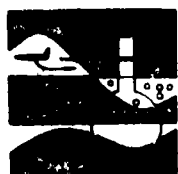


# 对“硫化矿床上自然电位的电化学机制”一文的商榷

中南矿冶学院地质系 仇勇海



勘探与化探

M. Sato和H.M. Mooney发表的“硫化矿床上自然电位的电化机制”<sup>[1]</sup>一文,是讨论自电理论的一篇有影响的论著。其主要内容包括:1.根据 $O_2/H_2O_2$ 与 $Fe(OH)_3/FeCO_3, Fe_2O_3/Fe_3O_4$ 热力学平衡方程式,确定了风化环境与深部环境的 $Eh-pH$ 范围;2.根据 $Cu^{2+}, S/CuS, Cu(OH)_2, S/CuS$ 与 $Ag/Ag_2S$ 等热力学平衡方程式,确定了硫化矿物稳定区的上、下限;3.给出了黄铁矿等矿物在自然电场法中最大有效电位差值;4.认为金属硫化矿体在自然电场机理的研究中只起到传导电流的惰性介质作用。笔者认为文章的有些论点值得商榷,现分别讨论如下。

## 环境的 $Eh-pH$ 范围

图1是Sato和Mooney<sup>[1]</sup>所确定的环境的 $Eh-pH$ 范围。

实测坑道壁和钻孔中渗漏水或其他天然水的 $Eh$ 值是在 $P_{O_2} = 0.21$ 大气压条件下进行的。在图1a中任选三点: A (4.5, 0.56), B (6.0, 0.37)和C (8.0, 0.35), 根据 $O_2/H_2O_2$ 电对热力学平衡式求得该三点的过氧化氢活度分别为0.043 M, 0.145 M, 0.044 M。实际上水溶液中过氧化氢能否稳定存在并达到上述数量级,是确定电对 $O_2/H_2O_2$ 的热力学平衡式是否有地质意义的关键。

水溶液中的游离氧,在矿体阴极得到电子,其还原反应式为:



$$Eh = 1.229 - 0.0591 pH + 0.0148 \log P_{O_2}$$

这是一复杂的四电子反应,一般分两步完成:

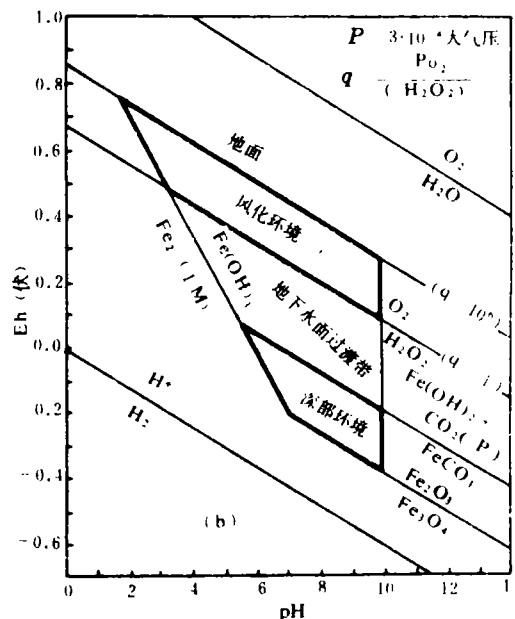
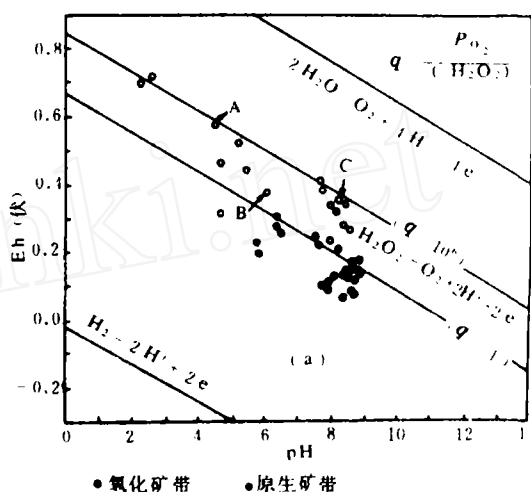
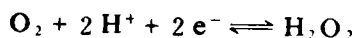


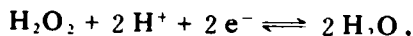
图1  $Eh-pH$ 范围(引自文献

[1]中的图3和图4)

(a) 某矿床天然水的 $Eh$ 和 $pH$ 值; (b) 氧化带, 还原带理论的 $Eh-pH$ 值条件



$$\text{Eh} = 0.682 - 0.0591 \text{pH} + 0.0295 \log \frac{P_{\text{O}_2}}{a_{\text{H}_2\text{O}_2}} \quad (\text{m})$$



$$\text{Eh} = 1.776 - 0.0591 \text{pH} + 0.0295 \log a_{\text{H}_2\text{O}_2} \quad (\text{n})$$

