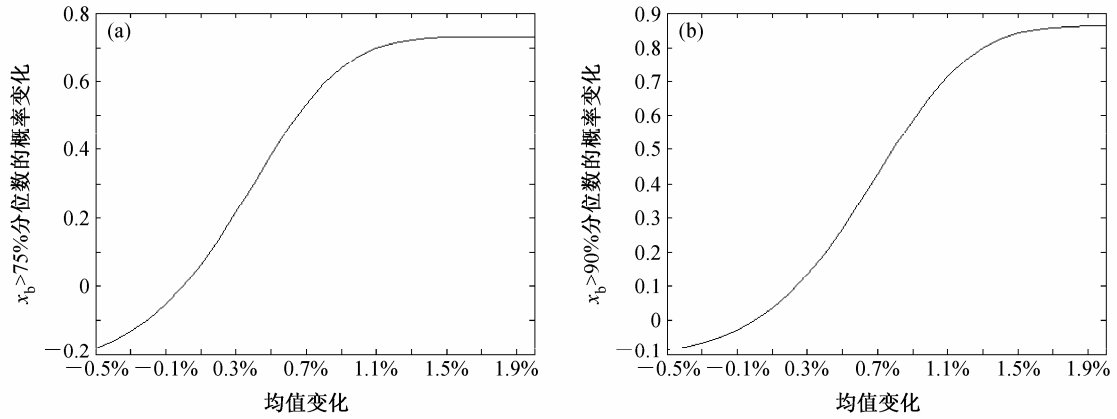
图4 由均值变化引起的大于临界分位数的概率变化曲线 (重庆): (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$ Fig. 4 The curve for probability change of percentile vs. mean value change: (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$

图6和图7分别为重庆和南京地区由标准差变化变化引起的大于75%和90%临界分位数的概率变化曲线。

5 极端气候的概率变化对统计参数响应的敏感性

就变量的理论分布函数而言, 引发极端气候变化不外乎两种情况: 一是尺度参数变化 (如变率或标准差变化); 二是位置参数变化 (如均值或众数变化)。这些参数改变的重要意义在于, 它们都使得气候变量的 PDF 曲线两端的概率密度取值发生明显的变化, 从而影响了极端事件发生的概率。一般我们对下列两类极端气候事件感兴趣:

(1) 超过某个临界值的极端事件, 记为 $E_1 = \{x > c\}$;

(2) 序列中大于某个临界值的极端事件, 记为 $E_2 = \{\max(x_1, x_2, \dots, x_n) > c\}$ 。

针对上述两类极端气候事件, 可将极端事件概率 $P(E)$ 写成位置参数 μ 和尺度参数 σ 的函数。于是, 极端事件对 μ 和 σ 的敏感率又可写为

$$S(P, \mu) = \frac{\partial P(E)}{\partial \mu} \frac{1}{P(E)} \text{ 或 } S(P, \sigma) = \frac{\partial P(E)}{\partial \sigma} \frac{1}{P(E)}. \quad (44)$$

一般而言, $P(E_1) = 1 - F_X(c)$ 或 $P(E_2) = 1 - [F_X(c)]^n$, 为此可写出

$$\frac{\partial P(E)}{\partial \mu} = F'_X(c), \quad (45)$$

$$\frac{\partial P(E_i)}{\partial \sigma} = \left(\frac{c - \mu}{\sigma}\right) F'_X(c), \quad (46)$$

$$\text{或} \quad \frac{\partial P(E_i)}{\partial \sigma} = \left(\frac{c - \mu}{\sigma}\right) \frac{\partial P(E_i)}{\partial \mu}. \quad (47)$$

