

大气环流模式降水的模拟对水汽方程

差分方案的敏感性试验^{*} P4 A

刘洪涛 王 斌 薛 峰 宇如聪

(中国科学院大气物理研究所大气科学与地球流体力学国家重点实验室, 北京 100029)

摘 要 分别采用 3 种应用比较广泛的水汽方程差分方案: 多维正定平流传输方案 (MPDATA)、通量修正传输方案 (FCT) 和两步保形平流方案 (TSPAS), 对大气物理所 9 层大气环流模式 (IAP 9L AGCM) 的降水模拟作敏感性试验, 分析比较 3 种方案下模式降水气候平均场的差异, 从而揭示模式降水对水汽方程差分方案的敏感性。试验结果显示, 不同的水汽方程差分方案对大气环流模式降水的气候模拟有较大影响, 并由此从 3 种差分方案中为 IAP 9L AGCM 寻找出一种较好的水汽计算方案。

关键词: 大气环流模式; 水汽方程; 差分方案

1 引言

平流方程 $\partial F / \partial t + \nabla \cdot (VF) = 0$ 是在气候数值模拟和数值天气预报中经常碰到的最基本的方程类型之一, 水汽方程是其中的一个典型例子。对平流方程进行差分求解既要考虑一般微分方程差分求解的问题, 如相容性和稳定性, 同时还要求差分方程数值解能充分保持原微分方程解的性质, 即: 保守性 (conservative) 和保形性 (shape preserving)。

1.1 保守性

对微分方程 $\partial F / \partial t + \nabla \cdot (VF) = 0$ 来说, 保守性意味着

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_{x,y,z} F dx dy dz = 0, \quad (1)$$

进行差分求解的时候, 就必须满足

$$\sum_{i,j,k} F^{n+1} = \sum_{i,j,k} F^n, \quad (2)$$

才能保持原微分方程的保守性。

1.2 保形性

对微分方程 $\partial F / \partial t + \nabla \cdot (VF) = 0$, 在无辐散, 即 $\nabla \cdot V = 0$ 的情况下, 有

2000-08-29 收到, 2001-03-06 收到再改稿

^{*} 国家自然科学基金资助项目 49775268、国家重点基础研究发展规划项目 G1998040905、优秀国家重点实验专项基金 49823002 和中国科学院重要创新方向项目 KZCX2208 共同资助

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla F = 0,$$

从而

$$\frac{dF}{dt} = 0, \quad (3)$$

即整个场沿着轨迹线移动而形状保持不变, 这就要求差分方程数值解的频散误差尽可能小。

在大气环流模式中, 全球大气是整层准无辐散的, 因此对水汽方程的差分求解也要满足上述两个重要性质, 由此发展了许多差分方案, 其中比较常用的有多维正定平流传输方案 (Multidimensional Positive Definite Advection Transport Algorithm, MPDATA)^[1]、通量修正传输方案 (Flux Corrected Transport Algorithm, FCT)^[2]和两步保形平流方案 (Two-Step Shape-Preserving Advection Scheme, TSPAS)^[3]。用气候模式进行气候数值模拟的时候, 降水是一个非常重要的物理量。反映一个气候模式模拟效果的重要标志之一就是降水的模拟, 它和模式的动力框架、陆面过程以及辐射传输等多个方面有关。为了检验模式降水的模拟对不同差分方案求解水汽方程的敏感性, 我们选取了上述 3 种平流方案在 IAP 9L AGCM 中进行了数值模拟试验, 获得了一些有意义的结果。

2 3 种差分方案简介

2.1 MPDATA 方案

MPDATA 方案是 Smolerkiewicz 在 1984 年提出的一种求解平流方程的差分方案, 该方案具有近似二阶精度, 通过一个迭代过程, 一步一步地缩小隐式耗散, 是 3 种方案里精度最高、耗散最小的一种。此外它还可以加入非振荡 (Nonoscillatory)^[4]选项和三阶修正项, 但是因为用到了迭代过程, 所以比较耗费计算时间。

2.2 FCT 方案

FCT 方案的概念最早由 Jay P. Boris 和 David L. Book 在 1973 年提出, 用在一维问题上, 然后 Zalesak^[5]在 1979 年把它推广到了多维。FCT 方案思路简单清晰, 是这 3 种方案里最节省时间的一种, 但最大精度不超过 2 阶, 而且具有较大的耗散误差。

2.3 TSPAS 方案

TSPAS 方案是宇如聪在 1994 年提出的。TSPAS 方案充分利用了一阶迎风差格式具有较小的频散误差、二阶 Lax-Wendroff 格式具有较小的耗散误差的特点, 把二者有效地结合起来, 在节省计算时间的同时, 保持了较准确的数值解。

3 3 种方案在 IAP 9L AGCM 中的应用

我们把上述 3 种水汽平流差分方案分别用于 IAP 9L AGCM 中, 进行数值模拟试验。对每一种差分方案用模式分别积分 3、5、10 和 15 年, 对模式输出的降水作气候平

