

MATLAB 在海底管线阴极保护电场计算中的应用

胡 舸, 向 斌, 张胜涛

(重庆大学 化学化工学院, 重庆 400044)

摘要:海洋钢结构阴极保护电场的数值模拟仿真和计算是当前海洋腐蚀、阴极保护研究和工程实践中一个重要的研究方向。研究海底管线的腐蚀状态就必须准确测定管线表面的电位分布,而实际测量中深海管线表面电位分布难以直接测量。构建了海水中钢管线的阴极保护数学模型,采用以边界元法为基础的数值计算方法,利用 Matlab 开发了均匀电解质中电位分布的计算软件,实测中通过对腐蚀电场海水区域环境电场的测量,就可实现不接触测量管线表面电位的目的。最后通过海洋实测验证了计算结果的可靠性,证明了基于 Matlab 的数值仿真计算引入阴极保护设计中是行之有效的。

关键词:海底管线; Matlab; 边界元; 数值计算

中图分类号: TQ015.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-3096(2007)12-0034-04

在海洋环境下传输油气的金属管线腐蚀远比陆地上要严重,而且一旦发生腐蚀破坏,维修极为困难,后果不堪设想。海底管线腐蚀电场电位分布,对准确获取海底管线的腐蚀状态和牺牲阳极是否处于正常的工作状态信息都有重要的意义。但是实际测量中被保护管线表面及腐蚀介质中电位难以一一测量,导致监测数据不够全面,很难真实地反映管线的实际状态。本研究的目的是针对牺牲阳极保护下的海底管线,以数值计算方法为基础,开发海底管线腐蚀电场分布电位的计算软件,通过对腐蚀电场海水区域内电位差测量,可反演计算管线表面电位,从而获得管线腐蚀情况。

在数值计算领域中,最初得以成功应用的有限差分法^[1]及有限元法^[2],为实现阴极保护的现代设计方法提供了理论上的可能途径。但是,由于有限元法的固有缺陷,很难在对应于海洋结构物等大型复杂空间问题以及无限域问题上得到有效应用。而后来发展的边界元法能够精确地对应均匀电解质中的阴极保护问题^[3],分块边界元技术能够圆满解决非均匀电解质中的阴极保护问题^[3,4],极大地推动了以数值模拟计算为基础的现代阴极保护设计方法的发展^[5~7]。

边界元方法在计算过程中有大量的矩阵运算,若采用 Fortran、C++ 等其他高级语言开发,编程的工作量极大,大量的时间消耗在程序设计中而不是花在实际问题的算法研究中,Matlab 具有强大的数值计算和图像处理能力,以矩阵和向量为基本数据单

位,非常适合边界元计算程序的设计,可以大大提高编程效率。

1 阴极保护电场计算模型

1.1 原理

海底管线阴极保护系统中牺牲阳极与海水和金属管线构成回路,当海底管线上的保护层出现老化破损或失效时,牺牲阳极通过管线周围海水向管体表面提供保护电流。从而,在管线周围的海泥及海水环境中形成非均匀电场。通常,海底管线阴极保护电场可由 3 个要素来描述:(1) 管线周围环境中的电场状态;(2) 管线表面上保护电位分布;(3) 发自牺牲阳极的保护电流强度。

根据腐蚀电场的边界条件,应用边界元理论,可计算出电场内部和管线表面电位分布。如果针对不同海水环境中的极化特性进行系列数值模拟仿真计算,就可以建立一个完备的“环境电场——管线电位分布数据库”。因此,在海底管线腐蚀检测中只需测量海底管线附近环境中的电位,测量结果经反演计算就可以获得管线表面电位分布和保护电流强度,从而知道

收稿日期:2007-05-20; 修回日期:2007-07-30

基金项目:国家 863 计划项目(2004AA602210)

作者简介:胡 舸(1975-),男,重庆人,硕士,讲师,主要从事电化学测试技术研究,E-mail:huge@cqu.edu.cn

管线的腐蚀状态以及牺牲阳极的工作状态。

1.2 模型构建

针对阴极保护的特点,对模型进行了必要的简化,提出如下假设:(1) 电解质为均匀介质;(2) 电位场为稳态场;(3) 模型区域内遵循欧姆定律;(4) 模型区域内电解质中任一点处静电荷为零。综合以上假设和边界条件,构造海水中钢结构的阴极保护数学模型如图 1 所示。