类似于工程问题, 可构造危险率函数 $H(x)$ 为

$$H(x) = \frac{F'(x)}{1 - F(x)}. \quad (48)$$

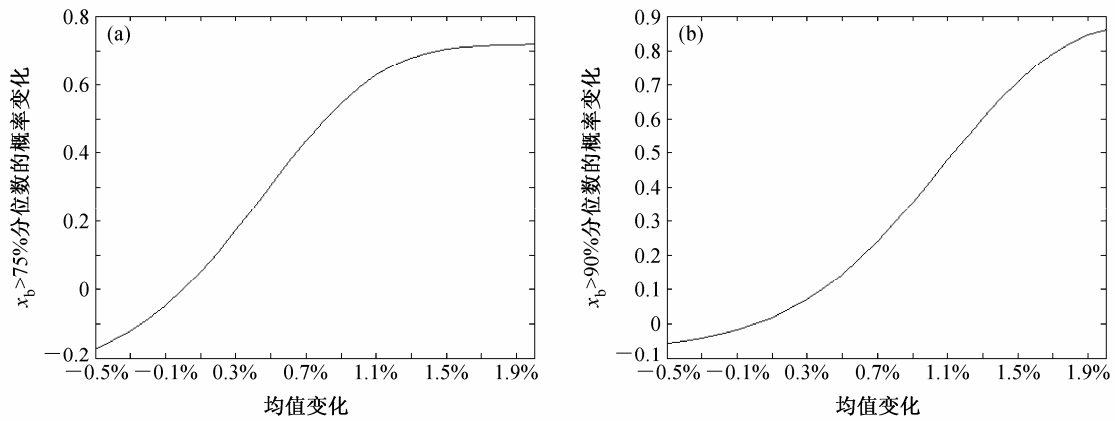


图 5 由均值变化引起的大于临界分位数的概率变化曲线 (南京): (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$

Fig. 5 The curve for probability change of percentile vs. mean value change: (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$

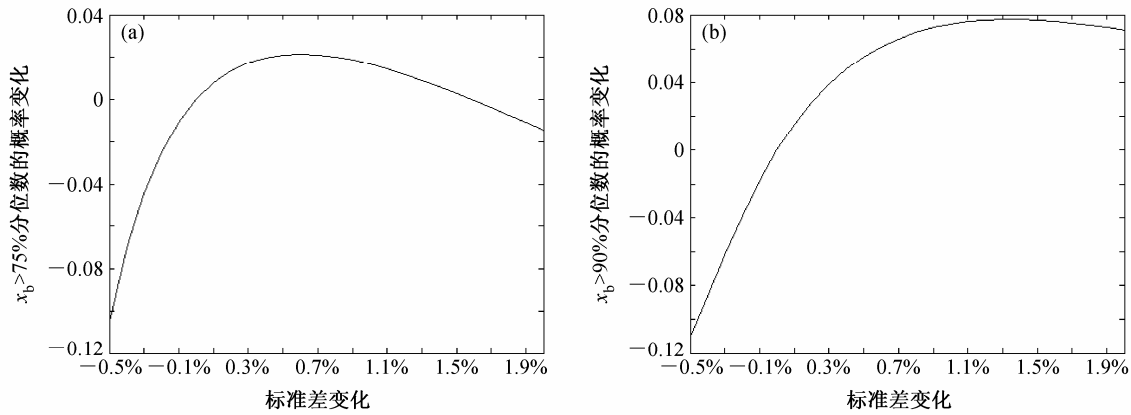


图 6 由标准差变化引起的大于临界分位数的概率变化曲线 (重庆): (a) $x_b > 75\%$ 分位数; (b) $x_b > 90\%$ 分位数

Fig. 6 The curve for probability change of percentile vs. standard deviation change (Chongqing): (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$

