

一种新的正定平流方案及其在水汽预报 方程中的应用*

谢 邵 成

(国家气象局国家气象中心)

提 要

本文在 Smolarkiewicz(1983)^[1]方案的基础上,提出了一种新的正定平流方案。它是无条件计算稳定的,形式简单、物理意义清楚且阻尼小,能够很容易地应用到多维模式中。文中通过一简单的平流试验,与其它几种有名的正定平流方案进行了比较;最后将这种方案应用到国家气象中心细网格有限区域业务预报模式水汽预报方程中,避免了原水汽计算方案产生严重负水汽的问题,并对24 h降水预报场进行分析。

一、引 言

在数值预报模式中,往往需要计算正定量的平流。然而,在物理量分布梯度很大且其值很小的地方,使用二阶或更高精度的有限差分方法,由于截断误差,常常会导致负值的出现及其随时间的虚假增长,这会给数值计算造成许多困难。用一阶精度的“迎风”差分格式,虽然能够保证正定,但这种格式本身具有很强的阻尼性,会使预报系统的强度大大削弱。因此,如何比较好地解决这一问题,是许多气象学者致力研究的一个课题。

解决这一问题的一些数值方法是近十几年才逐渐发展起来的。Boris and Book^[2,3], Book等^[4]首次提出通量修正传输方案(简称FCT——the flux-corrected transport method)使用FCT方案可以保证正定,而且能够有效地处理激波等问题,但把它应用到多维模式中时,计算方案相当复杂且需要额外花费大量的计算时间。

Smolarkiewicz(1983)在FCT思想的基础上发展了一个简单有效的方案。他使用“迎风”差分方案并辅佐一“反扩散”修正。这种方法不仅能保证正定而且具有形式简单、阻尼小及节省计算时间等优点。

本文是在 Smolarkiewicz(1983)方案(下文均简称为S方案)基础上,从半拉格朗日思想出发,应用王宗皓^[5]提出的浮动算法,设计出的一种新的正定平流方案,它将S方案由条件计算稳定改进为无条件计算稳定。

二、一种新的正定平流方案

在不考虑源和汇的情况下,平流方程可以写为:

* 本文于1988年11月15日收到,1989年7月15日收到最后修改稿。

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla P = 0 \quad (1)$$

其中 $P(x, y, z, t)$ 为正定量, $\mathbf{V} = (u, v, \sigma)$ 是风矢量。

为了简单起见和便于与 S 方案相比较,我们先考虑(1)式在一维情形下的方案设计,然后再将其推广到多维空间。

1. 一维正定平流方案的设计

考虑(1)式在一维的情形;

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

对 u 为常数的情况,方程(2)按半拉格朗日的观点有解;

$$P_i^{\tau+1} = P_{i-\lambda}^{\tau} \quad (3)$$

其中 $i = x_i/\Delta x$, $\tau = t/\Delta t$, i, τ 均为整数; $\lambda = \frac{|u|\Delta t}{\Delta x}$ 。

由(3)式,我们可以把求 $P_i^{\tau+1}$ 的问题当成插值问题来处理。显然若用线性内插求出 $P_{i-\lambda}^{\tau}$ 其时间步长 Δt 的选取要受到 $\lambda \leq 1$ 条件限制,为了延长 Δt ,允许 $\lambda > 1$,我们把文献[5]提出的浮动算法思想应用到求解(3)式中。

设 Δt 取的较大,使 $\lambda > 1$

令

$$m = [\lambda] \quad (4)$$

$$\mu = \lambda - m \quad (5)$$

其中 $[\]$ 表示取整数。显然总有

$$0 < \mu = \frac{u'\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (6)$$

成立。其中

$$u' = |u| - \frac{m\Delta x}{\Delta t} \quad (7)$$

在 $u \geq 0$ 时,由(7)式有

$$u = u' + \frac{m\Delta x}{\Delta t} \quad (8)$$

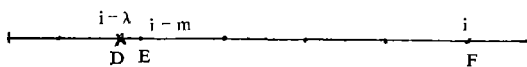


图 1 气块位置示意图

如图 1 所示,对方程(3)而言,在 Δt 内其位移

$$\begin{aligned} DF &= \int_i^{i+\Delta t} u dt = \int_i^{i+\Delta t} \left(u' + \frac{m\Delta x}{\Delta t} \right) dt \\ &= DE + EF \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $DE = \int_i^{i+\Delta t} u' dt$, $EF = \int_i^{i+\Delta t} \frac{m\Delta x}{\Delta t} dt$ 。因为在 Δt 内空气质点沿路径 DF 移动过程中,物理量 P 保持不变,故由(9)式知,解(3)式等价于如下二式:

$$\begin{aligned} P_{i-m}^* &= P_{i-\lambda}^{\tau} \\ &\approx P_{i-m}^{\tau} - \frac{u'_i \Delta t}{\Delta x} (P_{i-m}^{\tau} - P_{i-m-1}^{\tau}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$P_i^{\tau+1} = P_{i-m}^* \quad (11)$$

由于 P_{i-m}^* 为网格点 $i-m$ 上的值,故(11)式为准解。而(10)式因为使用线性插值,具有强的阻尼,因此参考 S 方案,对(10)式作一“反扩散”修正。

对(10)式,令

$$L(P) = \frac{P_{i-m}^* - P_{i-m}^\tau}{\Delta t} + u_i' \frac{P_{i-m}^\tau - P_{i-m-1}^\tau}{\Delta x} \quad (12)$$

将 $P_{i-m}^*, P_{i-m-1}^\tau$ 在点 $(\tau, i-m)$ 处作 Taylor 展式并取二阶近似, 去掉下标 $\tau, i-m$, (12) 式有

$$L(P) \approx \frac{\partial P}{\partial t} + u' \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{2}(u' \Delta x - u'^2 \Delta t) \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (13)$$

因此用 $L(P) + \frac{1}{2}(u' \Delta x - u'^2 \Delta t) \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0$ 来近似方程

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u' \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

具有二阶精度。故可以取

$$L(P) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(A_d \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (14)$$

其中 $A_d = \frac{1}{2}(u' \Delta x - u'^2 \Delta t)$ 。(14)式中右端项即为“反扩散”项。定义“反扩散”速度为

$$\hat{u} = \begin{cases} = \frac{A_d}{P} \frac{\partial P}{\partial x} & \text{当 } P > 0 \text{ 时} \\ = 0 & \text{当 } P = 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (15)$$

则

$$L(P) = -\frac{\partial}{\partial x} (\hat{u} P) \quad (16)$$

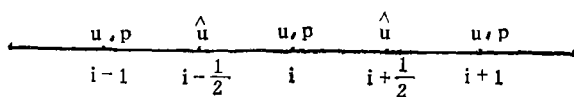


图 2 变量分布

注意, 在上面的讨论中, 由于 Δt 内, u 的时空变化很小, 因此我们假设 u 为常数, 但在实际计算时, 仍把它作为时、空的函数。计算中变量分布如图

2 所示

考虑“反扩散”订正后, 方程(3)最后解为

$$P_{i-m}^* = P_{i-m}^\tau - \frac{u_i' \Delta t}{\Delta x} (P_{i-m}^\tau - P_{i-m-1}^\tau) \quad (17)$$

$$P_{i-m}^{**} = P_{i-m}^* - \{F(P_{i-m}^*, P_{i-m+1}^*, \hat{u}_{i+\frac{1}{2}}) - F(P_{i-m-1}^*, P_{i-m}^*, \hat{u}_{i-\frac{1}{2}})\} \quad (18)$$

$$P_{i-m}^{\tau+1} = P_{i-m}^{**} \quad (19)$$

其中

$$F(P_{i-m}^*, P_{i-m+1}^*, \hat{u}_{i+\frac{1}{2}}) = \left[(\hat{u} + |\hat{u}|)_{i+\frac{1}{2}} P_{i-m}^* + (\hat{u} - |\hat{u}|)_{i+\frac{1}{2}} P_{i-m+1}^* \right] \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \quad (20)$$

$$\hat{u}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{(u'_{i+\frac{1}{2}} \Delta x - u'^2_{i+\frac{1}{2}} \Delta t) (P_{i-m+1}^* - P_{i-m}^*)}{(P_{i-m+1}^* + P_{i-m}^* + \varepsilon) \Delta x} \quad (21)$$

这里 $\varepsilon = 10^{-15}$ 是微量, 以保证 $P_{i-m+1}^* = P_{i-m}^* = 0$ 时, $\hat{u}_{i+\frac{1}{2}} = 0$ 。