均, 并与 Xie 和 Arkin^[6]再分析降水资料 19 年 (1979~1997 年) 气候平均的结果进行比较。

图 1~8 分别是 MPDATA、TSPAS、FCT 方案模拟的 3、5、10、15 年及 Xie 和 Arkin 再分析资料给出的 1、7 月份降水的全球地理分布图。从图中可以看出, 3 种方案都能较好地模拟出全球降水分布的主要特征。对主要的降雨带如热带辐合区 (ITCZ) 降雨带, 以及主要的干旱区如北非-西亚、副高区和高纬少雨区等在图上均有清楚的反映。同时也模拟出了降雨的季节性变化, 与 1 月相比, 7 月 ITCZ 降雨带明显北移, 亚洲季风区降雨明显增长。同时, 3 种方案也存在共同的缺陷, 例如赤道中东太平洋和 1 月赤道印度洋模拟的降水显著偏少。另一方面, 3 种方案模拟的降水也有显著差别, 例如对 7 月亚洲季风区而言, 尤其是西太平洋一带, MPDATA 和 TSPAS 方案模拟的降水明显不足, 而 FCT 方案模拟的降水明显偏大, 仅就亚洲季风区的降水而言, TSPAS 和 FCT 方案模拟的结果比 MPDATA 好。由此可见, 水汽方程不同差分方案的选取对降水的模拟有明显的影响。

为了进一步对用 3 种差分方案模拟的降水场作定量分析, 我们计算了 3 种方案模拟的降水场与 Xie 和 Arkin 再分析资料的相关系数及它们各自的均方根误差。均方根误差和相关系数的定义如下:

$$\text{均方根误差} \quad E_{\text{TOT}} = \frac{1}{M} \sum_i [(F_T - \bar{F}_T) - (F_D - \bar{F}_D)]^2, \quad (4)$$

其中, F_T 是观测值, F_D 是有限差分解, $\bar{F}_T$ 、 $\bar{F}_D$ 分别是它们在整个场的平均值, M 是总格点数。

$$\begin{aligned} E_{\text{TOT}} &= \frac{1}{M} \sum_i [(F_T - \bar{F}_T) - (F_D - \bar{F}_D)]^2 \\ &= [\sigma(F_T) - \sigma(F_D)]^2 + 2(1 - \rho_{T,D})\sigma(F_T)\sigma(F_D), \end{aligned} \quad (5)$$

其中,

$$\sigma(F) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_i (F - \bar{F})^2}, \quad (6)$$

$$\rho_{T,D} = \frac{\frac{1}{M} \sum_i (F_T - \bar{F}_T)(F_D - \bar{F}_D)}{\sigma(F_T)\sigma(F_D)}, \quad (7)$$

分别是 F 的方差和 F_T 与 F_D 之间的相关系数。

图 9~16 给出了 3 种方案模拟的 3、5、10 和 15 年全球降水场与 Xie 和 Arkin 再分析资料的相关系数和它们各自的均方根误差的比较。由图可以看到除了少数月份, TSPAS 方案模拟的降水具有最大的相关系数和最小的均方根误差, 而 FCT 方案模拟的降水和前两者有较大的差距, 它的相关系数最小而均方根误差最大, 3 种方案模拟的降水场有明显差异, 但都在冬季给出了最好的模拟结果。

表 1 给出了在 IAP 9L AGCM 中分别用这 3 种方案求解水汽方程时, 模式在 SGI Origin 2000 上积分 1 天平均耗费的计算时间 T_{tot} , 和 3 种方案求解水汽方程平均耗费的计算时间 T_q , 及后者占前者的百分比 P 。

