

卢玉林,薄景山,陈晓冉.瑞典圆弧法水平条分模型的误差分析[J].地震工程学报,2017,39(3):0496-0501.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.03.0496

LU Yu-lin, BO Jing-shan, CHEN Xiao-ran. Error Analysis of a Horizontal Slice Model Using the Swedish Arc Method[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, 39(3): 0496-0501. doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.03.0496

## 瑞典圆弧法水平条分模型的误差分析<sup>①</sup>

卢玉林<sup>1,2</sup>, 薄景山<sup>1,2</sup>, 陈晓冉<sup>3</sup>

(1. 防灾科技学院 防灾工程系, 北京 101601;

2. 中国地震局工程力学研究所/中国地震局地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080;

3. 中国兵器工业北方勘察设计研究院有限公司, 河北 石家庄 050011)

**摘要:**根据瑞典条分法忽略条间力的假设,建立3类边坡破坏模式的计算模型,以水平土条划分为依据得到积分形式下的边坡稳定性解析式。与5个算例对比表明,水平条分的积分解形式简单,计算的稳定性系数偏小,与Bishop法最大偏差不超过13%,说明水平条分可获得较为安全的稳定性系数。水平条分法结果偏小主要原因在于没有考虑条间力,土条只满足力矩的平衡,而不能保证力的平衡。水平土条周身力与竖直土条不同,重力产生的下滑力与抗力到圆心的距离不同,因此在不满足力平衡的基础上会放大下滑力矩,导致整体稳定性系数偏小,由此可知水平条分法是稳定性系数的下限解。水平条分法的优势在于计算区间少,对竖向划分层次多的土体适用,因此在评价边坡稳定性方面仍具有实用价值。

**关键词:**边坡稳定性;瑞典圆弧法;水平条分;误差分析

中图分类号: TU457

文献标志码:A

文章编号: 1000-0844(2017)03-0496-06

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.03.0496

## Error Analysis of a Horizontal Slice Model Using the Swedish Arc Method

LU Yu-lin<sup>1,2</sup>, BO Jing-shan<sup>1,2</sup>, CHEN Xiao-ran<sup>3</sup>

(1. Department of Disaster Prevention Engineering, Institute of Disaster Prevention, Beijing 101601, China;

2. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics,

China Earthquake Administration, Harbin 150080, Heilongjiang, China;

3. China North Industries Norenguo Ltd, Shijiazhuang 050011, Hebei, China)

**Abstract:** Slope stability is an important research field, and the Swedish arc method is a traditional calculation method used in soil engineering. In this study, three calculation models of slope failure were constructed based on the assumption of the non-existence of inter-slice force. Then, the analytical formula of slope stability was obtained by dividing the horizontal soil slice using the integral form. Upon comparing the results of the five examples, we find that the solution of the horizontal integral form was less complex and that the slope stability factor was lower, unlike others, but the maximum error was not more than 13% compared with the Bishop method. These findings indicate that the horizontal slice model can obtain a relatively safe stability factor

① 收稿日期:2016-04-25

基金项目:廊坊市科学技术研究自筹经费项目(2016011057);河北省教育厅高等学校科学技术研究项目(ZC2016150);中央高校基本科研业务费专项资金项目(ZY20150203)

作者简介:卢玉林(1983—),男,博士研究生,讲师,从事岩土边坡稳定性的研究。E-mail:yllu@cidp.edu.cn。

compared with other methods. Furthermore, the inter-slice force can be used to simplify the calculation. The stability factor was also smaller, because the moment was balanced but not the force in the soil slice. In the horizontal slice model, the distances of the arm were not the same between the sliding forces produced by gravity and resistance, thus leading to an error in the slope stability analysis. Then, the sliding moment is amplified, finally leading to a smaller stability factor, which can be calculated by the horizontal slice method with integral form in the lower bound. However, in the vertical slice model, the calculation of the stability factor can be simplified as the ratio of sliding force to resistance. Such a failure to consider the arm, however, can lead to minor errors. For both the horizontal and the vertical slice model, the calculation of the common points was simplified by not considering the inter-slice force. As long as the geometric and boundary conditions are clear, then the analytical solution of the stability factor can be obtained. The main advantage of the horizontal slice method with integral form is that the calculation interval is smaller and it can be applied to multi-layer soils than the vertical slice method. Therefore, the proposed method has significance in evaluating the slope stability and can also provide a new idea to calculate the complex slope in the field of practical engineering.