假设  $P_{\text{O}_2} = 0.21$  大气压, 当  $a_{\text{H}_2\text{O}_2} = 10^{-18.88}$  M 时, 上述 (a), (m), (n) 三条平衡线重合, 与文献<sup>[1, 2]</sup>指出的“ $\text{H}_2\text{O}_2$  的平衡浓度大概只有  $10^{-18}$  M”基本一致; 当  $a_{\text{H}_2\text{O}_2} > 10^{-18.88}$  M 时, 电对  $\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$  中的  $\text{H}_2\text{O}_2$  是强氧化剂被还原成水, 这时  $\text{H}_2\text{O}_2$  是不稳定的, 如图 2(b) 所示, (m) 式成为电极过程的控制步骤; 当  $a_{\text{H}_2\text{O}_2} < 10^{-18.88}$  M 时, 电对  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}_2$  中的  $\text{O}_2$

是强氧化剂被还原成  $\text{H}_2\text{O}_2$ , 这时  $\text{H}_2\text{O}_2$  可以稳定存在, 如图 2(c) 所示, (n) 式成为电极过程的控制步骤。文献 [13] 和 [14] 认为: 从热力学角度来看,  $\text{H}_2\text{O}_2$  是不稳定的中间价态粒子, 只是由于动力学的原因才能积累到可测量的数量。注意到即使在文献 [1] 给定的  $P_{\text{O}_2} = 10^{-4}$  大气压条件下, 过氧化氢活度  $a$  介于  $10^{-4}$  M ~  $10^{-10}$  M 之间,  $\text{H}_2\text{O}_2$  是不稳定的。

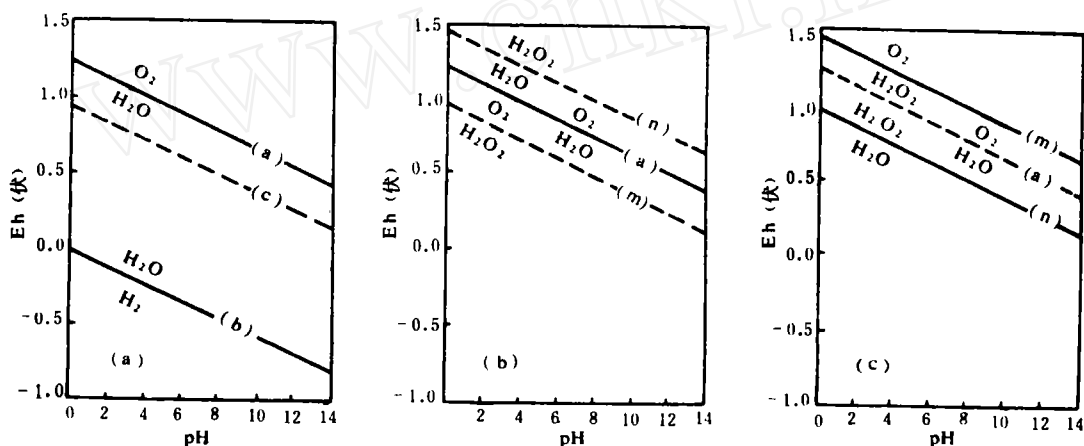


图 2  $\text{O}_2-\text{H}_2\text{O}_2-\text{H}_2\text{O}$  体系平衡条件示意图 (25°C)

(a) 水的热力学稳定区: 实线  $P_{\text{O}_2} = P_{\text{H}_2} = 1$  大气压, 虚线  $P_{\text{O}_2} = 10^{-20}$  大气压;

(b)  $\text{O}_2-\text{H}_2\text{O}_2-\text{H}_2\text{O}$  非平衡体系:  $P_{\text{O}_2} = 0.21$  大气压,  $a_{\text{H}_2\text{O}_2} = 10^{-10}$  M;

(c)  $\text{O}_2-\text{H}_2\text{O}_2-\text{H}_2\text{O}$  平衡体系:  $P_{\text{O}_2} = 0.21$  大气压,  $a_{\text{H}_2\text{O}_2} = 10^{-27}$  M

由平衡式 (m) 和 (n) 可知, 在含有过氧化氢的水溶液中, 在浓度较大时, 因处于不稳定状态, 其浓度将自动地减小, 以达到平衡。(m)

式中的  $\text{H}_2\text{O}_2$  是还原剂, 将被氧化而产生氧, (n) 式中的  $\text{H}_2\text{O}_2$  是氧化剂, 将被还原生成水;



于是发生歧化反应:



众所周知, 地下水溶液中含有各种重金属离子, 它们是过氧化氢发生歧化反应的天然催化剂。因此, 在地质条件下的  $\text{H}_2\text{O}_2$  微乎其微, 只不过是氧电极反应的中间价态粒子。

综上所述, 在地质环境中, 无论是氧电极电化学反应还是  $\text{H}_2\text{O}_2$  歧化反应, 都不可能满足

Sato 等给定的条件。(m) 式中  $\text{Eh}^0$  似乎表明位于 (a) 线之下, 其实这是假象, 必须注意到过氧化氢的活度。当  $a_{\text{H}_2\text{O}_2}$  足够小时, 图 2 (c) 平衡线已落在  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$  平衡线之上, 绝对不可能落在 Sato 等圈定的风化环境范围以内。能斯特方程仅适用于平衡热力学情况。