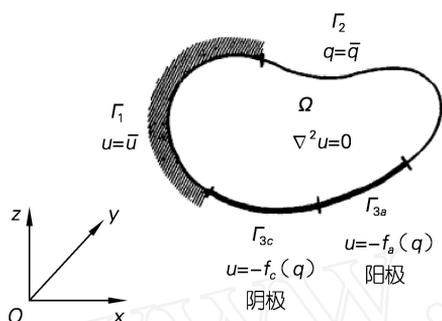


图 1 阴极保护区域模型

Fig.1 Model of cathodic protection region

图 1 所示包含均匀电解质的区域,满足 Laplace 方程以及如下边界条件:

$$\nabla^2 u = 0 \quad (1)$$

$$u = \bar{u}, \text{ 在 } \Gamma_1 \text{ 上}$$

$$q = \bar{q}, \text{ 在 } \Gamma_2 \text{ 上}$$

$$q_a = f_a(u), \text{ 在 } \Gamma_{3a} \text{ 上}$$

$$q_c = f_c(u), \text{ 在 } \Gamma_{3c} \text{ 上}$$

其中 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_{3a} + \Gamma_{3c}$ 是包含电解质区域的整个边界。 q 为穿过边界的电流密度, u 是电位; \bar{u} 和 \bar{q} 分别为电位和电流密度给定的已知常数。 $f_a(u)$ 和 $f_c(u)$ 分别为描述阳极和阴极表面极化特性的关系式。

1.3 计算推导

边界元法是在经典积分方程的基础上,吸收有限元法的离散技术而发展起来的计算方法。作者根据积分定理,将区域内的微分方程转换成边界上的积分方程,然后将边界分割成有限大小的边界单元。通过把边界积分方程离散成代数方程,就把求解微分方程的问题转换成求解节点未知量的代数方程的问题。边界元法计算的关键有两个:一个是问题的边界化,就是将给定腐蚀电场区域上的定解问题化为

只考虑边界量的问题。即通过加权余量法得到边界积分方程。第二个是腐蚀电场问题的离散化,即将边界积分方程化为代数方程组。

可以证明:方程(1)与边界积分方程(2)等价。

$$\frac{1}{2} u^j = u^* q d - u \frac{\partial u^*}{\partial n} d \quad (2)$$

其中 u 表示电场电位; q 表示电流密度。

为求解边界积分方程,将边界分为 n 个边界单元, i, j 为任意两个单元。则方程(2)可以写为(3)。设边界节点的电位矢量 U 和电位法向导数值矢量 Q 分别为:

$$\frac{1}{2} u^i + \sum_{j=1}^n u^* q d = \sum_{j=1}^n u \frac{\partial u^*}{\partial n} d \quad (3)$$

$$U = (u_1, u_2, u_3 \dots u_n)^T$$

$$Q = (q_1, q_2, q_3 \dots q_n)^T$$

方程(3)中沿单元 j 积分,代入方程(3)得到方程(4),其中 H_{ij} 等于单元 j 的 h_{11} 项加上单元 $j-1$ 的 h_{21} 项, G_{ij} 与此类似。

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} q_j \quad (4)$$

则用矩阵形式表示边界积分方程的离散方程为:

$$HU = GQ \quad (5)$$

其中

$$H = \begin{bmatrix} \hat{h}_{11} + \frac{1}{2} & \hat{h}_{11} & \dots & \hat{h}_{1N} \\ \hat{h}_{21} & \hat{h}_{22} + \frac{1}{2} & \dots & \hat{h}_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{h}_{N1} & \hat{h}_{N2} & \dots & \hat{h}_{NN} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1N} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N1} & g_{N2} & \dots & g_{NN} \end{bmatrix}$$

把方程(5)所有包含有未知量的项移到方程的左边,而将已知的项放在方程的右边,方程(5)可写为:

$$AX = B \quad (6)$$

(6) 式中, X 是未知量 u 和 q 组成的列向量, A 是未知量前面的系数矩阵,矩阵 A 是一个非稀疏的非对称的矩阵。求解此方程组即可得知 u 和 q 在整个边界上的值。