**Key words:** slope stability; Swedish method; horizontal slice model; error analysis

## 0 引言

黏土边坡稳定性分析从条分法发展至今已有百年历史,条分的主要依据是划分竖向土条微元,通过极限平衡找到边坡的整体稳定性系数<sup>[1-3]</sup>。圆弧的破裂面是条分法中典型的剪切滑动假设的结果,并认为最初土的条间力不存在。从 Fellenius 法开始,后续的研究人员都在完善条间力的假设,目的是提高竖向土条的计算精度<sup>[4-6]</sup>。

竖向土条一直受到多数学者的青睐,虽然计算的可靠性随着方法的改进而逐步加强,但在计算方面仍存在一些问题,如成层土分布的边坡、含地下水的边坡、坡面变化复杂的边坡等,计算时常因土层物理属性的变化而导致计算分区过多,不利于程序化计算。而水平土条的划分可以在一定程度上解决竖向区间过多的问题,特别是在成层土的分布中只需按照不同土层划分即可,对于含有稳定地下水的边坡同样可以采用类似的方法<sup>[7-8]</sup>。无论是竖向土条还是水平土条,计算的本质都是圆弧滑动,在不考虑条间力存在时,都可以用瑞典圆弧法的理论进行分析,但显然水平条分和竖向条分因条间力的存在会与真实结果有误差,误差大小究竟有多大以及误差的来源还应做重点讨论。

基于上述问题的考虑,文中以瑞典条分理论为基础,首先采用数学方法用积分的形式代替传统的条分计算方法,从数学角度提高水平土条划分的计算精度。其次,建立 3 类边坡典型破坏模式的水平条分计算模型,即坡脚圆、坡面圆和坡底圆,利用极

限平衡法得到边坡的整体稳定性系数。最后,通过算例分析 2 种条分的误差成因及大小,并给出水平条分法的适用范围。

## 1 典型边坡破坏模式

黏土边坡的破坏以剪切变形为主,当滑动面的抗力不足以抵抗下滑力时,边坡就会失稳。在圆弧法的计算中,采用对圆弧中心取矩的方式进行计算,即抗力矩与下滑力矩之比就是边坡的整体稳定性系数。黏土坡以圆弧破裂面的剪出口位置为基点,将边坡破坏划分为坡脚圆、坡面圆和坡底圆 3 类,如图 1 所示。其中,边坡高度为  $h$ ,坡角为  $\beta$ ,土的重度为  $\gamma$ ,黏聚力为  $c$ ,内摩擦角为  $\varphi$ ,滑动面的圆心坐标为  $O(a, b)$ , $a$ 、 $b$  分别为  $x$ 、 $y$  图示坐标系方向的坐标值,圆弧半径为  $r$ ,圆弧滑面长度为  $l$ ,顶部剪出口距坡面的宽度为  $b$ 。图中阴影部分表示条分法中水平土条选取的计算微元,对土条产生的下滑力矩用  $dM$  表示,抗力距中抗滑力为  $dT'$ ,滑动面的法向反力为  $dN$ ,水平条分的圆弧为  $ds$ 。计算模型如图 2 所示。3 类圆弧破坏模型的本质是相同的,但剪出口位置不同,因此产生的圆弧半径与圆心坐标的关系有所不同。具体区分的依据为,如果半径  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,此时圆弧滑动面为坡脚圆,即剪出口位于坡脚。如果半径  $r < \sqrt{a^2 + b^2}$ ,则圆弧滑动面为坡面圆,即剪出口位于坡面。如果半径  $r > \sqrt{a^2 + b^2}$ ,则圆弧滑动面为坡底圆,即剪出口位于坡脚外侧的地平线某处<sup>[7]</sup>。