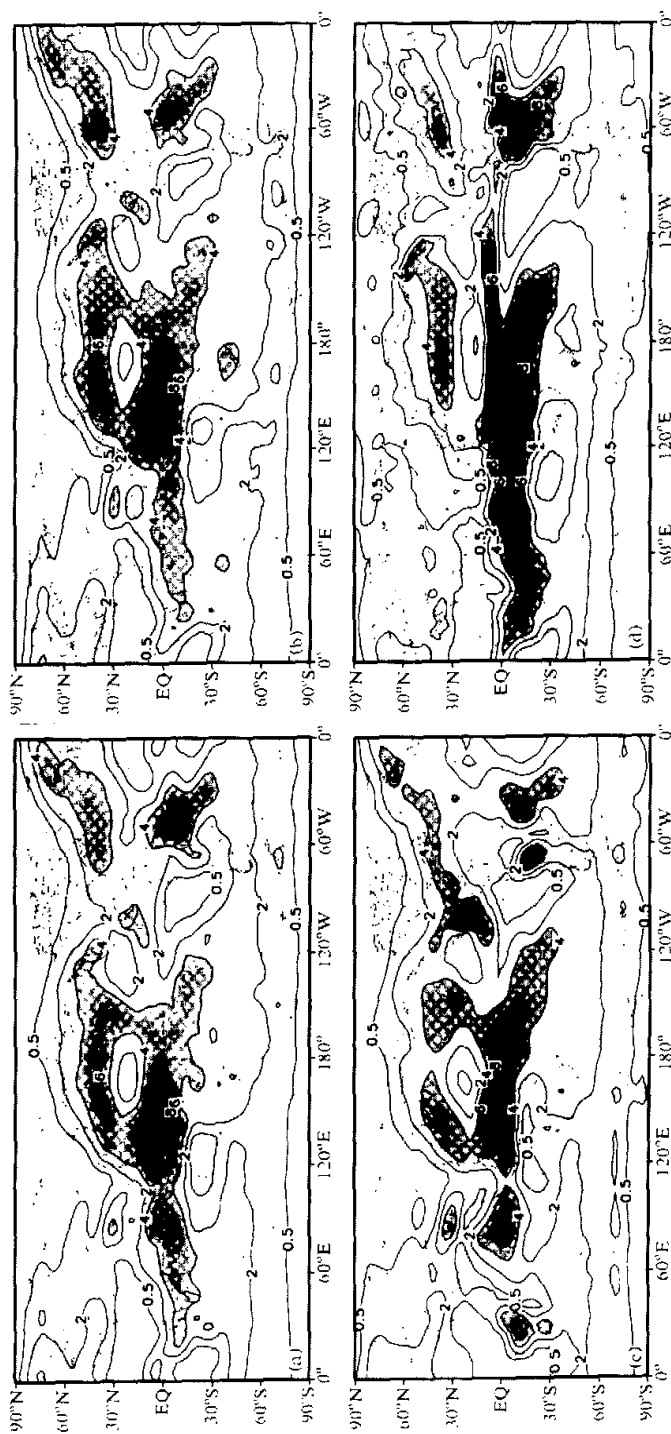


图1 1月份降水的比较

(a)、(b)、(c) 分别是 MPDATA、TSPAS、FCT 方案3年平均的结果,

(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料19年平均的结果

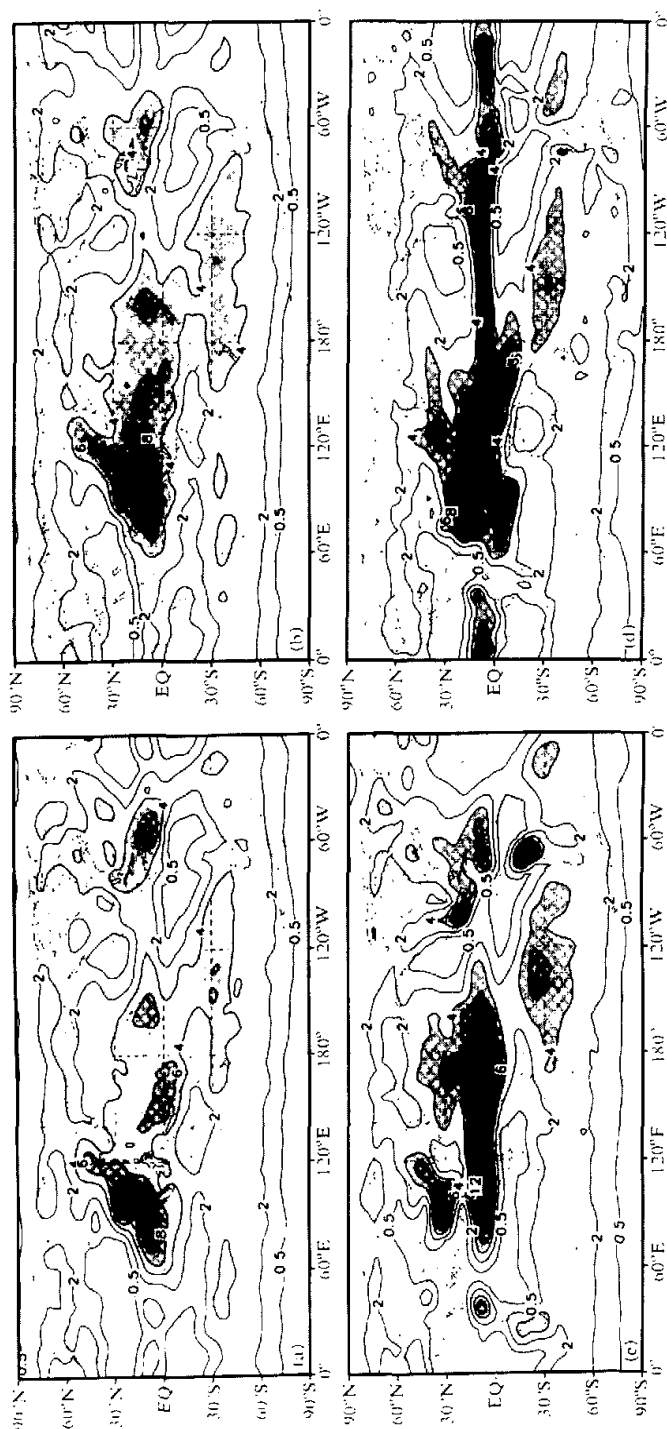


图2 7月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 3 年平均的结果,
(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年平均的结果