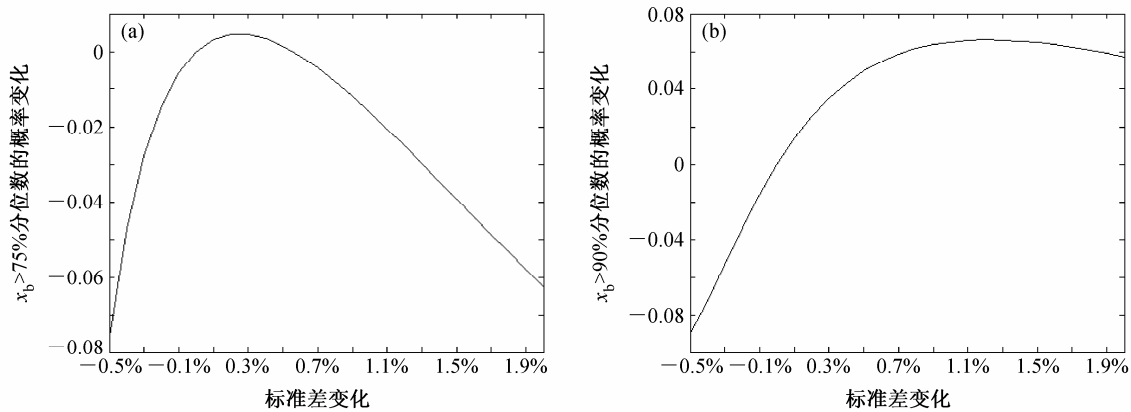


图 7 由标准差变化引起的大于临界分位数的概率变化曲线 (南京): (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$

Fig. 7 The curve for probability change of percentile vs. standard deviation change (Nanjing): (a) $x_b > 75\%$; (b) $x_b > 90\%$

考虑敏感率的定义式, 直接由 (36) 式, 可以证明

$$\left[\frac{\partial P(E)}{\partial \mu} \right] \frac{1}{P(E)} = H(c). \quad (49)$$

上式表明, 极端事件对 μ 的敏感率是随着界限温度增加而增大的。因此, 令 $\partial P(E_i) / \partial \mu \cdot 1 / P(E_i) = H(c)$

为增函数。只要计算出危险率函数, 就知道 $E_i (i=1, 2)$ 对均值的敏感率是否随着临界温度或降水的增加而增大。通过均值敏感率与标准差敏感率的关系式, 还可从 $E_i (i=1, 2)$ 对均值的敏感率计算出 $E_i (i=1, 2)$ 对标准差的敏感率。类似地, 可以定义小

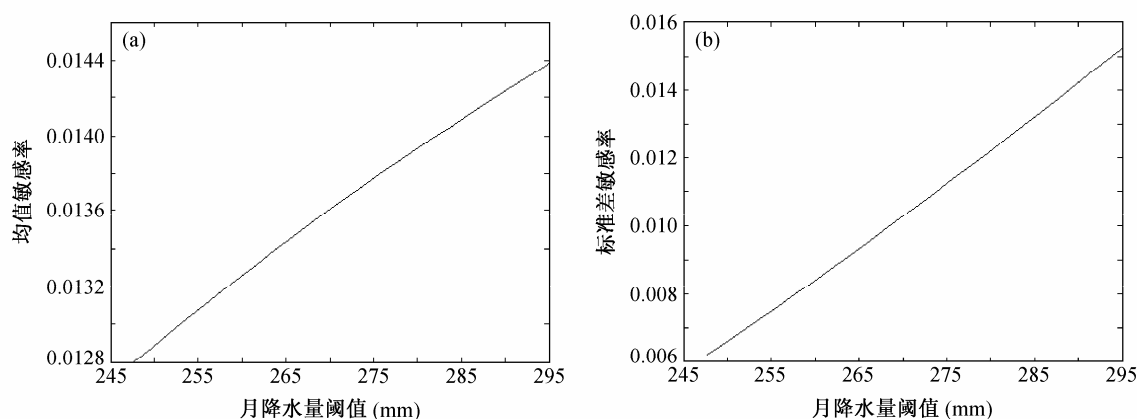


图 8 重庆站对均值和标准差的敏感率及其与月降水量阈值变化的关系

Fig. 8 The relationship between the sensitivity rate of Chongqing to mean value and standard deviation and change in critical monthly rainfall