对 $u < 0$, 只需将(17), (18), (19) 式中 $i-m$ 变为 $i+m$, (17) 式中 $i-m-1$ 变为 $i+m+1$ 即可。综合 $u \geq 0, u < 0$ 的情形, 可统一写成:

$$P_i' = P_{i+s \cdot m}^r - \frac{u_i' \Delta t}{\Delta x} (P_{i+s \cdot m}^r - P_{i+s \cdot (m+1)}^r) \quad (22)$$

$$P_i^{r+1} = P_i' - \{F(P_i', P_{i+\frac{1}{2}}', \hat{u}_{i+\frac{1}{2}}) - F(P_{i-\frac{1}{2}}', P_i', \hat{u}_{i-\frac{1}{2}})\} \quad (23)$$

其中

$$S \begin{cases} = +1 & \text{当 } u < 0 \\ = -1 & \text{当 } u > 0 \end{cases} \quad (24)$$

$$P_i' = P_{i+s \cdot m}^* \quad (25)$$

2. 方案的稳定性、正定性分析

在方程(22)和(23)中, 如用 u 代替 u' 即成为 S 方案中差分形式的平流方程。S 方案中证明在条件

$$\max_i \left| \frac{u_i \Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad (26)$$

下是计算稳定的且是正定的。而用 u' 代替上式中的 u 后, 由本文定义, (26) 式总是成立的。因此, 本方案在保证正定的情形下实际上是无条件稳定的。这是本方案与 S 方案最主要的不同。

3. 三维空间的情形

对三维平流方程(1)我们有:

$$P_{i,j,k}^{r+1} = P_{i-\lambda_1, j-\lambda_2, k-\lambda_3}^r \quad (27)$$

其中 $\lambda_1 = \frac{|u| \Delta t}{\Delta x}$, $\lambda_2 = \frac{|v| \Delta t}{\Delta y}$, $\lambda_3 = \frac{|z| \Delta t}{\Delta \sigma}$ 。按文献[6]有:

$$P_{i-\lambda_1, j-\lambda_2, k-\lambda_3}^r \approx T_x T_y T_p P_{i,j,k}^r + O(d^{N+1}, \Delta \sigma^{N+1}) \quad (28)$$

其中:

$$d = \Delta x = \Delta y$$

$$T_x = \left(1 - \lambda_1 d \frac{\partial}{\partial x} + \cdots + (-1)^N \frac{1}{N!} \lambda_1^N d^N \frac{\partial^N}{\partial x^N} \right)$$

$$T_y = \left(1 - \lambda_2 d \frac{\partial}{\partial y} + \cdots + (-1)^N \frac{1}{N!} \lambda_2^N d^N \frac{\partial^N}{\partial y^N} \right)$$

$$T_p = \left(1 - \lambda_3 \Delta \sigma \frac{\partial}{\partial \sigma} + \cdots + (-1)^N \frac{1}{N!} \lambda_3^N \Delta \sigma^N \frac{\partial^N}{\partial \sigma^N} \right)$$

从(28)式可见, T_x, T_y, T_p 算子中偏导数的差商不受任何限制, 可以取各种形式, 只要能保证其截断误差不大于 $O(d^N, \Delta \sigma^N)$ 即可。而且(28)式可用做一般插值计算, 在某些情况下, 它和一般的插值公式是等效的。

由(28)式我们可以令

$$P_{i,j,k}^* = P_{i-\lambda_1, j-\lambda_2, k}^r = T_x T_y P_{i,j,k}^r \quad (29)$$

则有

$$P_{i,j,k}^{r+1} = T_p P_{i,j,k}^* \quad (30)$$

这样对三维本流方程(1) 我们可以按(29)和(30) 式依次进行求解。

1) 水平方向

类似一维情形, 我们对(29)式也分二步计算。

(1) 取 $N=1$, 且 T_x, T_y 中偏导数的差商均取“迎风”差分, 这等价于双线性插值;

$$\begin{aligned} P'_{i,j,k} = & (1-\mu_1)(1-\mu_2)P^r_{i+s_1 \cdot m_1, j+s_2 \cdot m_2, k} \\ & + \mu_1(1-\mu_2)P^r_{i+s_1 \cdot (m_1+1), j+s_2 \cdot m_2, k} \\ & + (1-\mu_1)\mu_2 P^r_{i+s_1 \cdot m_1, j+s_2 \cdot (m_2+1), k} \\ & + \mu_1\mu_2 P^r_{i+s_1 \cdot (m_1+1), j+s_2 \cdot (m_2+1), k} \end{aligned} \quad (31)$$