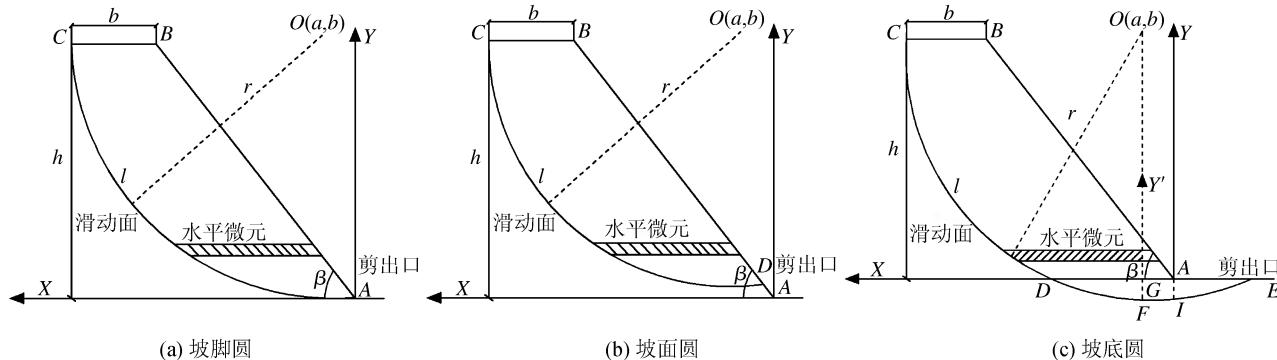


图 1 边坡破坏模式

Fig.1 Slope failure model

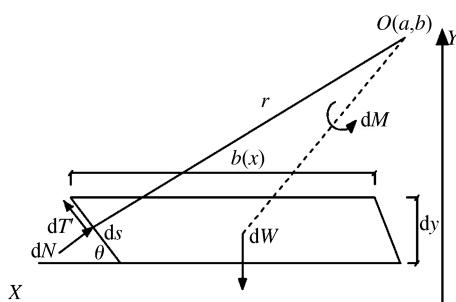


图 2 水平条分计算模型

Fig.2 Calculation model of horizontal slice

## 2.3 类边坡破坏模式的水平条分法

### 2.1 坡脚圆和坡面圆的稳定性系数计算

3类边坡破坏模式中坡脚圆和坡面圆的滑动面未穿过地平线以下土体,因此简化的方式是相同的,滑体都是由坡面和圆弧面所围区域组成。参考图2所示的水平条分微元模型,其中将坡面和圆弧滑动面用数学方程的形式表述为

$$\begin{cases} x_1 = \frac{y}{\tan \beta} \\ x_2 = a + \sqrt{r^2 - (y - b)^2} \end{cases} \quad (1)$$

$$F = \frac{r \left( \int_{s=AC} c ds + \int_0^h \tan \varphi dw \cos \theta \right)}{\int_{s=AC} dM} = \frac{r \left[ \int_0^h c \frac{r}{\sqrt{r^2 - (y - b)^2}} dy + \int_0^h \tan \varphi \gamma (x_2 - x_1) \frac{b - y}{r} dy \right]}{\int_0^h \gamma (x_2 - x_1) \left( \frac{x_1 + x_2}{2} - a \right) dy} =$$

$$\frac{\gamma \tan \varphi \left\{ \frac{2h^3 - 3bh^2}{6 \tan \beta} + \frac{1}{3} [r^2 - (h - b)^2]^{\frac{3}{2}} + \frac{a}{2} [b^2 - (h - b)^2] - \frac{1}{3} (r^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} \right\} + cr^2 \left( \arcsin \frac{b}{r} + \arcsin \frac{h - b}{r} \right)}{\gamma \left\{ \frac{3a \tan \beta h^2 - h^3}{6 \tan^2 \beta} + \frac{h(r^2 - a^2)}{2} - \left[ \frac{(h - b)^3 + b^3}{6} \right] \right\}} \quad (3)$$

式(3)中,当采用坡面圆计算时,只需将坡高  $h$  替换成坡面底部剪出口到坡顶的距离即可,其余参数表达与坡脚圆参数意义相同。

其中:重力微元  $dw = \gamma b(x) dy$ ; 滑动力矩微元  $dM = \left( \frac{x_1 + x_2}{2} - a \right) dw$ ; 抗滑力矩微元  $dM' = r dT' = (c ds + \tan \varphi dN) r$ 。