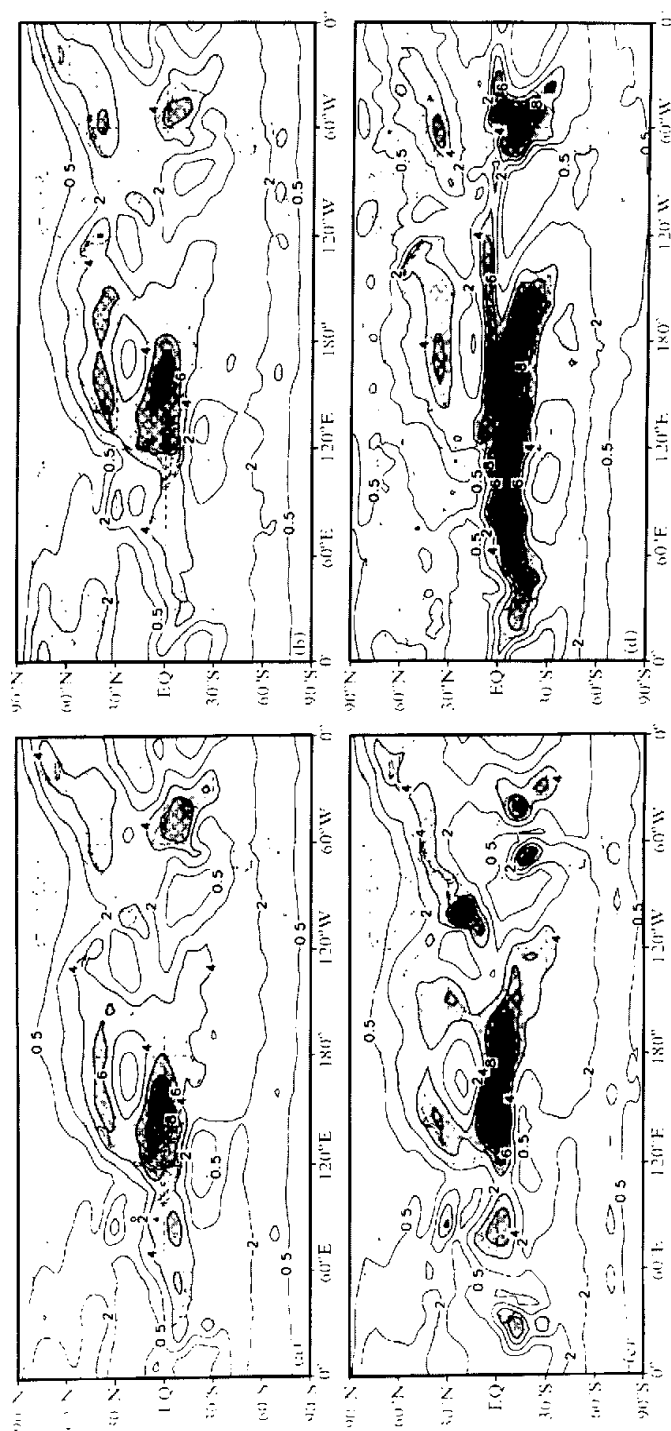


图3 1月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 5 年平均的结果,

(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年 1 月平均的结果

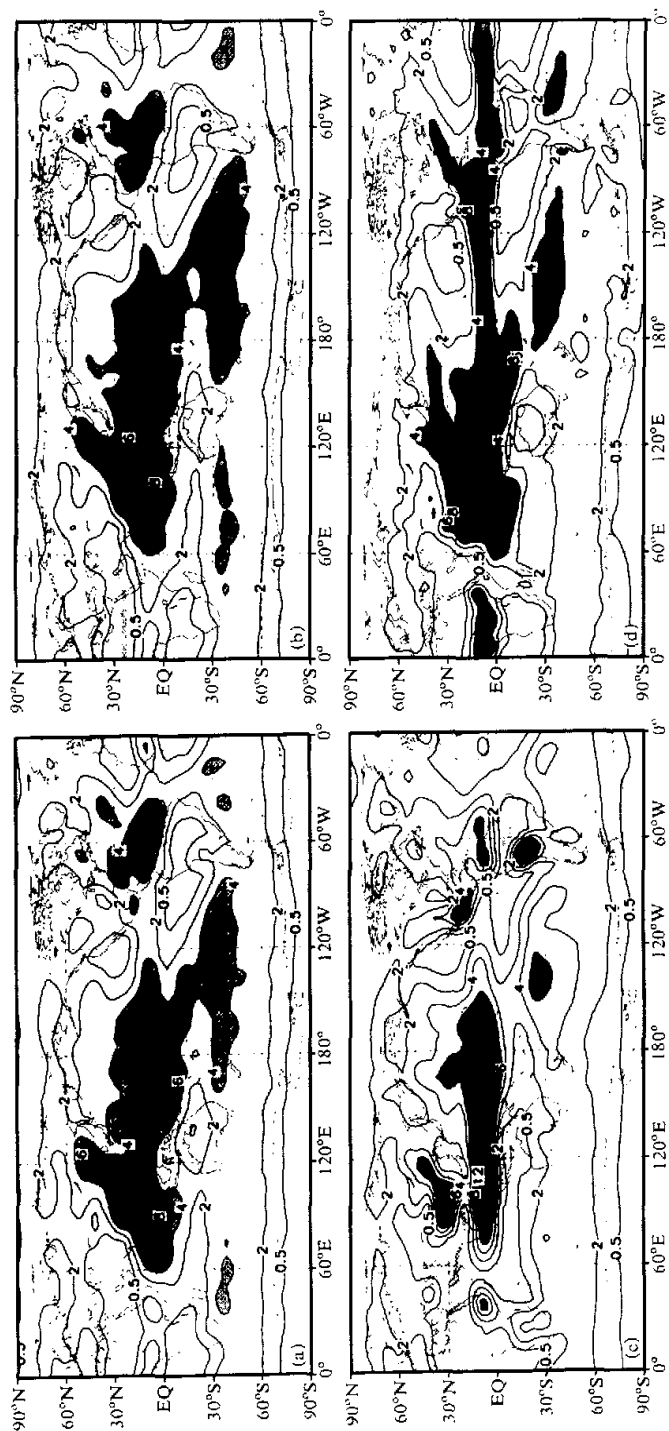


图 4 7 月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 5 年平均的结果,
(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年平均的结果