(2) 对上式进行“反扩散”修正

$$\begin{aligned} P^*_{i,j,k} = & P'_{i,j,k} - \{ [F(P'_{i,j}, P'_{i+1,j}, \hat{u}_{i+\frac{1}{2}}) - F(P'_{i-1,j}, P'_{i,j}, \hat{u}_{i-\frac{1}{2}})]_{i,k} \\ & + [F(P'_{i,j}, P'_{i,j+1}, \hat{v}_{j+\frac{1}{2}}) - F(P'_{i,j-1}, P'_{i,j}, \hat{v}_{j-\frac{1}{2}})]_{i,k} \} \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} \begin{cases} m_1 = [\lambda_1] \\ m_2 = [\lambda_2] \end{cases}, \quad \begin{cases} \mu_1 = \lambda_1 - m_1 \\ \mu_2 = \lambda_2 - m_2 \end{cases} \\ s_1 \begin{cases} = +1 & \text{当 } u < 0 \\ = -1 & \text{当 } u > 0 \end{cases}, \quad s_2 \begin{cases} = +1 & \text{当 } v < 0 \\ = -1 & \text{当 } v > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$\hat{v}_{j-\frac{1}{2}}$ 的表达式类似于式(21)。

2) 垂直方向

为简单起见, 我们对垂直方向计算比较粗糙, 仅取“迎风”差分, 没有考虑浮动算法及“反扩散”修正。

对算子 T_p 取 $N=1$, T_p 中的偏导数的差商取“迎风”差分”, 这等价于线性插值公式:

$$\begin{aligned} P^{*+1}_{i,j,k} = & P^*_{i,j,k} - [(\dot{\sigma} + |\dot{\sigma}|)_k (P^*_{i,j,k} - P^*_{i,j,k-1}) \\ & + (\dot{\sigma} - |\dot{\sigma}|)_k (P^*_{i,j,k-1} - P^*_{i,j,k})]_{i,j} \cdot \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma} \end{aligned} \quad (33)$$

对三维方案[(31)、(32)、(33)]而言, 容易证明(31)、(32)式是无条件计算稳定且正定的。而(33)式则必须满足

$$\max \frac{|\dot{\sigma}| \Delta t}{\Delta \sigma} \leq 1 \quad (34)$$

显然在满足(34)式时, 方案[(31)、(32)、(33)]能够保证计算稳定且正定。

实际上, 对大尺度运动而言, 由于 $\dot{\sigma}$ 的量级比较小, 在垂直分层比较粗的情况下, 条件(34)式的约束并不很强。例如北京气象中心有限区域降水模式, 其 $\Delta \sigma = 0.18$, $\dot{\sigma}$ 一般为 $10^{-5}/s$, 故 $\Delta t \leq \frac{\Delta \sigma}{|\dot{\sigma}|} \sim 300 \text{ min}$ 即可保证其计算稳定性。但对中、小尺度强对流系统以及模式垂直分层较细的情况, 条件(34)式的约束会因 $\dot{\sigma}$ 的增加或 $\Delta \sigma$ 的减少而增强, 因此我们须针对不同的模式、不同的情况对垂直方向的计算采用不同的方案, 如我们可以把浮动算法应用到(33)式中, 那么(33)式也将是计算无条件稳定的。

三、一维平流试验

1. 试验方案

为考查本文所提方案的性质,我们采用如下几个方案进行了对比试验。

- (1) 本文所提方案(简称 IPS)
- (2) Smolarkiewicz(1983)^[1]方案(简称 S)
- (3) “迎风”差分方案(简称 UPS)

2. 试验结果分析

在试验中,我们给定物理量的初始分布为:

$$P_{i,j}(0) \begin{cases} = 50 \left(1 + \cos \frac{\pi R}{4 \Delta} \right) & \text{当 } R \leq 4 \Delta \\ = 0 & \text{当 } R > 4 \Delta \end{cases} \quad (35)$$