用热力学平衡式计算的不同  $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{SO}_4^{2-}/\text{S}^{2-}$  比值时的理论 pH 和 Eh 值见表 1 和表 2。

表 1

| $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$ | $10^{-2}$ | 10    | $10^0$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |
|---------------------------------|-----------|-------|--------|-----------|-----------|-----------|
| Eh (伏)                          | 0.889     | 0.830 | 0.771  | 0.712     | 0.653     | 0.535     |

表 2

| $\text{SO}_4^{2-}/\text{S}^{2-}$ | $10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $10^{-2}$ | $10^{-1}$ | $10^0$ | $10^1$ |
|----------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|--------|
| Eh (伏)                           |           |           |           |           |        |        |
| pH                               |           |           |           |           |        |        |
| 2                                | 0.060     | 0.053     | 0.046     | 0.038     | 0.031  | 0.024  |
| 5                                | -0.117    | -0.125    | -0.132    | -0.140    | -0.147 | -0.154 |
| 8                                | 0.295     | 0.302     | 0.309     | -0.316    | -0.324 | -0.331 |

铂电极、石墨、金属硫化矿物在  $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ ,  $\text{FeSO}_4$  溶液中具有正的电极电位, 在  $\text{Na}_2\text{S}$ ,  $\text{H}_2\text{S}$  溶液中具有负的电极电位, 这已由大量实验所证实<sup>[15, 16]</sup>。在野外地质条件下, 氧化矿、原生矿的水溶液中含有  $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{4+}/\text{Mn}^{2+}$ ,  $\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}^{2+}$ ,  $\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}^+$ ,  $\text{Co}^{3+}/\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{V}^{5+}/\text{V}^{3+}$ ,  $\text{SO}_4^{2-}/\text{S}^{2-}$ ,  $\text{SO}_4^{2-}/\text{HS}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}/\text{H}_2\text{S}$ ,  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$  等各种氧化还原电对, 而  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$  电对只是水溶液中可能存在的电对, 且  $P_{\text{O}_2}$  从 1 大气压减到  $10^{-20}$  大气压时, Eh 值仅改变 0.3 伏。用铂电极

测定 Eh 值, 用玻璃电极测定 pH 值, 只能是水溶液中各种离子电对的综合反应。  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$  电对在氧电极反应过程中是有的, 但不可能成为风化环境 Eh 值的控制因素。

L. G. M. Baas Becking 等<sup>[17]</sup> 以实际测量为基础, 定性地图出的 Eh—pH 范围, 与热力学平衡理论符合 (图 3 和图 4)。

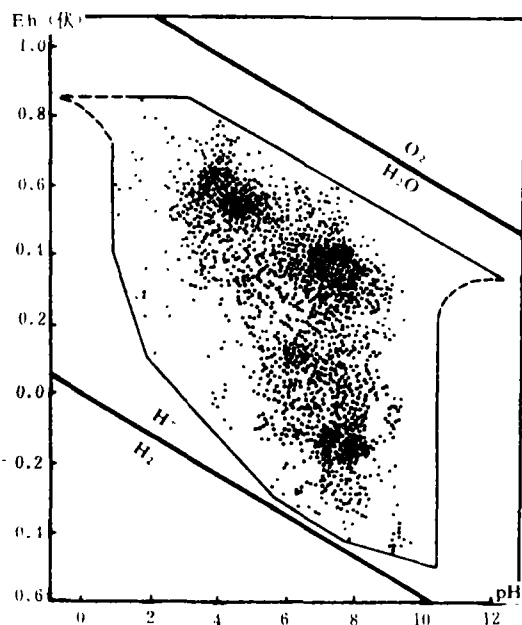


图 3 实测天然水的稳定范围

[引自文献 [17]]

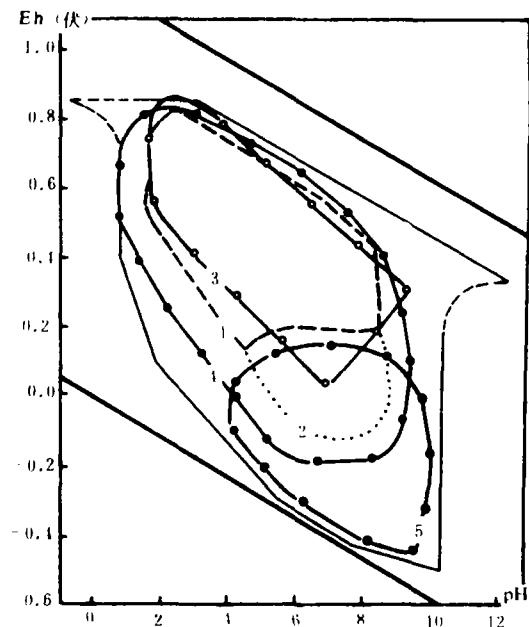


图 4 某些具有地质意义的 Eh—pH 范围

[引自文献 [17]]