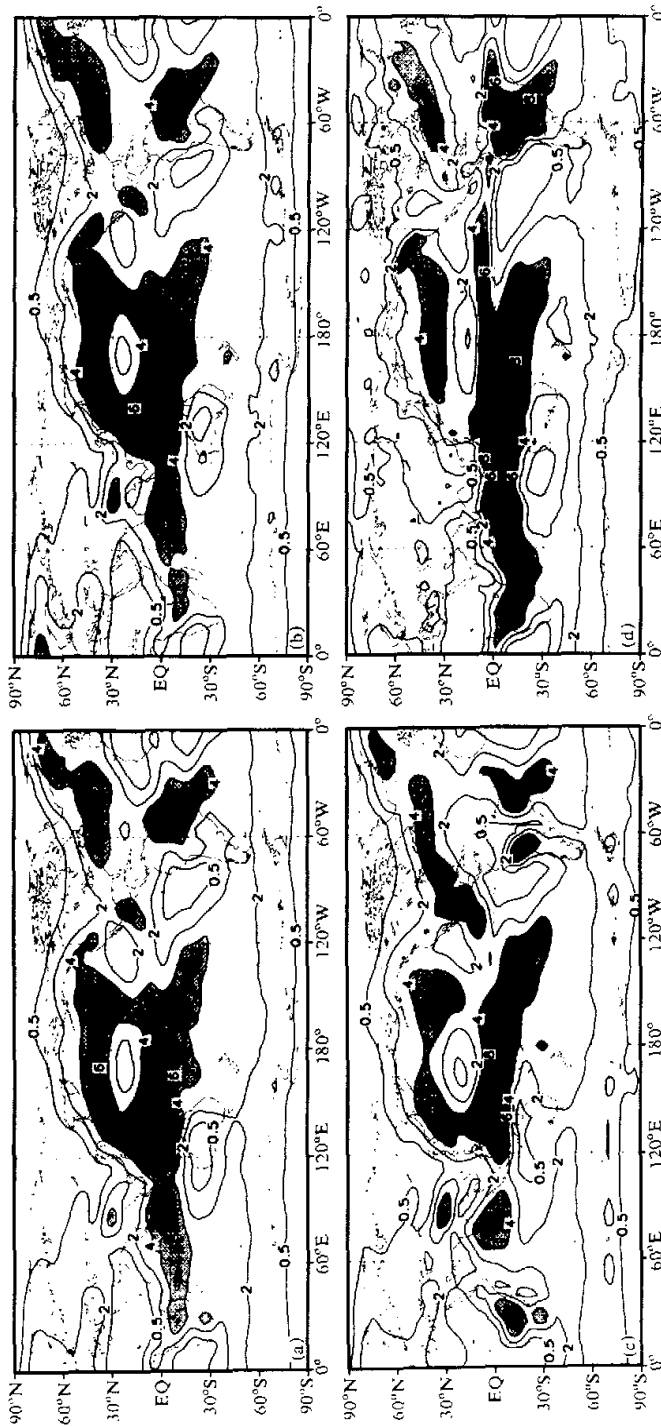


图 5 1 月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 10 年平均的结果,
(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年平均的结果