式中 $P_{i,j}(t)$ 为正定量。 $\Delta = \Delta x = \Delta y$, $R^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2$, $(x_0, y_0) = (9, 17)$, 在点 $(9, 17)$ 上, 初始 $P_{i,j}(0)$ 有最大值 100 (图 3)

试验中, 取恒定风场 $u = 15 \text{ m/s}$, $\Delta x = \Delta y = 190.5 \text{ km}$, 积分区域为 (70×37) 。对方案 S, UPS, 取 $\lambda \approx 0.57$; 而对方案 IPS, 由于它是无条件计算稳定的, 故取 $\lambda \approx 0.57$, $\lambda = 1.14$ 二种情况。注意, 对恒定风场, 在一维情形中, 当 $\lambda \leq 1$ 时, 方案 S 和 IPS 是相同的。

图 4 表示对图 3 的分布在 $t = 96 \text{ h}$ 时的解析解, 各方案计算 96 h 后的结果如图 5 所示。图中右上标出的数字为计算的最大值及其位置。

从图 5 中明显看出, 方案 UPS, S, IPS 都保持了正定。在强度方面, ups 衰减最大, S 和 IPS 经过“反扩散”修正后强度衰减明显减少。从形状上看, UPS, S, IPS 关于等值线中心的对称性保持的都比较好, 但均有不同程度的扩散, 其中 UPS 扩散最严重, 而 IPS 在 $\lambda \approx 1.14$ 时变形最小。此外在位相方面, 这些方案的最大值位置均与解析解一致。

在图 5 中还可以看出, IPS 在 $\lambda > 1$ 时的计算结果最好。这里值得说明的是, 本平流试验是线性平流问题, 而这一结论正是在线性情况下才成立的。对此, McDonald^[7]曾在理论上给予过论证。但对非线性问题, 这一结论能否成立, 尚需进一步论证。

从上述分析中, 我们可以看到, 本方案 IPS 在保持 S 方案优点的基础上, 将其由条件计算稳定改进为无条件计算稳定, 使得其在 $\lambda > 1$ 的情况下, 也能保证计算稳定且正定, 而且计算结果也能令人满意, 因此本方案是处理正定平流问题的一种比较好的方案。

四、IPS 方案在 FLM 水汽预报方程中的应用

FLM 是国家气象中心细网格有限区域业务预报模式的简称。它是五层原始方程模式, 主要用于作国内降水预报。

在 FLM 中对水汽方程的处理采用时间中央差、空间二次守恒格式, 这不是正定格式, 因此会产生负水汽。表 1 是我们用国家气象中心 1987 年 7 月 9 日 00 时的客观分析资料计算出的 FLM 产生负水汽的情况。

从表 1 可见, FLM 确实出现了比较严重的负水汽, 尤其在下面二层。FLM 对出现负

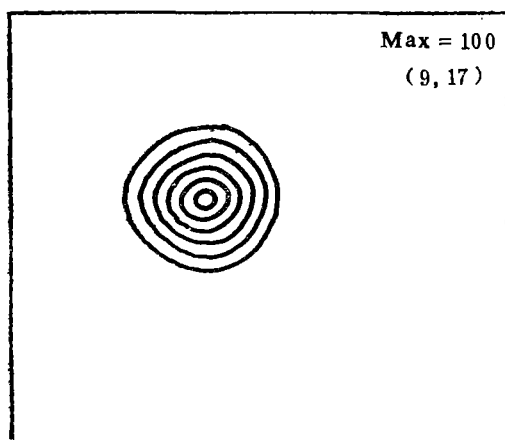


图 3 初始分布
(等值线由外到内分别为 1, 5, 20, 40, 60, 80)

