

经验正交函数展开精度的稳定性研究*

张邦林 丑纪范

(兰州大学大气科学系, 730000)

在文献[1]中, 我们已从理论和数值模拟两个方面研究了用经验正交函数作基函数缩减气候数值模式自由度的可行性与有效性。用理论模型作数值试验的结果是令人满意的, 应用于实际气候数值模拟, 一个还需考虑的关键问题是大气外强迫等各种因子变化允许的范围内, 对实际资料作EOF展开的稳定性问题。本文分别用1951—1984年500 hPa月平均高度距平场资料, 1966—1975年500 hPa候平均高度距平场资料, 1965—1978年夏季500 hPa逐日高度距平场资料作EOF展开, 并提出了经验正交函数展开精度稳定性的判断方法, 旨在证明实际资料EOF展开在大气外强迫等各种因子变化的允许范围内是稳定的, 以便为我们用实际资料的经验正交函数作基函数建立一个合理的简化动力模型提供坚实的资料基础。

1. 月平均高度距平场 EOF 展开精度的稳定性

1951—1984年500 hPa月平均高度距平场在区域(10° — 80° N, 0° — 350° E)的 $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ 经纬网格点资料构成了一个资料矩阵 $F_{408 \times 288}$, 夏季7—9月距平场则构成了资料矩阵 $F_{102 \times 288}$, 冬季12—2月距平场也构成了一个资料矩阵 $F_{102 \times 288}$, 对它们分别做经验正交函数展开。表1给出了直至前50个EOFs对距平场拟合的方差精度分布。由表1可见, 前25个EOFs展开高度距平场的拟合精度已超过0.90, 而前50个EOFs的方差拟合精度均超过0.970。比较全年、夏季和冬季EOF展开的方差拟合精度, 发现按季节EOF展开的方差拟合精度略高于全年的拟合精度, 这是由于全年有冬、春、秋、夏4个季节, 在每一个季节里, 由于下垫面等外界强迫作用变化相对较小, 则用各个季节的资料作EOF展开其拟合精度应略高于包含有较大变化的外界强迫作用的全年资料的EOF展开。另一方面, 对于给定的经验正交函数截断波数K, 其拟合精度基本相同, 如 $K=30$ 时, 夏季为0.938, 冬季为0.969, 全年为0.928, 这从一个方面说明了EOF展开精度的相对稳定性。

为了定量地反映三组经验正交函数的相互关系, 我们首先计算全年、夏季和冬季月平均高度距平场的经验正交函数之间的互相关系数矩阵, 考虑到一个经验正交函数可以表示为符号完全相反的两个距平型, 则用相关系数来衡量经验正交函数的相互联系时, 当相关系数为负值很大时, 也表明两个经验正交函数是相似的。为此, 我们用相关系数的绝对值来衡量经验正交函数的相似性。计算结果表明, 全年的经验正交函数与夏季、冬季的EOF场均存在在统计上通过显著性检验的相关关系, 例如全年的EOF1与夏季和冬季的EOF1的相关系数绝对值分别达0.979和0.878, 夏季EOF1与冬季的EOF1的相关系数的绝对值达0.794, 夏季EOF3与全年EOF5的相关系数绝对值也达0.592。

当然要找到全年、夏季、冬季经验正交函数本身的完全对应关系是困难的; 也几乎是不可可能的,

* 本文于1990年6月20日收到, 1990年10月6日收到修改稿。该文是国家教委高等学校博士点专项科研基金资助课题。

表 1 月平均资料前 50 个经验正交函数的方差拟合精度 D_k

$D_k \backslash K$		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
季节	全 年	0.524	0.724	0.823	0.873	0.905	0.928	0.944	0.954	0.963	0.970
	夏 季	0.511	0.714	0.815	0.874	0.913	0.938	0.955	0.966	0.975	0.981
	冬 季	0.625	0.821	0.896	0.933	0.955	0.969	0.978	0.984	0.988	0.991
	季 节										