如图2所示,水平土条的圆弧弧长  $ds$  与水平线夹角为  $\theta$ ,弧长  $ds$  和圆心坐标及圆弧半径的关系为

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{b - y}{r} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{r^2 - (y - b)^2}}{r} \\ ds = \frac{r}{\sqrt{r^2 - (y - b)^2}} dy \\ b(x) = x_2 - x_1 \end{cases}$$

因此,根据极限平衡理论可知黏土边坡的稳定性系数就可以表示为抗滑力矩与下滑力矩之比,即

$$F = \frac{M_{\text{抗}}}{M_{\text{滑}}} \quad (2)$$

按照摩尔库伦屈服准则计算抗滑力矩,与重力产生的下滑力矩之比便是稳定性系数,由此得到坡脚圆和坡面圆的整体稳定性系数为

### 2.2 坡底圆的稳定性系数计算

坡底圆与坡脚圆和坡面圆的主要区别在于圆弧半径的取值,此外坡底圆的圆弧破裂面已冲切至

地平线以下,滑体将由圆弧面、坡面和一部分地平线组成,因此计算时需补充地平线以下的滑体各部分力学指标。主要附加滑体指标包括图1(c)中地下的EIFD所围成的弓形区域。为方便计算,在图1(c)中建立附加参考坐标系Y',此时EIFD段的下滑力矩可通过Y'的参考系进行计算。通过分析可知Y'轴是地平线与EIFD圆弧围成的地下滑体的纵向对称轴,所以这部分滑体由重力引起的下滑

力矩大小关于Y'轴对称,即代数和为零。由此可知下滑力矩的计算与坡脚圆和坡面圆的下滑力矩是完全一样的,表达式应相同,因此计算时只需在抗滑力矩中进行地下滑体的附加力矩计算即可。附加力矩包含黏聚力和法向反力产生的抗滑力矩,积分区域为 $(b-r, 0)$ ,因此仿照式(2)极限平衡法中的抗力矩与下滑力矩之比得到坡底圆的整体稳定性系数为

$$\begin{aligned}
 F = & \frac{r \left( \int_{s=DC} c ds + \int_{s=EIFD} 2c ds + \int_0^h \tan\varphi dw \cos\theta + \int_{b-r}^0 2\tan\varphi dw \cos\theta \right)}{\int_{s=DC} dM} = \\
 & \frac{r \left[ \int_0^h c \frac{r}{\sqrt{r^2 - (y-b)^2}} dy + \int_{b-r}^0 2c \frac{r}{\sqrt{r^2 - (y-b)^2}} dy + \int_0^h \tan\varphi \gamma(x_2 - x_1) \frac{b-y}{r} dy + \int_{b-r}^0 2\tan\varphi \gamma(x_2 - x_1) \frac{b-y}{r} dy \right]}{\int_0^h \gamma(x_2 - x_1) \left( \frac{x_1 + x_2}{2} - a \right) dy} = \\
 & \frac{\gamma \tan\varphi \left\{ \frac{2h^3 - 3bh^2}{6\tan\beta} + \frac{1}{3} [r^2 - (h-b)^2]^{\frac{3}{2}} + \frac{a}{2} [b^2 - (h-b)^2] + \frac{1}{3} (r^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} \right\} + cr^2 \left( \arcsin \frac{h-b}{r} - \arcsin \frac{b}{r} + \pi \right)}{\gamma \left\{ \frac{3a \tan\beta h^2 - h^3}{6 \tan^2 \beta} + \frac{h(r^2 - a^2)}{2} - \left[ \frac{(h-b)^3 + b^3}{6} \right] \right\}}
 \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)和式(3)就是不同破坏模式下的边坡稳定性系数计算公式,二者都为显式表达形式。公式中除含坡体自身的几何、物理参数外,主要还包括圆弧半径和圆弧坐标等,通过简单的圆弧搜索法便可确定相关参数。不难看出,2个公式的特点是参数明确、表达简单,通过数据编程便可计算得到,无需迭代实现。

### 2.3 算例验证

算例1,文献[9]提供的匀质黏土边坡,坡高 $h=6$  m,坡角 $\beta=60^\circ$ ,重度 $\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>,黏聚力 $c=20$  kPa,内摩擦角 $\varphi=22^\circ$ 。瑞典圆弧法计算的圆弧坐标和圆弧半径分别为 $O(-3, 10)$ 和 $r=10.44$  m。