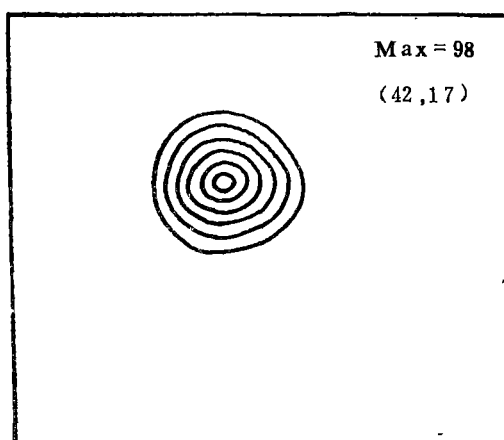
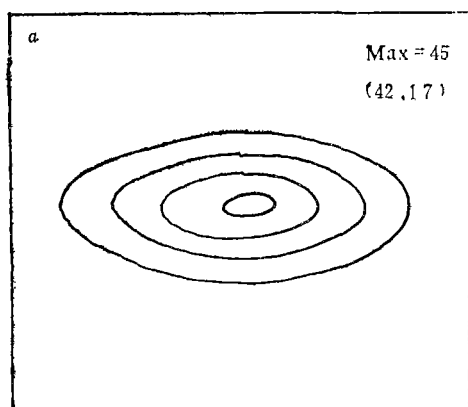
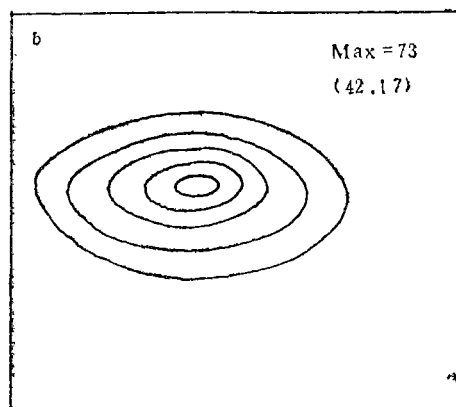


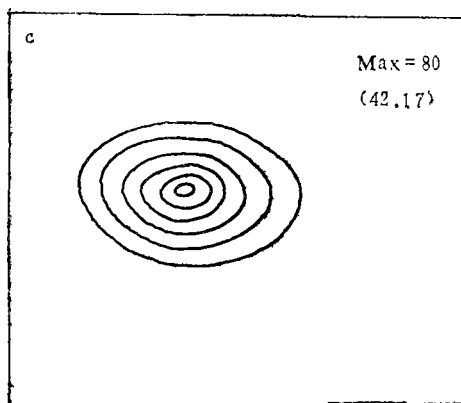
图 4 在 $t = 96$ h 时的解析解
(等值线由外到内分别为 1, 5, 20, 40, 60, 80)



a UPS($\lambda = 0.57$)



b S, IPS($\lambda \approx 0.57$)



c IPS($\lambda \approx 1.14$)

图 5 各方案积分到 96 h 的结果
(等值线由外到内分别为 1, 5, 20, 40, 60, 80)

表 1 FLM产生负水汽情况(单位 1×10^{-4})

各层水汽 比湿	最早出现负值			12 小 时		24 小 时		36 小 时	
	时 刻	个 数	数 值	个 数	数 值	个 数	数 值	个 数	数 值
Q6	6 h	1	-1.0	4	-12.3	7	-8.3	10	-17.3
Q8	6 h	3	-5.7	14	-23.8	20	-31.5	31	-33.1
Q0	7.5 h	5	-6.3	8	-28.2	23	-45.3	29	-58.4

水汽的地方采用赋零的办法处理,这既无物理意义,又会引起总水汽质量的增加。为此,我们将本文所提方案 IPS 应用到 FLM 水汽方程中,以避免负水汽的出现,使水汽计算更为合理。在计算中,对 FLM 其它预报方程及所考虑的物理过程未做任何修改。

FLM 水汽预报方程为

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -m \left(u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} \right) - \sigma \frac{\partial q}{\partial \sigma} + D_q + \delta_q \tag{36}$$

其中 q 为比湿, m 是地图放大系数, D_q 表示水汽水平扩散项, δ_q 为水汽的源或汇。在 FLM 中水汽只在下三层中计算。

只要相应地做一些变动,我们可以很容易地将 IPS 方案在三维的情形[(31)、(32)、(33)]应用到水解(36)式中。我们将这种方案简称为 FLMA。

在 FLMA 中,其水汽方程的计算稳定性判据现变为

$$\max_k \frac{|\dot{\sigma}|_k \Delta t}{\Delta \sigma} \leq 1$$

从第二节的讨论中,知该约束并不很强,因此为利用本方案计算稳定性好的特点,以便节省计算时间和减少过多插值所造成的插值误差,我们在 FLMA 中对水汽方程取时间步长为 22.5 min,其它预报方程的时间步长与原方案一样,均为 4.5 min。这并不影响降水计算,因为在原方案中其大尺度凝结和对流降水也是 22.5 min 计算一次的。