对于区域内的电位值的求解方法为:

$$u_i = \sum_{j=1}^N q_j g_{ij} - \sum_{j=1}^N u_j h_{ij} \quad (7)$$

2 腐蚀电场电位分布计算方法

2.1 计算模型说明

模拟对象:海底管线阴极保护系统的腐蚀电场分布

简化边界:海底管线(裸钢)、阳极、海水边界区域——构成二维平面区域

物理量:组成边界各要素的电位和电流密度

已知影响因素:金属管线和铝阳极在海水中的极化曲线;海水的电导率 k

求解目标:边界区域上的电位分布,二维平面区域内的电位分布

2.2 计算流程

计算流程见图 2。

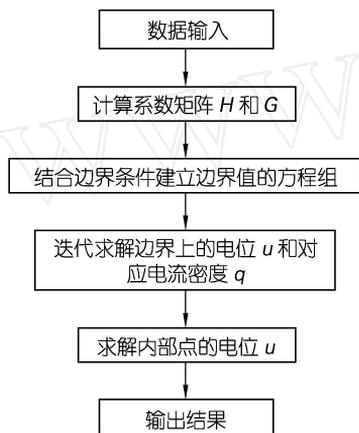


图 2 计算流程

Fig. 2 Calculation flowchart

详细计算流程如下:

(1) 将海底管线 + 牺牲阳极 + 海水构成的边界区域离散化,离散为一定数量的边界节点。建立二维坐标系,获得边界节点的坐标。

(2) 边界离散为一定数量的域内节点,获得域内节点的坐标。

(3) 建立二维平面的边界元的离散方程: $HU = GQ$ 。

(4) 采用高斯解析积分公式精确计算系数矩阵 H 和 G ,处理拐角问题。

(5) 确定已知边界条件:海水边界上 $q=0$,海底管线上 $q_c = f_c(u)$,牺牲阳极上 $q_a = f_a(u)$ 。

(6) 将已知海底管线和铝阳极在海水中的极化曲线分段线性化。

(7) 采用迭代解法,按泰勒展开式获得迭代方程,流程图如图 3 所示。

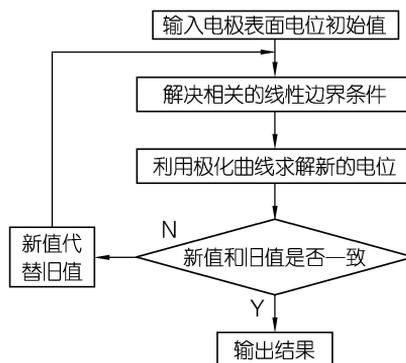


图 3 迭代求解流程

Fig. 3 Iteration flowchart

(8) 代入海底管线和牺牲阳极上的初始电位,求解 $AX = B$ 形式的线性方程组,算出所有边界节点的电位。

(9) 根据求得的边界节点的电位,算出二维平面区域内节点的电位。

(10) 通过插值计算获得二维平面区域内的电位分布,以此为基础建立数据库。

(11) 根据实际测得的电位差和偏移管线的距离,通过数据库可以反演对应管线上的电位,从而得到管线的腐蚀情况。

3 数值实例验证

在实海中,放入 1 m 长裸钢管,钢管两头加上长 0.1 m 的铝阳极。海水电导率 $K = 0.42 / (\cdot \cdot \text{m})$,采用 Matlab 开发的模拟海底管道电位分布的计算软件,计算整个区域的电位,计算结果如图 4 所示。