算例2,文献[10]中的边坡坡高 $h=20$  m,重度

$\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>,黏聚力 $c=10$  kPa,摩擦系数 $\tan\varphi=1/3$ 。圆心坐标 $O(30, 43.69)$ 和半径 $r=53$  m。

算例3,文献[11]某匀质土坡高 $h=6.5$  m,坡脚至坡顶水平距离4.6 m。坡体土天然重度 $\gamma=1$  kN/m<sup>3</sup>,黏聚力 $c=32$  kPa,内摩擦角 $\varphi=23^\circ$ 。圆弧坐标和圆弧半径分别为 $O(-0.44, 8.21)$ 和 $r=8.22$  m。

采用水平条分法计算,根据3个算例的圆心坐标与圆弧半径的关系得出3个算例均为坡脚圆破坏,因此将边坡几何、物理参数带入式(3)得到整体稳定性系数,与文献结果对比如表1所列。结果显示最大相对误差为11.29%,3个算例的平均误差为7.54%,但可以看出水平条分计算的结果要偏小,因此评价稳定性更偏于安全。

表1 计算结果对比(以坡脚圆破坏为例)

Table 1 Results comparison (Take the failure of toe slope circle as an example)

算例	坐标 $a$ /m	坐标 $b$ /m	半径 $r$ /m	文献方法	水平条分法	误差大小/%
算例1	-3	10	10.44	1.56	1.48	5.12
算例2	30	43.69	53	1.77	1.57	11.29
算例3	-0.44	8.21	8.22	2.09	1.96	6.22

算例1~3均为坡脚圆破坏,以算例4~5中的坡底圆破坏为例进行稳定性系数验算。

算例4,文献[5]中匀质黏土边坡,坡高 $h=30$  m,坡比0.5,重度 $\gamma=18.4$  kN/m<sup>3</sup>,黏聚力 $c=$

25 kPa,内摩擦角 $\varphi=22^\circ$ 。圆弧坐标和圆弧半径分别为 $O(18, 66)$ 和 $r=85$  m。

算例5,文献[4]中某匀质边坡,坡高 $h=50$  m,重度 $\gamma=19.62$  kN/m<sup>3</sup>,黏聚力 $c=58.86$  kPa,摩擦系数

$\tan\varphi=0.2$ 。改变边坡的角度,不同坡角对应的圆弧半径和圆弧坐标不同,分别取出坡比为1:2.25、1:2.5、1:2.75、1:3、1:3.25等5组边坡参数进行计算对比,如表2所列。可以看出,水平条分法在坡底圆的计算中也是偏小的,平均误差为8.04%。

### 3 水平条分法的误差分析

通过算例1~5可以发现,无论边坡属哪种破坏模式,采用水平土条积分的结果要比瑞典法和Bishop法小,最大误差近13%。产生误差的根源主要在于条间力的省略,忽略条间力的后果就是土条只满足力矩的平衡而不满足力的平衡,而水平土条与竖

直土条不同,其周身力特别是滑面抗力与重力产生的下滑力的力臂不同,造成下滑力矩偏大,使稳定性系数的最终结果偏小。土条间忽略条间力是一种传统的计算方法,特点就是计算简单,而力矩对条间力的敏感程度没有力明显,因此滑动土体可以在土条间没有滑动的情况下发生转动,放大了下滑力矩,这也是极限平衡法本身的一种局限。如图3所示,竖直土条两侧周身各力可简化至重心,法向条间力为 $X_i$ 和 $X_i + \Delta X_i$ ,切向条间力为 $Y_i$ 和 $Y_i + \Delta Y_i$ 。土条宽度取值很小的情况下,底部由重力产生的下滑力到圆心的距离与抗力到圆心的距离相等,即力臂相同,则计算时可简化为滑力与抗滑力之比。

表2 计算结果对比(以坡底圆破坏为例)

Table 2 Results comparison (Take the failure of bottom slope circle as an example)

算例	坐标 $a/m$	坐标 $b/m$	半径 $r/m$	边坡稳定性系数 $F$		误差大小/%
				简化 Bishop 法	水平条分法	
算例 4	18	66	85	2.081	1.932	7.16
	34.77	110.51	117.75	1.102	1.044	5.26
	40.38	115.76	125.81	1.169	1.026	12.23
算例 5	47.74	119.38	134.84	1.245	1.171	5.94
	53.09	128.99	143.96	1.300	1.134	12.75
	59.20	134.72	152.13	1.365	1.298	4.91