1—氧化矿井水; 2—硫化矿井水; 3—铁细菌; 4—硫细菌; 5—硫酸盐还原细菌



从

从

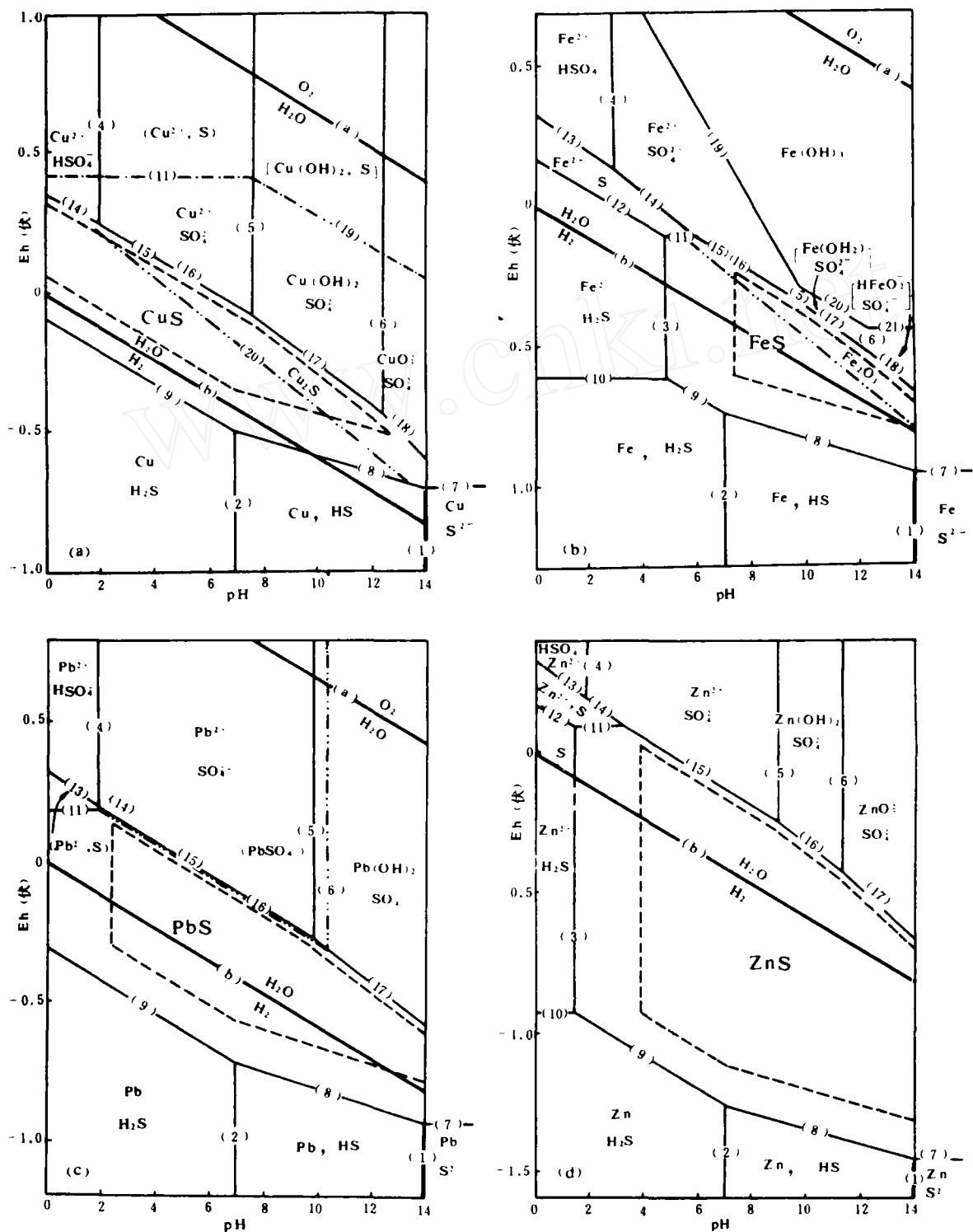


图6  $MeS-H_2O$  系的  $Eh-pH$  图

(金属离子活度  $10^{-6} M$ ,  $25^\circ C$ , 实线:  $\Sigma S = 10^{-1} M$ , 虚线:  $\Sigma S = 10^{-6} M$ )