对我们来说,也不必要这么高的要求。我们更需要的是用冬季月平均高度距平场的 EOFs 展开夏季月平均高度距平场,或用夏季的 EOFs 展开冬季高度距平场,其独立的展开精度与冬季的 EOFs 展开冬季月平均高度距平场或夏季的 EOFs 展开夏季高度距平场的展开精度相距不是太大。本文所指的经验正交函数展开精度的稳定性就是这个意思,特别要指出的是我们均用 EOF 展开的拟合场与实际场的相似系数来衡量 EOF 的展开精度。

我们分别计算了利用全年、夏季和冬季月平均高度距平场的前 K 个经验正交函数展开全年各月高度距平场获得的拟合场与实际距平场的相似系数的 34 年平均值的月际变化。结果表明,随 K 的增加,三组 EOF 展开高度距平场的拟合场与实际场的相似系数值单调增长。当 K 取定时用全年经验正交函数展开的全年平均相似系数是最高的,如 $K=30$ 时达 0.951,而用夏季经验正交函数展开的全年平均相似系数最低也达 0.922,考虑 34 年平均相似系数的月际变化,则全年经验正交函数展开的相似系数在冬季的 12—2 月最高分别达 0.972, 0.971 和 0.972,在夏季的 7—9 月最低也达到 0.921, 0.937 和 0.944,用夏季的经验正交函数展开时在冬季的 12—2 月最低也达到 0.916, 0.904 和 0.914,在夏季的 7—9 月最高达 0.957, 0.964 和 0.969,相反用冬季的经验正交函数展开时在冬季的 12—2 月最高达 0.980, 0.981 和 0.981,在夏季最低达 0.879, 0.900 和 0.908。在此特别重要的是用夏季经验正交函数展开冬季月平均高度距平场的相似系数与用冬季经验正交函数展开夏季月平均高度距平场的相似系数平均达 0.911 和 0.896,均达到很好的精度要求,与冬季经验正交函数展开冬季月平均高度距平场和夏季经验正交函数展开夏季月平均高度距平场的平均相似系数 0.981 和 0.969 相比仅小 0.070 和 0.073,这是微不足道的。

显而易见,夏季和冬季的太阳辐射、下垫面加热等外界强迫作用差距很大,但是用夏(冬)季的 EOFs 展开冬(夏)季月平均高度距平场当 $K=30$ 时均可以达到满意的精度,这种独立样本的 EOF 展开精度稳定性的检验结果充分说明了用实际大气资料的经验正交函数作基函数缩减大气环流模式的自由度是可行的。

由于月平均高度距平场是对逐日资料很强的低通滤波场,它反映的是月际时间尺度变化过程的 EOF 展开精度的稳定性,我们又用对逐日资料较弱的低通滤波场——候平均高度距平场,这种相对短时间尺度的资料作类似的计算,结果也是相同的。

例如用夏季候平均高度距平场的前 30 个经验正交函数展开冬季 12—2 月候平均距平场的相似系数为 0.911, 0.908 和 0.908,用冬季候平均距平场的 EOF 展开夏季候平均距平场的相似系数在 7—9 月分别是 0.884, 0.887 及 0.907,均可认为是满意的精度。因此候平均资料的分析结果也说明了 EOF 展开精度随季节是近似稳定的。

2. 逐日高度距平场展开精度的稳定性

在上节中我们用月平均高度距平场资料和候平均高度距平场资料分全年、夏季和冬季作经验正交函数展开,并对其展开精度稳定性作了探讨。结果表明,尽管由于季节的不同导致下垫面加热等外界

强迫作用的不同,但 500 hPa 月平均高度距平场和候平均高度距平场的 EOF 展开精度是随季节等近似稳定的。但是下垫面加热状况等因子不仅有季节变化,还有年际变化,为此本节用 1965—1978 年夏季 6—8 月 500 hPa 逐日高度距平场资料分年作 EOF 展开,着重探讨不同年份 EOF 展开精度的稳定性问题。

1965—1978 年夏季 6—8 月 500 hPa 逐日高度距平场在区域(20°—80°N, 0°—350°E)的 10°×10° 经纬网格点资料构成了 14 个资料矩阵 $F_{92 \times 252}$, 对这 14 个资料矩阵我们分别用带时空转换的 EOF 分解方法作展开,图 1 给出了 14 年的直至前 50 个经验正交函数对 92 天的逐日高度距平场的方差拟合精度 D_K 。由图可见,各年经验正交函数方差拟合精度的分布曲线近乎重合,它从一个侧面证明了展开精度的稳定性是成立的。