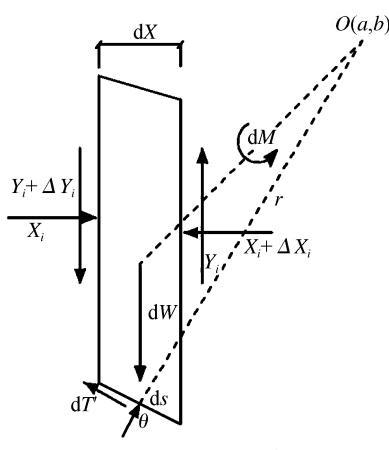


图3 竖直土条

Fig.3 Vertical slice

水平土条的法向条间力为 $Y_i$ 和 $Y_i + \Delta Y_i$ ,切向条间力为 $X$ 和 $X_i + \Delta X_i$ ,如图4所示。因为土条间距 $dy$ 非常小,所以土条两侧的条间力合力近似在一个位置,对圆心O点的力矩显然是一样的,即条间力对力矩的影响不明显。然而下滑力到圆心距离与抗力到圆心距离不相同,造成下滑力矩偏大。瑞典圆弧法中土条用抗力距与下滑力矩之比作为稳定性系数是一种简化,显然对不存在条间力的土条,其上各力很难满足力多边形矢量是封闭的条件,即土条上的力不平衡。引入条间力的土条会改善作用力之

间的协调关系,尽可能满足力的平衡关系,这也是后来Bishop、Janbu以及Morgenster price等先后扩展条间力计算的原因。

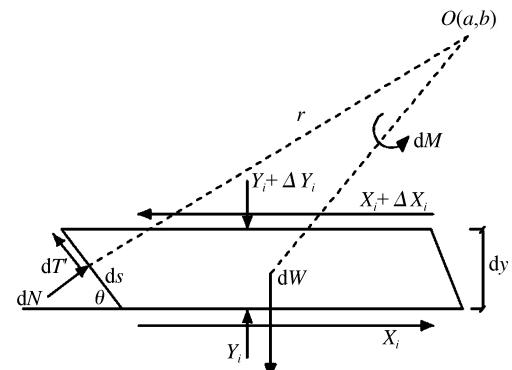


图4 水平土条

Fig.4 Horizontal slice

虽然水平条分法的稳定性系数偏小,但是该方法适用于竖向土层参数多的土体,从而可以简化计算量。文中给予了3种典型边坡破坏的稳定性系数解析式,其显式解的特点可以通过简单编程便可获得稳定性评价。在边坡支护设计时,通常要采取一定的安全冗余防止边坡失稳,在以安全为主的背景下,水平条分法计算的稳定性系数是偏于保守的,有利于工程人员从最不利角度设计支护措施,最大程

度保障边坡的安全。《建筑边坡工程技术规范》(2013)<sup>[12]</sup>指出,一般工况下二级边坡的稳定安全系数需达到1.30。按照边坡稳定状态的划分,只有大于1.30的边坡才能稳定,在1.05~1.30范围内的边坡只能称为基本稳定,可见边坡的安全储备至少要预留30%以上。对地质条件复杂或破坏后果严重的边坡,其稳定性安全系数还应有所提高,这都是基于安全的考虑。因此无论水平条分法自身的计算便捷还是偏保守的稳定性系数都对评价边坡的安全性具有实用价值。

## 4 结论

在瑞典圆弧法假设的基础上,选取水平土条、利用数学积分的形式完成3类边坡圆弧破坏的稳定性系数计算,与5个算例对比得到如下结论:

(1) 不考虑条间力的情况下,水平条分的结果要小,其显式解的格式有利于程序计算,对边坡的稳定性评价也偏于保守。

(2) 与其他方法相比,水平条分结果偏小的原因在于滑面底部抗力与下滑力对圆心的力臂不同,而竖直条分最终可简化为抗力与下滑力之比。水平土条对合力而言受条间力的影响明显,很难满足力平衡的矢量封闭条件,放大了下滑力的作用,从而得到较小的稳定性系数。