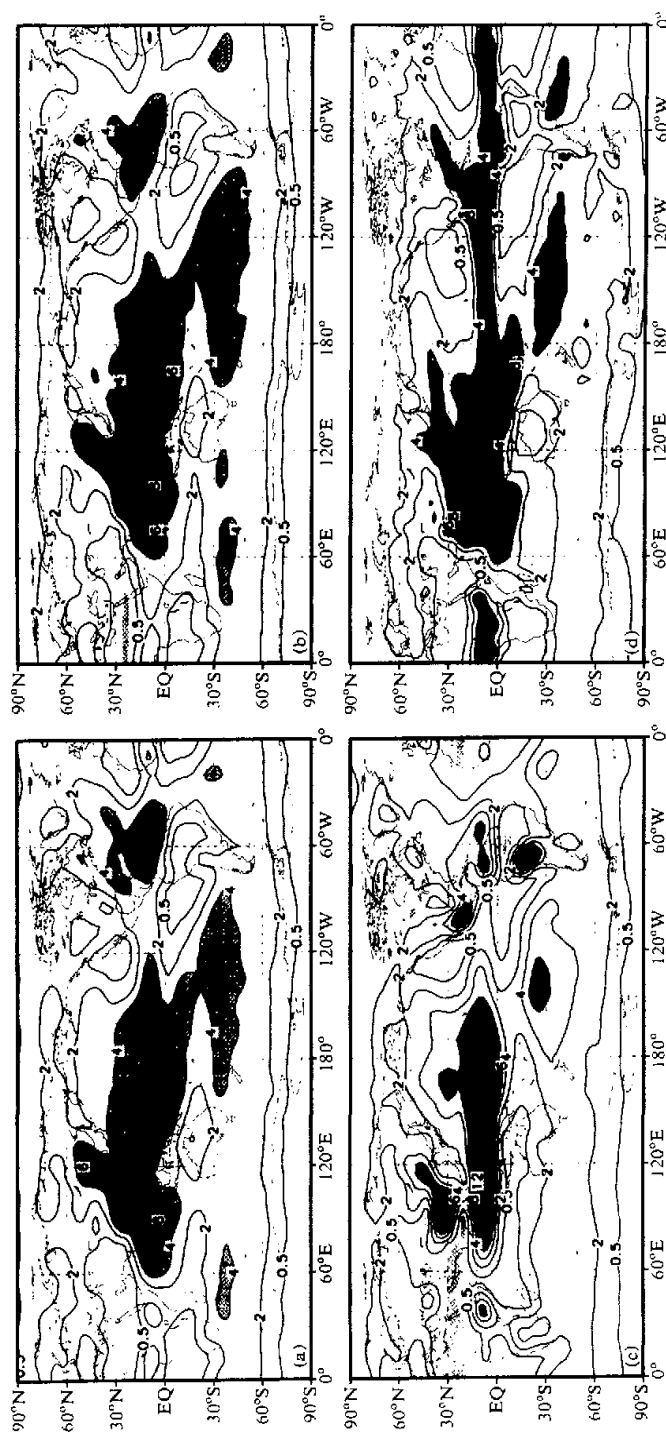


图6 7月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 10 年平均的结果,

(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年平均的结果

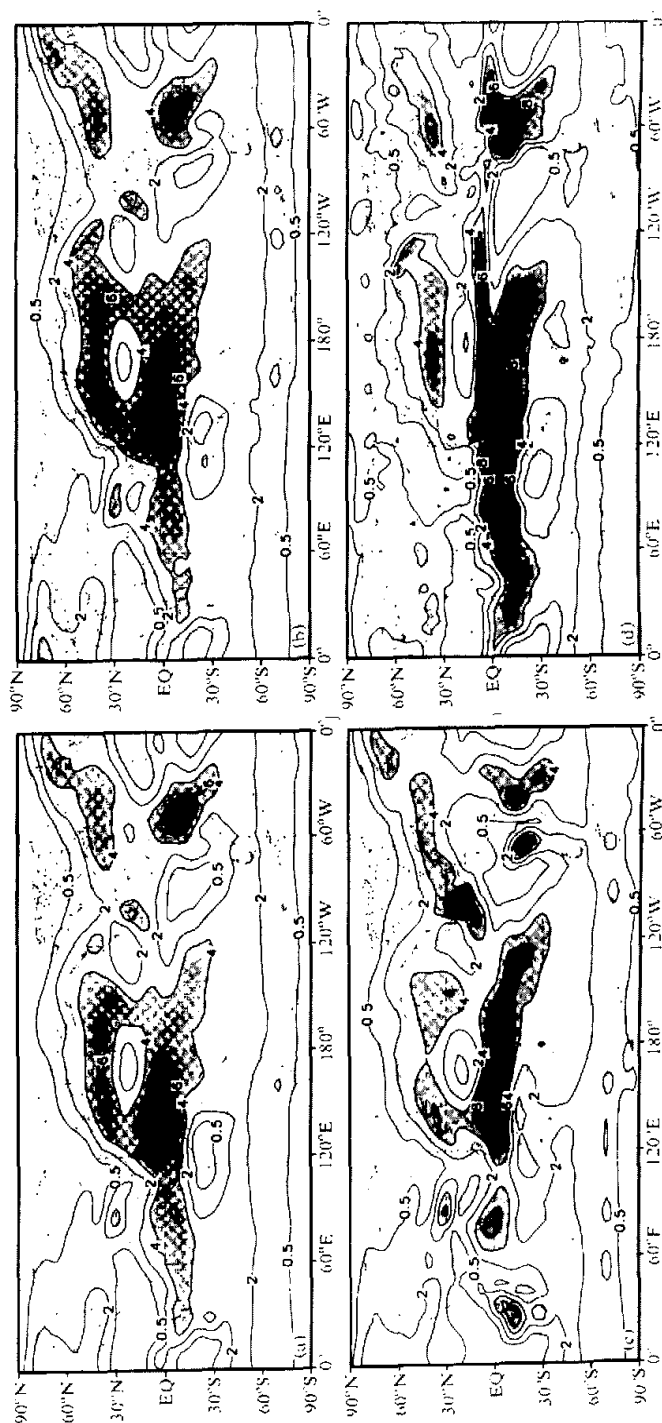


图 7 1 月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 15 年平均的结果.
(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年平均的结果