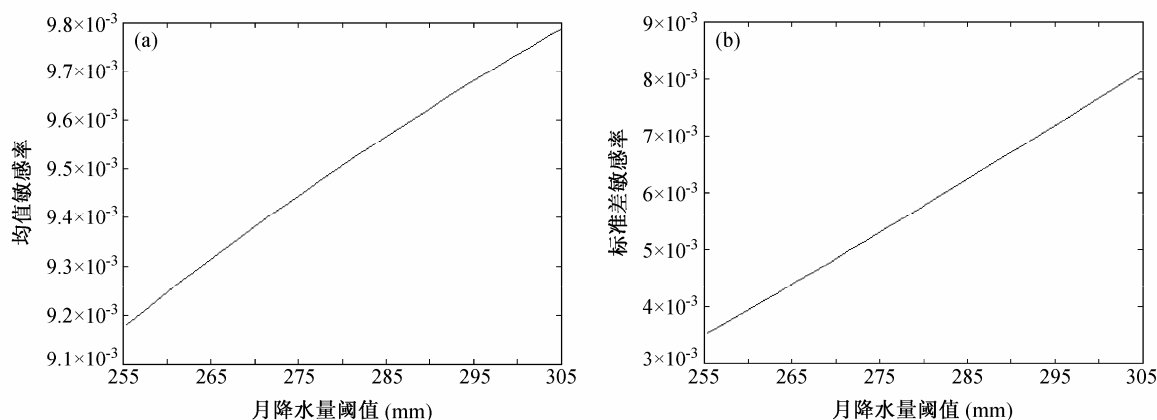


图 9 南京站对均值和标准差的敏感率及其与月降水量阈值变化的关系

Fig. 9 The relationship between the sensitivity rate of Nanjing to mean value and standard deviation and change in critical monthly rainfall

于某个值的极端事件 E_i ($i=1, 2$)，其中：(1) 小于某个临界值的气温或降水发生概率，记为 $E_1 = \{x < c\}$ ；(2) 某一极端事件（序列中的极值小于某个临界值）发生的概率，记为 $E_2 = \{\min(x_1, \dots, x_n) > c\}$ ，相应地也可有 E_i ($i=1, 2$) 对均值及对标准差的敏感率公式。

图 8 和图 9 分别以重庆和南京为例，计算并绘出了对均值、标准差的敏感率随月降水量阈值变化的关系曲线，由图可见，两者都呈略有非线性的正相关关系。即月降水量愈大，其相应的敏感率愈高。至于低端分位数及其概率对参数变动的响应，本文未做相关试验。但从理论上说，可能对称分布有相反的结果，但对于非对称分布则要另当别论。

6 结论

(1) 本文从理论上证明，平均气候变化前后，

它所对应的极端气候概率具有非线性变化；无论变量服从对称型分布还是非对称型分布，其平均气候参数（如均值或方差）的微小变化都可能导致极端值的或大或小的变化。

(2) 通过对若干个代表测站及气候场资料的平均值与所对应极值概率计算结果，证明理论符合观测事实。

(3) 借助于数值计算作者也考察了概率分布模式各个参数的变化对极端气候概率的影响。换言之，气候极端值的概率对于均值或标准差的敏感率都是随着临界月降水量的增大而增大的。

参考文献 (References)

- Easterling D R, Evans J L, Groisman P Y, et al. 2000. Observed variability and trends in extreme climate events: a brief review [J]. Bull. Amer. Meteor. Soc., 81 (3): 417-425.
- IPCC. 2001. Climate Change 2001, Contribution of Working Group 1 to the

- Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, 155–164.
- IPCC. 2007, Climate Change, Contribution of Working Group 1 to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (AR4), 237–338.
- Katz R W, Brown B G. 1992. Extreme events in a changing climate: variability is more important than averages [J]. *Climate Change*, 21 (3): 289–302.
- Leadbetter M R, Lindgren G, Rootzen H. 1983. *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Process* [M]. New York: Springer-Verlag, 336.
- Mears L O, Katz R W, Schneider S H. 1984. Extreme high temperature events: changes in their probabilities with changes in mean temperature [J]. *J. Appl. Meteor.*, 23 (12): 1601–1613.