在 FLMA 中,没有考虑水汽的水平扩散。边界条件仍与 FLM 一样,采用固定边界条件。

在试验中,我们所用的初始资料仍是国家气象中心 1987 年 7 月 9 日 00 时客观分析资料。从 7 月 9 日 00 时到 10 日 00 时,24 h 内我国华北中、南部和四川盆地出现了大范围降水,暴雨中心分别位于山东济南(107 mm/24 h)和四川成都(130 mm/24 h)(图 6)

图 7、图 8 分别表示 FLM 和 FLMA 计算的 24 h 降水预报图。与实况相比,华北中、南部降水基本上预报出来,但雨区的范围偏大,降水中心强度偏低(FLM 为 30 mm/24 h, FLMA 为 40 mm/24 h),位置偏北。四川盆地的降水,FLM 和 FLMA 都没有预报出来,但在青藏高原的东南部,这二种方案都存在一些虚假的降水中心。

比较图 7、图 8,可以看到,FLMA 预报的主要降水中心清楚,整个预报场比较光滑,小的“噪音”极少,其最大降水强度比 FLM 所预报的多 10 mm/24 h,这一结果还是比较令人满意的。

图 9 是 FLM 去掉水汽水平扩散后 24 h 降水预报图。其预报最大降水中心强度为 49 mm/24 h 超过了 FLMA 方案,但随之也带来了大量的“噪音”并出现许多不规则的、虚假

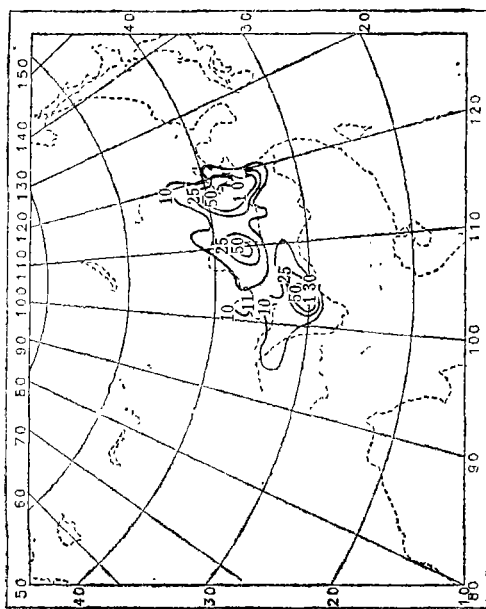


图 6 1987 年 7 月 9 日—10 日 00 时 24 h 降水实况(单位: mm)

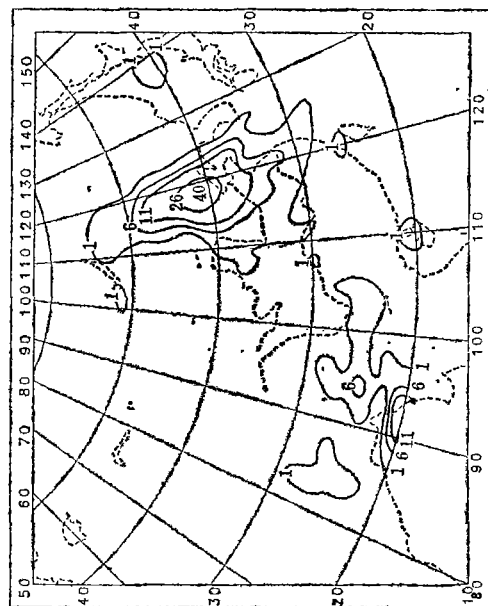


图 8 FLMA 24 h 降水预报场(单位: mm)

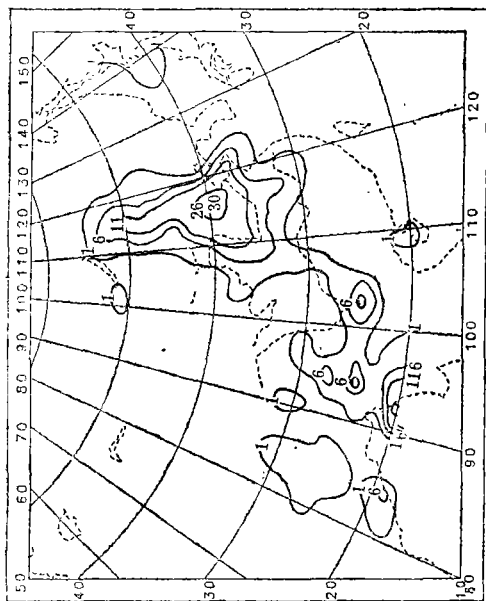


图 7 FLM 24 h 降水预报场(单位: mm)