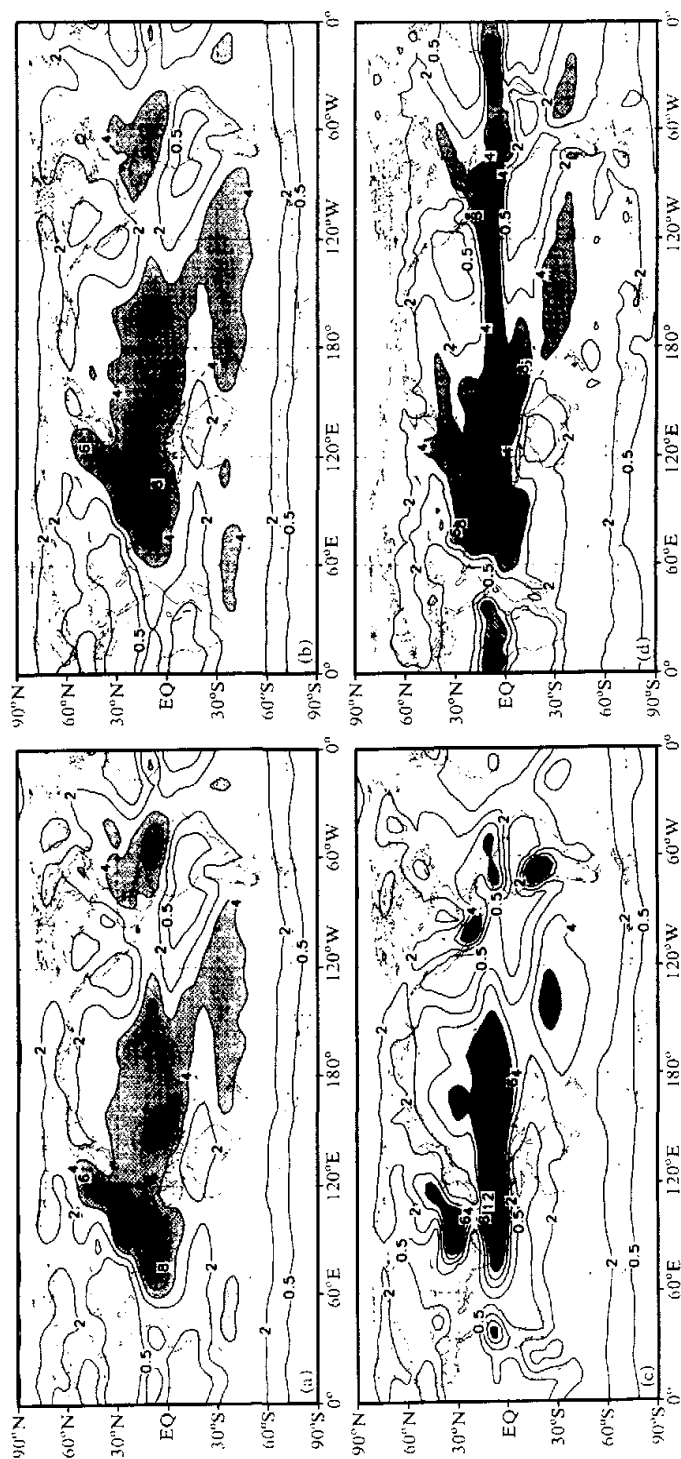


图 8 7 月份降水的比较

(a), (b), (c) 分别是 MPDATA, TSPAS, FCT 方案 15 年平均的结果,

(d) 是 Xie 和 Arkin 再分析资料 19 年平均的结果

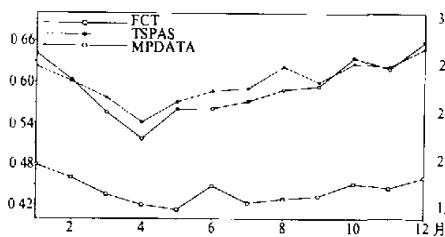


图9 3种方案模拟的3年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料相关系数的比较

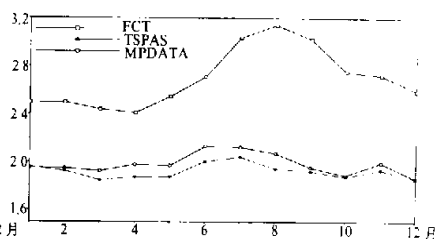


图10 3种方案模拟的3年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料均方根误差的比较

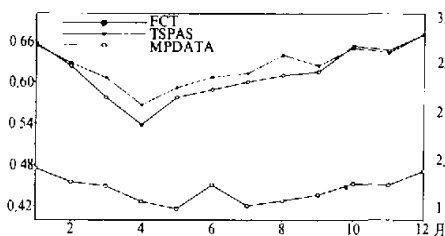


图11 3种方案模拟的5年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料相关系数的比较

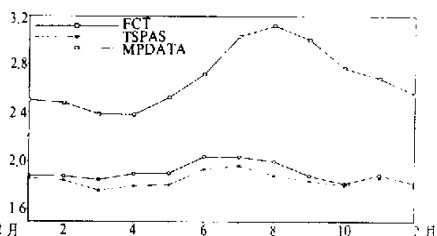


图12 3种方案模拟的5年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料均方根误差的比较

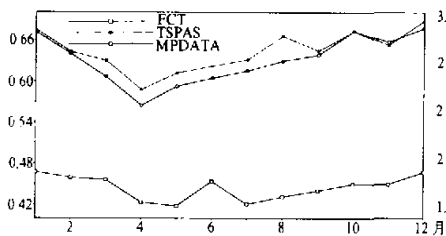


图13 3种方案模拟的10年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料相关系数的比较

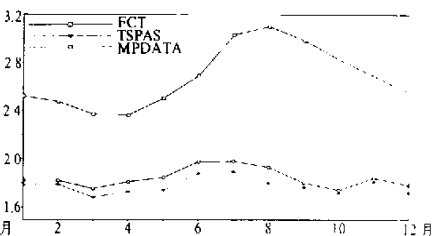


图14 3种方案模拟的10年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料均方根误差的比较

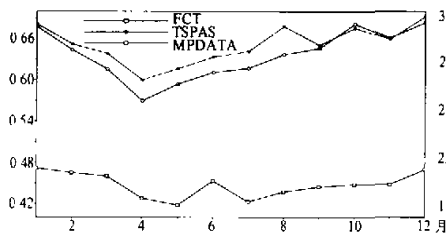


图15 3种方案模拟的15年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料相关系数的比较

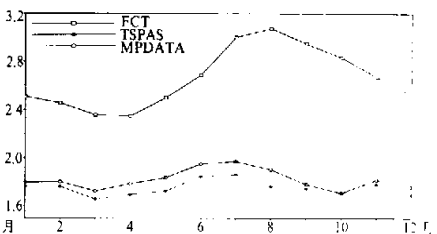


图16 3种方案模拟的15年平均的降水与Xie和Arkin再分析资料均方根误差的比较

表 1 IAP AGCM 中分别用三种方案求解水汽方程的时间比较

	$T_{\text{tot}} / \text{s}$	T_q / s	$P / \%$
MPDATA	362.63	53.99	14.9
TSPAS	297.15	23.58	7.9
FCT	304.68	17.97	5.9

由表 1 可以看出, FCT 方案花在求解水汽方程上的时间最少, 而 MPDATA 方案最多; TSPAS 方案与 MPDATA 方案相比, 模式每积分 1 天, 可以节省约 71 s, 相当于用 MPDATA 方案求解水汽方程时模式积分 1 天需要总时间的 18%。

因此, TSPAS 方案用在 IAP 9L AGCM 中, 性能超过 MPDATA, 同时大大地节省了计算时间。

4 结论

通过在 IAP 9L AGCM 中用 MPDATA、TSPAS、FCT 3 种不同的平流差分方案对水汽方程进行差分求解, 并分别积分 3、5、10 和 15 年, 对模拟降水的气候平均进行分析。结果表明, 不同的水汽方程差分方案对大气环流模式降水的模拟有较大的影响, 在一些主要的降水系统上也有体现, 因此, 针对特定的模式, 构造数值解准确性高、与模式协调性好的降水差分方案具有重大的意义。

由于 TSPAS 方案在 IAP 9L AGCM 中差分求解水汽方程给出了最好的结果, 而且和 IAP 9L AGCM 原来采用的 MPDATA 方案相比, 不仅没有降低模拟效果, 而且大大节省了计算时间(时效是模式运行中一个必须考虑的问题), 由此说明 TSPAS 方案最适合于 IAP 9L AGCM 水汽方程的求解。

参 考 文 献