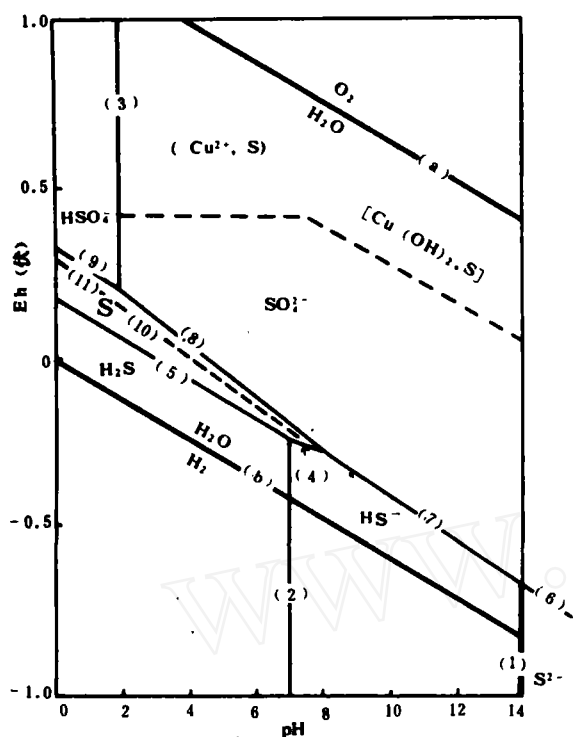


图8 S—H<sub>2</sub>O系的Eh—pH图

(25℃, 实线:  $\Sigma S = 10^{-1} M$ , 虚线  $\Sigma S = 10^{-6} M$ )

如此强酸性的介质。在  $a_{Me^{2+}} = 10^{-6} M$ ,  $\Sigma S = 10^{-1} M$  时, 除  $FeS$  外, 大部分硫化物在  $pH < 2$  的条件下才可能形成单质硫, 而  $\Sigma S = 10^{-6} M$  时, 任何硫化物都不可能生成单质硫 (图6中的虚线)。注意: 文献 [1] 使用了  $\Sigma S = 10^{-6} M$  这一特定条件。

图6中(15)线、图7中(13)线以上部分已是硫酸盐的稳定区, 不存在硫化物的稳定区。既不存在硫化物, 当然不再能生成  $Me^{2+}$  及  $S^0$ 。图8中(7)、(8)平衡线以上已成为  $SO_4^{2-}$  离子的稳定区, 其中即使有单质硫存在, 它也是不稳定的, 将氧化为硫酸。

Sato等有关硫化物氧化为  $S^0$ ,  $Me^{2+}$ ,  $Me(OH)_2$  等热力学计算是正确的, 但这些反应式在地质条件下均属不稳定体系, 不可能作为金属硫化物稳定区上限的热力学平衡式。

本文以  $Me$ ,  $H_2S$ ,  $HS^-$ ,  $S^{2-}$  离子及硫化物热力学数据确定了金属硫化物稳定区下限。在自然条件下不存在单质铁、铅、锌等金属, 其

平衡线无实际意义。文献 [18]、[19] 以氢电极平衡线作为硫化物稳定区下限。图6a中(8)、

(9)线位于氢电极平衡线之上, 说明在一定地质条件下可存在单质铜; 金、银等贵金属也是这样。如果这些平衡线在给定条件下位于氢电极平衡线的上方, 则具有一定的地质意义。

须要指出的是, Sato等对  $FeS_2$  所用的全是实验数据, 对辉铜矿、方铅矿则根据理论数据, 铜蓝和辉银矿则使用了理论和实验两种数据。在实验室测量条件下, 除氧化还原平衡外, 还存在离子电离平衡、矿物水解平衡、沉淀溶解平衡、络合离解平衡; 当矿物含有杂质时, 将构成微电池, 水溶液中的游离氧等也可能参加电极反应, 所以实测混合电位与理论平衡电位二者不应混淆。图5给出的  $FeS_2$ ,  $CuS$  等稳定区的下限与理论值偏离较大。

注意到图6中的平衡线(3)具有实际地质意义。文献 [21]、[22] 指出, 在还原环境中,  $Fe$ ,  $Mn$ ,  $Cu$ ,  $Pb$ ,  $Zn$  等元素可以和  $H_2S$  化合生成硫化物。而硫化物也可氧化产生  $H_2S$ 。视不同地质条件而异。在  $\Sigma S = 10^{-6} M$ ,  $a_{Me^{2+}} = 10^{-6} M$  时,  $FeS$  具有最小的稳定区, 即在  $pH$  值为7左右的介质中就不稳定, 将氧化为  $H_2S$  及  $Fe^{2+}$  离子, 而  $CuS$  在  $pH = 0$  的条件下仍是稳定的。图1(b)用  $Fe^{2+}/Fe(OH)_2$  热力学平衡式确定  $pH$  界限是错误的, 它只表示了  $Fe^{2+}$  离子与  $Fe(OH)_2$  的稳定区, 如图6(b)中(9)线所示。文献 [1] 还使用了  $a_{Fe^{2+}} = 1 M$  这一条件, 这只具有纯数学意义。该平衡式不可能作为划分  $pH$  值的理论依据。

### 自电效应

综上所述, 风化环境与深部环境的  $Eh-pH$  值是由围岩水溶液中各种离子电对综合作用确定的, 在一般地质条件下, 金属硫化物在水溶液中热力学稳定区上限的物质为硫酸盐和氢氧化物等, 其下限以氢电极平衡为基准。Sato等圈定的风化环境和深部环境的  $Eh-pH$  范围是错误的, 而且硫化物稳定区的上限也不可能落在所圈的风化环境内, 所以图9给出的石墨等矿物在

