

单变量因子克立格法实现地球化学场的分解

孟宪伟

(中科院地球化学研究所·贵阳市)

大比例尺地球化学域内, 地球化学变量为区域化变量, 地球化学场表现为复杂的叠加场。本文提出用单变量因子克立格方法实现地球化学场的分解, 以便有效地圈定地球化学异常。

关键词 区域化变量 因子克立格法 地球化学场 变差函数

在大比例尺地球化学域内, 地质作用往往是比较复杂的, 具多种地质作用叠加, 使地球化学场也表现为复杂的叠加场; 地球化学变量也不再是简单的随机变量, 而是复杂的区域化变量。本文提出用单变量因子克立格方法实现地球化学场的分解, 以适应实际工作的需要。

地质作用叠加与变差函数

地质作用的叠加性, 在变差函数上表现为明显的多级套合特点。图1是根据团结构金矿外围1/1万次生晕资料绘制的8个元素、4个方向上(0°、45°、90°和135°, 水平方向为0°, 逆时针垂直方向为90°, 且与地理坐标重合, 各方向容限角为±15°)的含量实验变差函数图, 图中Au的 $\gamma(h)$ 单位为 $(10^{-9})^2$, 其余元素的 $\gamma(h)$ 单位为 $(10^{-6})^2$ 。从图中可以看出, 8个元素在4个方向上具有各向同性的特点, 各方向上变差函数的参数 C_0 、 C 和 a 相同, 因此可以用平均实验变差函数来代表各元素的空间结构性(因篇幅所限, 略去平均实验变差函数曲线)。在进行理论拟合时, Au、As、Sb、Hg和W只有用三重套合结构球状模型才能较好地拟合其平均实验变差函数的前几个点, 即:

$$\gamma(r) = \gamma_0(r) + \gamma_1(r) + \gamma_2(r)$$

Ag、Mo、Bi只具简单的双重结构。

即:

$$\gamma(r) = \gamma_0(r) + \gamma_1(r)$$

多级套合结构的模式如图2所示(王仁铎等, 1988)。

如果我们把套合结构中的不同尺度成分(按变程大小划分)赋予不同的地质意义, 把大尺度成分 $\gamma_2(r)$ 看成是代表区域成矿地质作用, 而小尺度成分 $\gamma_1(r)$ 看成是代表后期成矿地质作用的叠加, 那么, 整个变差函数的套合结构就可以看成是多种地质作用叠加的结果。

对于成矿来说, 重要的是小尺度的成矿作用。因此, 地球化学场分解的实质就是把代表小尺度成矿作用结构 $\gamma_1(r)$ 分离出来, 以 $\gamma_1(r)$ 结构代表的成分编制地球化学图, 它实质上就是地球化学异常图。

平衡态下单变量因子克立格理论

马特隆(1982)提出了单变量因子克立格法的一般理论, 在单变量情况下, 设区域化变量 $z(x)$ 是二阶平稳随机函数 $Z(x)$ 在已知 x 处的一个实现(观测或取样), $Z(x)$ 具有如下分解形式:

$$Z(x) = \sum_{u=1}^u Y^u(x)$$

本文1992年11月收到, 1993年4月修回, 李春兰编辑。

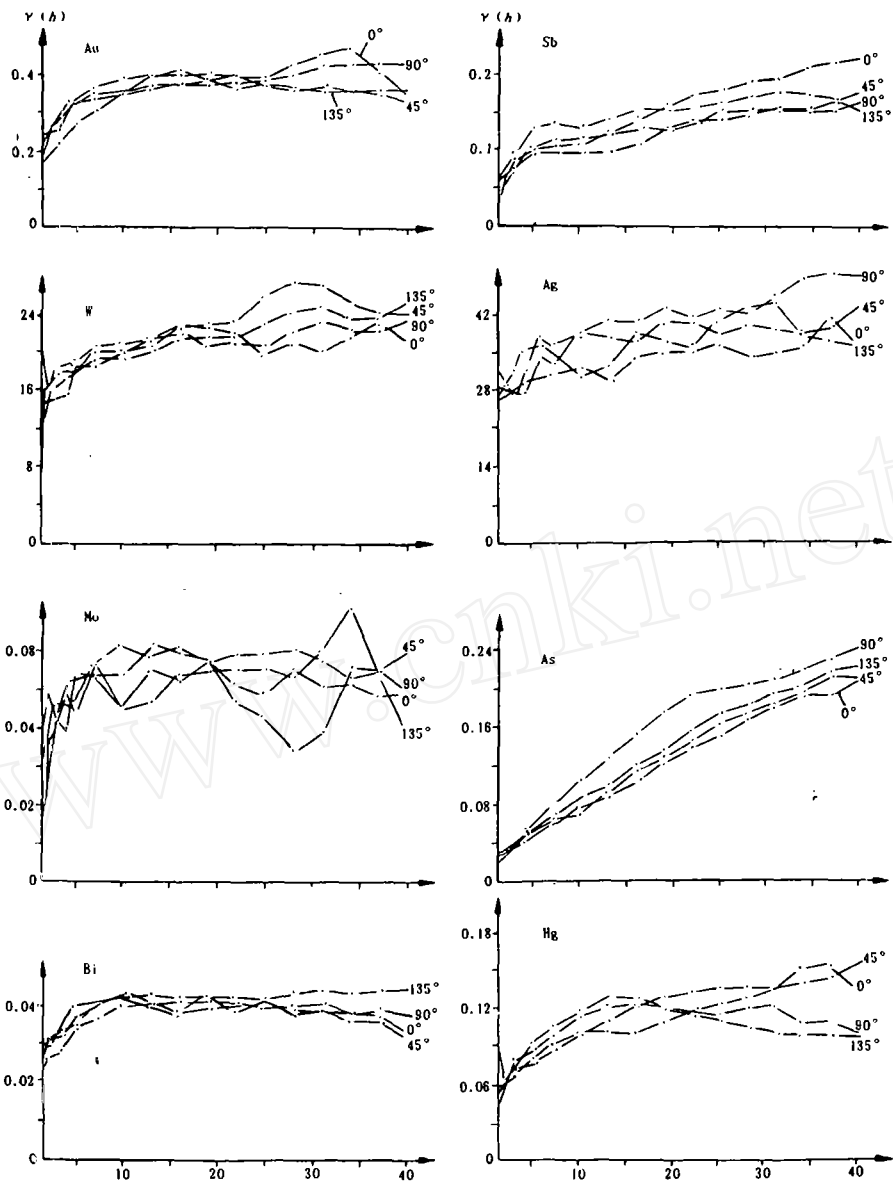


图1 次生晕资料8个元素4个方向含量实验变差函数图

[图中 Au 的 $\gamma(h)$ 单位为 $(10^{-9})^2$; 其余元素为 $(10^{-6})^2$]

其中 $Y^u(x)$ 是相互正交的平稳随机函数, 这个分解形式直接对应于套合变差函数:

$$\gamma(r) = \sum_{u=1}^u \gamma_u(r)$$

假设该式中不包含块金常数 $\gamma_0(r)$, 那么 $Y^u(x)$ 分别对应于空间某种尺度下的变差函数 $\gamma_u(r)$, 而 $Y^u(x)$ 的估计值 $Y^{u*}(x)$ 可用线

性克立格方法求得, 即 $Y^u(x)$ 用实测值 z_α 与权 λ_u^α 的加权线性组合表示:

$$Y^{u*}(x) = \sum_{\alpha}^N \lambda_u^\alpha z_\alpha$$

式中 $Y^{u*}(x)$ 是 $Y^u(x)$ 的估计值。 $Z(x)$ 的期望值是未知的常数, 令其为 m , 即有:

$$E[Z(x)] = \sum_u E[Y^u(x)] = m$$

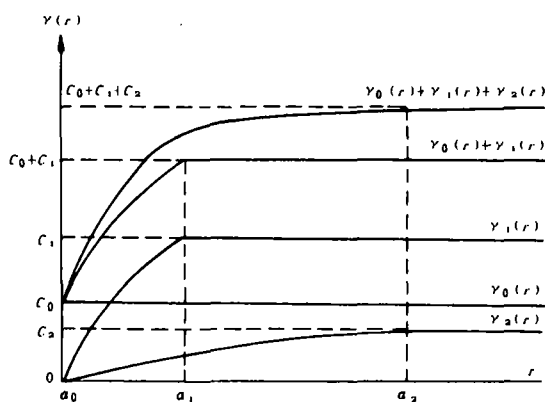


图2 多级套合结构的模式图

求解 $Y^{u*}(x)$ 的实质就是求解权系数 λ_u^α , 为此, 需满足无偏最优估计的两个条件——无偏性和最优性。

1. 无偏性

无偏性是指 $E[Y^{u*}(x) - Y^u(x)] = 0$, 亦即:

$$E[\sum_{\alpha} \lambda_u^\alpha z_\alpha - Y^u(x)] = 0$$

$$m \sum_{\alpha} \lambda_u^\alpha - E[Y^u(x)] = 0$$

$$\text{若 } Z(x) = \sum_u Y^u(x) + m,$$

则 $E[Z(x)] = \sum_u E[Y^u(x)] + m$, 故只有

当

$E[Y^u(x)] = 0$ 时, 才有

$E[Z(x)] = m$ (相当于有漂移存在),

这种情况下, λ_u^α 必须满足广义无偏条件

件

$$\sum_{\alpha} \lambda_u^\alpha = 0$$

2. 最优性

最优性是指在 $\sum_{\alpha=1}^N \lambda_u^\alpha = 0$ 条件限制下,

使估计方差极小, 即:

$$\min \text{Var}[Y^u(x) - Y^{u*}(x)]$$

$$= \min[-2 \sum_{\alpha} \lambda_u^\alpha \gamma_u(x_\alpha, x)$$

$$+ \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_u^\alpha \lambda_u^\beta \gamma(x_\alpha, x_\beta)]$$