- 1 Smolarkiewicz, P. K., A Fully multidimensional positive definite advection transport algorithm with small implicit diffusion, *J. Comput. Phys.*, 1984, **54**, 325~362.
- 2 Boris, J. P. and D. L. Book, Flux-corrected transport. I. SHASTA, A fluid transport algorithm that works, *J. Comput. Phys.*, 1973, **11**, 38~69.
- 3 Yu Rucong, A two-step shape-preserving advection scheme, *Adv. Atmos. Sci.*, 1994, **11**, 469~480.
- 4 Smolarkiewicz, P. K. and W. W. Grabowski, The multidimensional positive definite advection transport algorithm: Nonoscillatory option, *J. Comput. Phys.*, 1990, **86**, 355~375.
- 5 Zalesak, S. T., Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids, *J. Comput. Phys.*, 1979, **31**, 335~362.
- 6 Xie, P. and P. A. Arkin, Analyses of global monthly precipitation using gauge observations, satellite estimates and numerical model prediction, *J. Climate*, 1996, **9**, 840~858.

The Sensitivity of Precipitation Simulation to Difference Schemes of Water Vapor Equation in Atmosphere General Circulation Model

Liu Hongtao, Wang Bin, Xue Feng and Yu Rucong

*(State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics,
Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)*

Abstract Three types of difference schemes of water vapor equation are introduced into IAP 9L AGCM which are Multidimensional Positive Definite Advection Transport Algorithm (MPDATA), Flux-Corrected Transport Algorithm (FCT) and Two-Step Shape-Preserving Advection Scheme (TSPAS). The simulated precipitations of 10 years corresponding with them are compared and analyzed. The result shows that the simulation of precipitation in AGCM is influenced by difference schemes of water vapor equation, and a scheme most suitable for the model is chosen from the above three schemes.

Key words: atmosphere general circulation model; water vapor equation; difference scheme