自然电场法中的最大有效电位差的数据不能令人信服。

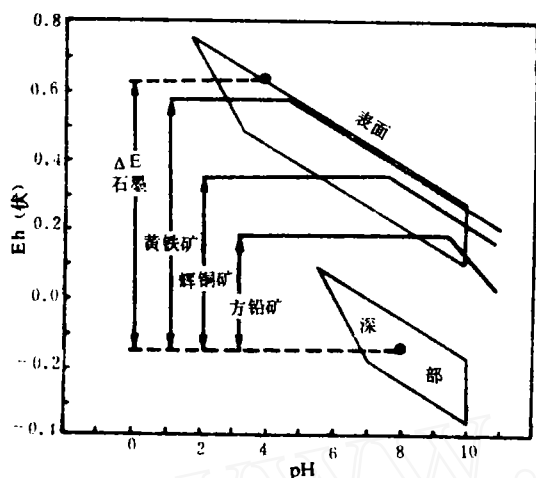


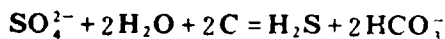
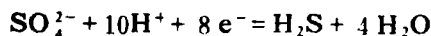
图9 各种矿物的最大有效电位差  
[引自文献[1]图6]

由于围岩溶液含有各种氧化还原电对,矿体有分带,矿物有共生组合等特点,在实际地质环境中电子导体界面只能形成混合电位。混合电位较高处形成矿体的阴极,混合电位较低处则形成矿体的阳极。矿体产生的自然电位数值大小取决于阴极与阳极混合电位的差(即耦合电位的大小)。介质的Eh值及硫化矿物本身的物质成分对自然电位的形成均作出了一定的贡献。地面观测到的自电效应除受上述因素影响外,还与矿体的规模、埋深、矿区水文条件,以及围岩的电阻率有关。要给出某种矿物的自电效应的数量级是困难的。

### 情性电极

文献[1]认为:“不能肯定在深部循环水中富含 $\text{HS}^-$ 离子,所以 $\text{HS}^-$ 离子的氧化反应对自然电位机制的重要意义是有疑问的。”因而在黄铁矿矿体的自电模式(图10)中所示的深部环境里,有 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 生成。我们认为不考虑 $\text{HS}^-$ 等离子是片面的,而且在潜水面以下用 $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}(\text{OH})_3$ , $\text{Fe}(\text{OH})_2/\text{Fe}(\text{OH})_3$ 来表示 $\text{Fe}^{2+}$ 的氧化是错误的。

在缺氧的深部环境中,硫酸根离子在脱硫细菌的作用下,将还原成硫化氢<sup>[17,23~26]</sup>:



磁黄铁矿氧化可产生 $\text{H}_2\text{S}$ ,各种硫化物具有一定的溶度积, $\text{S}^{2-}$ 离子在强碱性介质中才能稳定存在,因此水溶液中 $\text{H}_2\text{S}$ , $\text{HS}^-$ , $\text{S}^{2-}$ 将达到电离平衡,水溶液中应具有 $\text{HS}^-$ 等还原剂。四川中梁山背斜,华蓥山南段龙家湾背斜,当巷道掘进到背斜核部的茅口组黑色灰岩时,就有大量 $\text{H}_2\text{S}$ 随流水逸出,臭味很浓<sup>[25]</sup>;淄博双沟煤矿-110水平供水孔(孔深519米)抽水时,也发现有 $\text{H}_2\text{S}$ 气体,可见水溶液中 $\text{H}_2\text{S}$ 是饱和的。

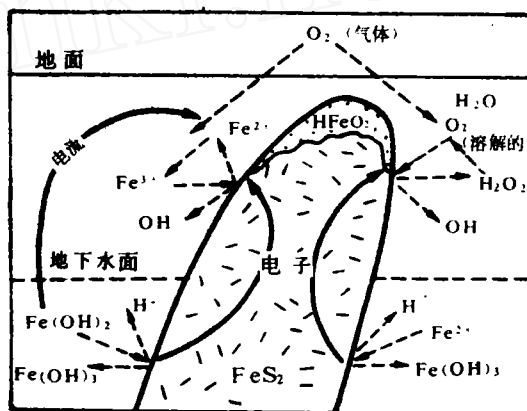


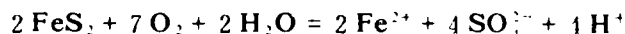
图10 黄铁矿体电场模式  
[引自文献[1]图7]

图10中潜水面以下所生成的 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ ,通常在 $\text{pH} = 3.5$ 左右即沉淀并脱水形成褐铁矿。在深部环境下, $\text{pH}$ 值介于7~9之间<sup>[1]</sup>。如果该平衡式是成立的,那么在潜水面以下就能形成“铁帽”,显然,这与实际地质情况不符合。