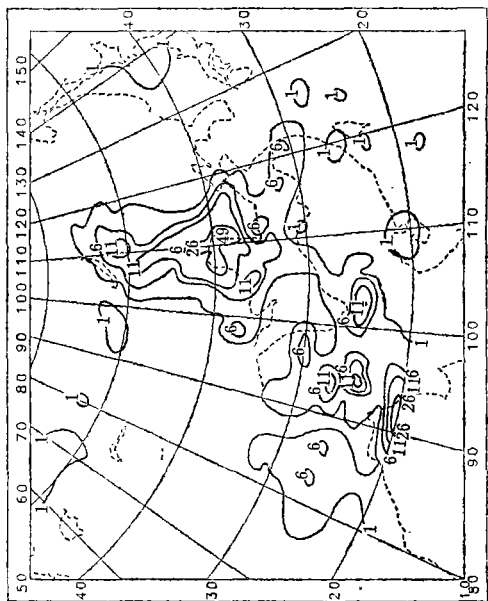


图 9 FLM 去掉水汽平扩散后 24 h 降水预报场(单位: mm)

的降水中心,因此在 FLM 中加入水汽水平扩散是必要的,但这又会使其降水强度大大降低。因此,如何妥善地解决这一问题,使用 FLMA 方案也许是一种比较好的方法。

方案 FLM 和 FLMA 在 IBM-4381 计算机上积分 24 h 所需 cpu 时间分别为 14' 25'' 和 14' 29''。

五、结 论

从第二节的理论分析及第三、四节的数值试验结果来看,本文所提出的这种正定平流方案是无条件计算稳定的,它形式简单,物理意义清楚,能够很容易地应用到多维模式中。从计算稳定性、计算精度、计算花费以及应用的灵活性来看,它都优于其它的正定平流方案。该方案在应用到 FLM 水汽预报方程中时,克服了原方案出现严重负水汽的问题,使模式中水汽计算更加合理,并且对 24 h 降水预报场也有一定的改善。

参 考 文 献

- [1] Smolarkiewicz, P. K., A simple positive definite advection scheme with small implicit diffusion, *Mon. Wea. Rev.*, 111, 479—486, 1983.
- [2] Boris, J. P., and D. L. Book, Flux-corrected transport, I: SHASTA, a fluid transport algorithm that works, *J. Comput. Phys.*, 11, 38—69, 1973.
- [3] Boris, J. P., and D. L. Book, Flux-corrected transport III: Minimal error FCT algorithms, *J. Comput. Phys.*, 20, 397—431, 1976.
- [4] Book, D. L., J. P. Boris and K. Hain, Flux-corrected transport II: Generalizations of the method, *J. Comput. Phys.*, 18, 248—283, 1975.
- [5] 王宗皓, 若干显式差分格式的浮动算法 (Courant-Friedrichs-Lewy 稳定条件的灵活应用), *科学探索*, 1, 11—24, 1981.
- [6] 廖洞贤、陆维松, 适于数值天气预报的分解平流格式, *气象科学*, 第 1, 2 期, 1—12, 1982.
- [7] McDonald, A., Accuracy of multiply-upstream, Semi-Lagrangian advective schemes, *Mon. Wea. Rev.*, 112, 1267—1275, 1984.

A NEW POSITIVE DEFINITE ADVECTION SCHEME AND THE APPLICATION OF IT TO THE MOISTURE EQUATION

Xie Shao cheng

(National Meteorological Center, State Meteorological Administration)

Abstract

Based on the Smolarkiewicz's scheme (1983), this paper proposes a new positively definite advection scheme which has a unconditional stability, simple form, small implicit diffusion and clear physical sense. It can be easily applied to the multidimensional model. In this paper author compares the present scheme and some other known positive definite scheme by using a analytic test. Finally, the scheme is applied to the moisture equation in the FLM (the fine-mesh limited regional model of National Meteorological Center) and the result of the experiment indicates that the new scheme can avoid the problem of spurious generation of negative moisture and improve the 24-hour forecasting precipitation field.