(3) 水平条分的优势在于积分解形式的简单,可以利用水平土条的特点对竖向土层结构进行划分,避免竖向积分区间多、计算过程繁复的难点。

## 参考文献(References)

- [1] 陈仲颐,周景星,王洪瑾.土力学[M].第三版.北京:清华大学出版社,1994.  
CHEN Zhong-yi, ZHOU Jing-xing, WANG Hong-jin. Soil Mechanics[M]. Third Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 1994. (in Chinese)
- [2] 张彦君,年廷凯,郑路,等.地震与水压力耦合作用下岩质边坡倾覆解析方法[J].地震工程学报,2015,37(2):428-433,438.  
ZHANG Yan-jun, NIAN Ting-kai, ZHENG Lu et al. Analytical Method for the Overturning Stability of a Rock Slope under the Coupling Action of Earthquakes and Water Press[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2015, 37(2): 428-433, 438. (in Chinese)
- [3] 蒋斌松,吕爱钟,蔡美峰.纯黏土边坡的稳定性计算[J].工程力学,2003,20(5):204-208.  
JIANG Bin-song, LV Ai-zhong, CAI Mei-feng. Analysis of Stability for Cohesive Soil Slopes [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(5): 204-208. (in Chinese)
- [4] 蒋斌松,康伟.边坡稳定性中BISHOP法的解析计算[J].中国矿业大学学报,2008,37(3):287-290.  
JIANG Bin-song, KANG Wei. Analytical Formulation of Bishop's Method for Calculating Slope Stability[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2008, 37(3): 287-290. (in Chinese)
- [5] 朱大勇,邓建辉,台佳佳.简化Bishop法严格性的论证[J].岩石力学与工程学报,2007,26(3):455-458.  
ZHU Da-yong, DENG Jian-hui, TAI Jia-jia. Theoretical Verification of Rigorous Nature of Simplified Bishop Method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 455-458. (in Chinese)
- [6] 戴自航,沈蒲生.土坡稳定分析简化Bishop法的数值解[J].岩土力学,2002,23(6):760-764.  
DAI Zi-hang, SHEN Pu-sheng. Numerical Solution of Simplified Bishop Method for Stability Analysis of Soil Slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(6): 760-764. (in Chinese)
- [7] 陈昌富,杨宇.边坡稳定性分析水平条分法及其进化计算[J].湖南大学学报:自然科学版,2004,31(3):72-75.  
CHEN Chang-fu, YANG Yu. Horizontal Slice Method of Slope Stability Analysis Based on Evolutionary Algorithm[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2004, 31(3): 72-75. (in Chinese)
- [8] 陶丽娜,周小平,柴贺军.用于边坡稳定分析的改进通用条分法[J].土木建筑与环境工程,2014,36(1):106-113.  
TAO Li-na, ZHOU Xiao-ping, CHAI He-jun. Improved General Limit Equilibrium Method for Slope Stability Analysis[J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2014, 36(1): 106-113. (in Chinese)
- [9] 刘永户.均质粘性土坡稳定分析的理论解析法[J].陕西工学院学报,1997,13(3):70-72.  
LIU Yong-hu. The Theoretical Analysis of Slope Stability of Homogeneous Clay[J]. Journal of Shanxi Institute of Technology, 1997, 13(3): 70-72. (in Chinese)
- [10] 杨庚宇,赵少飞.土坡稳定分析中条分法的解析解[J].力学与实践,1995,17(2):59-61.  
YANG Geng-yu, ZHAO Shao-fei. Analytical Solution of the Slice Method for Soil Slope Stability[J]. Mechanics in Engineering, 1995, 17(2): 59-61. (in Chinese)
- [11] 李同录,邓宏科,李萍,等.搜索简单土坡潜在滑动面的一种新方法[J].长安大学学报:地球科学版,2003,25(3):56-59.  
LI Tong-lu, DENG Hong-ke, LI Ping et al. A New Method for Quick Searching Potential Sliding Surface of the Simple Earth Slope[J]. Journal of Chang'an University: Earth Science Edition, 2003, 25(3): 56-59. (in Chinese)
- [12] 建筑边坡工程技术规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2013.  
Technical Code for Building Slope Engineering[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2013. (in Chinese)