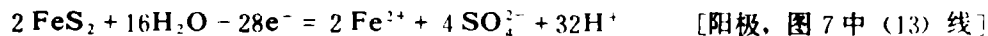
在硫化矿床氧化带,水与大气圈可以有充分的物质交换。鉴于 $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ 电对、 $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$ 电对平衡电势为正,因此游离氧, $\text{Fe}^{3+}$ 离子将优先参加阴极表面的还原反应。在深部环境中 $\text{HS}^-$ 离子具有较负的平衡电势,所以 $\text{H}_2\text{S}$ 、 $\text{HS}^-$ , $\text{S}^{2-}$ 离子将优先参加阳极表面的氧化反应。那末,具有电性相连的均匀矿体因风化环境与深部环境水溶液中的氧化剂、还原剂,以及平衡电位的差异,将产生狭义的氧化还原电场。关于这种电场作者将另文探讨。

由于矿体表面或矿物颗粒表面上Eh—pH的

差异,水溶液中金属离子组分的差异,以及地质构造、矿物结构上的差异,都可能导致矿体及矿物颗粒表面不同部位产生电位差,发生电化学的



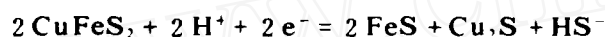
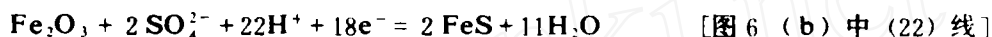
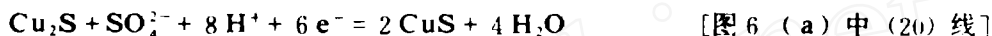
如果发生在矿体或矿物颗粒不同部位,实质上就是电化学氧化还原反应:



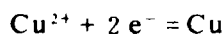
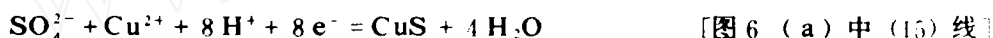
因此,即使不存在 $\text{H}_2\text{S}$ 等还原剂,也可以发生电化学氧化还原反应,形成宏电场或微电场。

氧化还原反应。地球化学中黄铁矿氧化为硫酸亚铁的氧化还原反应一般为

对于具有矿体分带、矿物共生组合的多金属硫化矿体而言,在体系和环境中的热力学平衡:



上述反应的平衡电势较低,而下列反应的平衡电势较高:



由此可知,即使不存在氧化剂 $\text{O}_2$ 、还原剂 $\text{H}_2\text{S}$ ,各种矿物具有不同的电极电势,也可以形成电化学氧化—还原电场。

上述热力学平衡式表明,矿体或矿物颗粒的物质成分参与了电化学氧化还原反应。文献[27]指出:当水溶液中存在 $\text{O}_2$ 等氧化剂时, $\text{ZnS}$ 等大部分金属硫化物在不同的pH条件下将氧化成硫酸盐、氢氧硫化物和氧化物,与实际地质情况完全相符。Sato等人认为金属硫化矿体在自然电场法中只能起传导电流的惰性介质作用,这种

观点是值得商榷的。

以上是我们对Sato等提出的自电机理所持的不同见解。我们认为,在运用经典热力学理论前提和结论讨论自电机理时,还必需结合地质环境的实际状态,互为印证。如果仅凭理论计算值泛泛地讨论,则可能脱离实际,甚至导致错误的结论。

文中不妥之处欢迎批评指正。在撰写此文时,得到我院程方道同志的指导,以及物探、电化学和物理化学专业的几位老师的帮助,在此表示感谢。

## 参 考 文 献

- [1] M. Sato等, 1960, *Geophysics*, Vol. 25, No. 1 (译文见物探化探快报, 1964, No. 19)
- [2] 傅良魁主编, 1983, 电法勘探教程, 地质出版社
- [3] 刘光鼎译, 1974, 应用地球物理学原理, 地质出版社
- [4] 吴荣祥译, 1982, 应用地球物理学, 地质出版社
- [5] A. C. Семенов, 1974, *Электроразведка Методом Естественного Электрического Поля*, Изд. Недра, С. 12
- [6] 九里尚一, 1961, 物理探矿, 第14卷, 第1期
- [7] 袁见齐等, 1979, 矿床学, 地质出版社
- [8] A. S. Brown, 1975, *Porphyry Deposits of the Canadian Cordillera*,
- [9] 李文达等, 1980, 长江中下游硫化物矿床氧化带及铁帽评价研究, 地质出版社
- [10] 周光宇, 1983, 地质与勘探, 第7期
- [11] 李育敏译, 1983, 成矿作用水文地球化学, 原子能出版社
- [12] 黄慰曾等编译, 1983, 电化学和电分析化学, 北京大学出版社
- [13] 查全性, 1976, 电极过程动力学导论, 科学出版社
- [14] 朱荣昭译, 1965, 电极过程动力学, 科学出版社
- [15] 邓涛声, 1983, 地质与勘探, 第4期
- [16] 林倩译, 1964, 物探与化探快报, 第12期
- [17] L. G. M. Baas Becking等, 1960, *J. Geol.*,