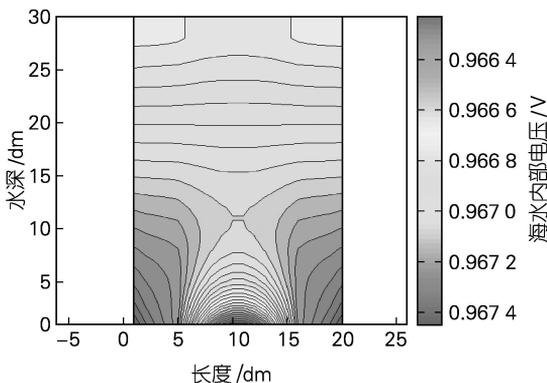


图 4 整个区域的电位等势图

Fig. 4 Potential contour of the whole area

实海测量的模拟管线表面电位和采用计算机反演计算的管线表面电位如图 5 所示。

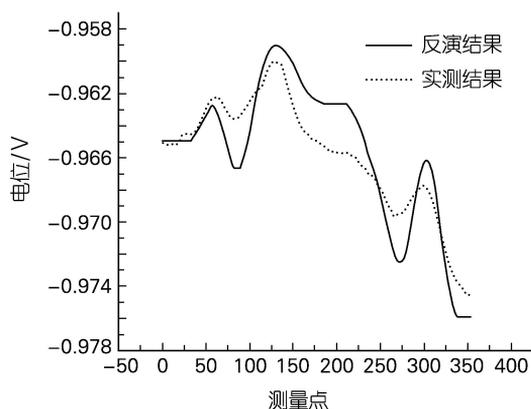


图5 管线表面电位反演对照

Fig. 5 Inversion potential of pipeline surface

从以上实例可以看出,误差控制在 ± 10 mV 以内,采用边界元方法模拟计算海底管线阴极保护电位分布场,可以计算出海底管线表面及周围腐蚀介质中任一点的电位和电流分布情况,不仅准确度高,而且效率高。

4 结论

根据边界元方法对腐蚀电场仿真模型进行了推导和计算,应用 Matlab 开发出阴极保护下腐蚀电场仿真求解软件,可以准确计算对应均匀电解质中的电位分布,克服了实际测量或经验估算法的固有缺陷。并且通过算例进行了验证,计算结果与实验结果吻合得比较好,和理论分析基本一致。说明该计算程

序用于计算安装有牺牲阳极的海底管线腐蚀电场分布电位具有普适性。为实现海不接触测量海底管线表面电位奠定了基础。

阴极保护系统数值仿真的精确度最主要的影响因素就是阴极和阳极的极化曲线。通过实验获取大量极化曲线数据,建立金属材料在各种电解质中的极化曲线数据库,是边界元阴极保护仿真走向工程应用的一个重要的发展方向,也是今后应该加强研究的重点。

参考文献:

- [1] Doig P, Flewitt P E J. A finite difference numerical analysis of galvanic corrosion [J]. *Electrochem Soc*, 1979, **126**(12): 2 057-2 063.
- [2] Roe S, Arild R. Computerized techniques applied in design of offshore cathodic protection systems [J]. *Materials Performance*, 1981, **40**(4): 15-20.
- [3] Brebbia C A, Wu Jike. Engineer Used the Boundary Unit Law [M]. Beijing: Scientific Press, 1986. 20-90.
- [4] Santiago J, Telles J, On boundary elements for simulation of cathodic protection systems with dynamic polarization curves[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1997, **40**(2): 2 611-2 627.
- [5] Mitiadou P, Wrobel L C. Optimization of cathodic protection systems using boundary elements and genetic algorithms[J]. *Corrosion*, 2002, **58**(11): 912-921.
- [6] Wrobel L C, Mitiadou P. Genetic algorithms for inverse cathodic protection problems[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2004, **28**(1): 267-277.

An application of Matlab to calculating the cathodic protection potential of ocean pipelines

HU Ge, XIANG Bin, ZHANG Sheng-tao

(College Chemistry & Chemical Engineering Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Received: May, 20, 2007

Key words: offshore pipeline; Matlab; boundary element; numerical calculation

Abstract: Numerical simulation and calculation of ocean pipeline's cathodic protection field is an important research direction of marine corrosion, cathodic protection and engineering practice. Researching the submarine pipeline corrosion on the pipeline must be based on accurate measurements of the potential distribution of the surface. In actual measurement, it is difficult to directly measure the surface potential of deep-sea pipelines. This paper establishes a mathematical model of ocean pipeline's cathodic protection field. Matlab is used to calculate the electric potential distribution of the corrosion based on the boundary element method. By measuring the environmental field, the pipeline surface potential measurement can be realized without contacting the pipelines. Finally, the experimental results verify the reliability of this method, and Matlab simulation of cathodic protection design is a proven and effective method.

(本文编辑:张培新)