由拉格朗日乘数法可以导出每个 $Y^u(x)$ 关于 λ_u^α 的 $N+1$ 个方程的方程组:

$$\sum_{\beta} \lambda_u^\beta \gamma(x_\alpha, x_\beta) + \mu_u = \gamma_u(x_\alpha, x)$$

$$\sum_{\alpha} \lambda_u^\alpha = 0$$

式中 μ_u 为拉格朗日乘子。

在我们列举的例中, 没有考虑块金常数 $\gamma_0(r)$, 因而 $\gamma(r) = \gamma_1(r) + \gamma_2(r)$, $Z(x) = Y^1(x) + Y^2(x)$, 而我们要分离的是小结构变差函数 $\gamma_1(x)$ 所对应的成分 $Y^1(x)$, 则方程组变为:

$$\sum_{\beta} \lambda_1^\beta \gamma(x_\alpha, x_\beta) + \mu_1 = \gamma_1(x_\alpha, x)$$

$$\sum_{\alpha} \lambda_1^\alpha = 0$$

写成矩阵形式: $[K][\lambda_1] = [M]$

其中:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1^1 \\ \lambda_1^2 \\ \vdots \\ \lambda_1^n \\ -\mu_1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} \gamma_1(x_1, x) \\ \gamma_1(x_2, x) \\ \vdots \\ \gamma_1(x_n, x) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[K] =$$

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \gamma(x_1, x_2) & \cdots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \gamma(x_2, x_1) & \gamma(x_2, x_2) & \cdots & \gamma(x_2, x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n, x_1) & \gamma(x_n, x_2) & \cdots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

对比普通克立格方程组可知, 该方程组

的求解只需将矩阵 $[M]$ 的前 n 项变成小结构变差函数 $\gamma_1(r)$,第 $n+1$ 项变成零,其解法与普通克立格方程组完全相同。

求出权系数 λ_1^β 后,便可根据 $Y^{1*} = \sum_{\beta=1}^n \lambda_1^\beta z_\beta$ 求出 $Y^{1*}(x)$ 值,用角点的 $Y^{1*}(x)$ 值做图,便形成了地球化学异常图。

单变量因子克立格的应用

对前述 Au、As、Sb、Hg 和 W 的平均实验变差函数,用球状模型,采用分段拟合,求出 5 个元素的三级套合模型参数(见下表)。 C_0 为块金常数; C_1 或 C_2 为基台值; a_1 、 a_2 为变程。



图3 Au的地球化学异常图

1- $\delta \sim 2\delta$; 2- $2\delta \sim 4\delta$; 3- $>4\delta$

以表中各元素的 a_1 和 C_1 作为小结构变差函数 $\gamma_1(x)$ 的参数,求出各 $Y^1(x)$ 的估计值

$Y^{1*}(x)$,然后绘制等值线图,便得到 Au、As、Sb、Hg、W 具有成因意义的地球化学异常图。因篇幅所限,只给出 Au 的地球化学异常图(图3)。图注中 δ 为标准方差。

5个元素三级套合变差函数参数

参数	Au	As	Hg	Sb	W
C_0	0.20	0.02	0.045	0.05	0.004
C_1	0.06	0.03	0.027	0.03	0.003
C_2	0.12	0.16	0.046	0.07	0.005
a_1	600	950	470	560	380
a_2	1300	3500	1100	2600	1100

注: Au 的 C_0 、 C_1 、 C_2 单位为 $(10^{-9})^2$,其余元素的 C_0 、 C_1 和 C_2 单位为 $(10^{-6})^2$, a_1 、 a_2 单位为 m

在理论上,用单变量因子克立格方法所圈定的地球化学异常已不含背景含量,因此,等值线值取方差的倍数。

用单变量因子克立格方法圈定的地球化学异常具有成因意义,基本能反映控矿因素的特点。如在 Au 的地球化学异常图上可以看出,异常的总体展布方向为北东或东西方向,但异常浓集中心的展布方向却为北西向。矿田构造分析表明,东西向和北东向构造代表了控岩构造,北西向构造是直接的控矿构造,二者的叠加强对成矿最有利。由此可见,用单变量因子克立格方法圈定的地球化学异常突出了控矿因素的特点,表明该方法在实现大比例尺地球化学场分解、进而圈定地球化学异常方面是有效的,而且是最优的。

参考文献

- [1] 王仁铎、胡光道编,《线性地质统计学》,地质出版社,1988年。
- [2] Jaquet,O., Mathematical Geology, 1989, Vol. 7, p. 683~691.