[18] R. M. Garrels等, 1965, *Solutions, Minerals, and Equilibria*, Harper and Row, New York

[19] 饶纪龙, 1979, 地球化学中的热力学, 科学出版社

[20] 李锡林等, 1966, 硫化矿床氧化带研究, 科学出版社

[21] 杨文治, 1981, 电化学基础, 北京大学出版社

[22] 《铁的地球化学》翻译组, 1980, 铁的地球化

学, 地质出版社

[23] 武汉地质学院地球化学教研室, 1979, 地球化学, 地质出版社

[24] A. A. 莱文森, 1977, 找矿地球化学入门, 地质与勘探编辑部

[25] 中国矿业学院煤田地质勘探教研室, 1979, 煤矿地质学, 煤炭工业出版社

[26] 杨成田, 1981, 专门水文地质学, 地质出版社

[27] 傅崇说, 1979, 冶金溶液热力学原理与计算, 冶金工业出版社

## 二维薄板体自电异常的定量解释

薄板体自电异常的解释方法, 经罗伊、乔德赫里、迈泽和保罗等人的不断研究, 得到进一步发展。对于走向无限延伸、斜倾或直立薄板的自电异常, 作者在这里提出另一种解释方法。

### 理 论

**倾斜薄板** 设有一倾斜薄板 (图1) 长为2 (单位是任意的), 沿走向无限延伸。板的极化由强度相等、沿板上下边缘分布的线极组成。假定薄板的上下边缘分别位于观测平面下 $h$ 和 $H$ 深处。在 $x-y-z$ 笛卡儿坐标系中坐标原点 $O$ 直接位于板上缘的上方,  $y$ 轴平行薄板走向,  $z$ 轴垂直向下, 板的倾角 $\theta$ 由 $x$ 轴正方向顺时针向计量。

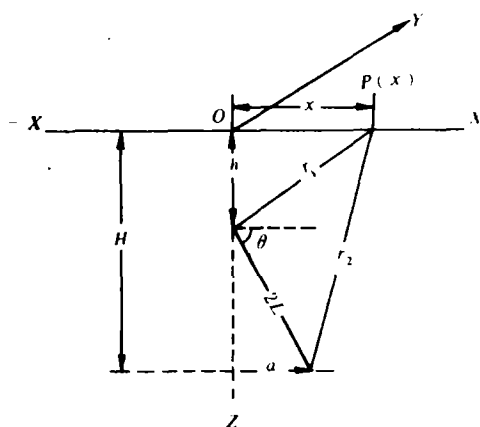


图1 二维倾斜薄板的截面图

该板在沿 $x$ 轴的剖面上任意一点 $P(x)$ 的自电异常, 其表达式 $V(x)$ 已由罗伊和乔德赫里导出, 即:

$$V(x) = (I\rho/2\pi) \log_e \cdot (r_1^2/r_2^2) \quad (1)$$

式中 $V(x)$ 是相对一无限远点测得的电位,  $\rho$ 是介质的电阻率,  $I$ 为电流密度 (单位长度的电流),  $r_1$ 和 $r_2$ 是板上下缘到测点的距离。

用 $x$  (观测点 $P$ 离原点的距离) 和板的参数来表示 $r_1$ 和 $r_2$ , 则 (1) 式可写成

$$V(x) = M \log_e \frac{x^2 + h^2}{(x-a)^2 + H^2} \quad (2)$$

式中:  $a = (H-h)/\tan \theta$ ,  $M = I\rho/2\pi$ , 上缘在 $h=5$ 米、下缘在 $H=15$ 米的呈 $60^\circ$ 倾斜的板, 设 $M=100$ 毫伏, 其典型的自电异常示于图2a。

在方程式 (2) 中, 令 $V(x) = 0$

$$\text{则 } 2xa - (a^2 + H^2 - h^2) = 0 \quad (3)$$

$$\text{即 } x = \frac{a^2 + H^2 - h^2}{2a} = x_0 \quad (4)$$

给出 $V(x) = 0$ 时的横坐标。

$$\text{当 } ax^2 - x(a^2 + H^2 - h^2) - ah^2 = 0 \quad (5)$$

时,  $V(x)$ 有极大值或极小值。

$V(x)$ 的极大值和极小值的横坐标分别为

$$x_{\max} = x_0 + (x^2 + h^2)^{1/2} \quad (6)$$

$$\text{和 } x_{\min} = x_0 - (x^2 + h^2)^{1/2} \quad (7)$$

在这里可以注意到零异常的点恰好在极大值与极小值之间。由方程 (6) 和 (7) 可以得出

$$x_{\max} \cdot x_{\min} = -h^2 \quad (8)$$

在 $x=0$ ,  $x=x_{\max}$ , 和 $x=x_{\min}$ 的点上,  $V(x)$ 的幅值分别用 $V_0$ ,  $V_{\max}$ 和 $V_{\min}$ 表示, 则

$$V_0 = M \log_e \{ h^2 / (a^2 + H^2) \} \quad (9)$$