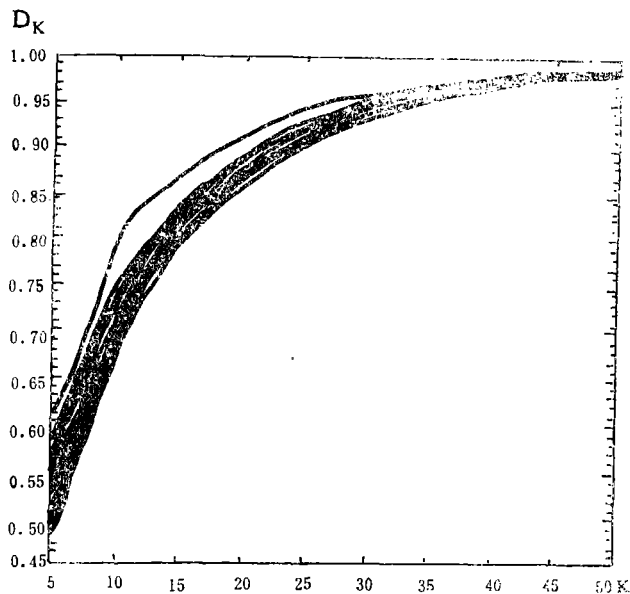


图 1 逐日资料经验正交函数展开的方差拟合精度 D_K 的分布

为了研究不同年份的 EOFs 之间的关系,我们计算了各年的 EOF 1 和 EOF 2 与其它年的 EOF 1—EOF 10 的相关系数的绝对值,分析发现每年的 EOF 1 和 EOF 2 与其它年的经验正交函数均有满足统计信度的相互联系。

表 2 给出了用各年夏季逐日高度距平场资料的前 40 个经验正交函数展开全部 14 年的夏季的逐日高度距平场的按年平均相似系数的年际分布,此表说明了在下垫面等外因强迫因子的正常年际变化范围内,经验正交函数展开精度的稳定性是近似成立的。

表 2 各年 EOF 展开距平场的拟合场与实际场的相似系数年际变化

R 年 \ 年	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978
1965	0.983	0.825	0.818	0.834	0.829	0.807	0.831	0.817	0.822	0.810	0.829	0.844	0.805	0.810
1966	0.810	0.984	0.808	0.833	0.818	0.828	0.813	0.821	0.820	0.808	0.831	0.812	0.815	0.830
1967	0.811	0.820	0.982	0.812	0.817	0.803	0.822	0.828	0.816	0.807	0.826	0.826	0.808	0.809
1968	0.817	0.832	0.817	0.985	0.829	0.812	0.817	0.820	0.816	0.826	0.831	0.840	0.816	0.832
1969	0.813	0.822	0.818	0.838	0.986	0.801	0.819	0.817	0.831	0.814	0.820	0.831	0.823	0.814
1970	0.805	0.827	0.804	0.818	0.814	0.982	0.817	0.819	0.826	0.817	0.834	0.837	0.834	0.811
1971	0.810	0.820	0.828	0.831	0.836	0.814	0.985	0.827	0.821	0.811	0.832	0.840	0.817	0.817
1972	0.817	0.831	0.817	0.827	0.822	0.800	0.828	0.986	0.803	0.810	0.830	0.832	0.817	0.828
1973	0.817	0.823	0.820	0.822	0.819	0.821	0.818	0.821	0.984	0.822	0.836	0.840	0.811	0.818
1974	0.807	0.877	0.797	0.822	0.813	0.807	0.811	0.812	0.817	0.984	0.813	0.831	0.801	0.802
1975	0.828	0.829	0.830	0.840	0.938	0.816	0.838	0.836	0.825	0.825	0.985	0.843	0.829	0.838
1976	0.828	0.836	0.872	0.846	0.848	0.821	0.835	0.837	0.826	0.831	0.843	0.987	0.813	0.845
1977	0.800	0.820	0.798	0.809	0.809	0.796	0.818	0.816	0.813	0.803	0.831	0.823	0.986	0.822
1978	0.787	0.828	0.812	0.835	0.805	0.813	0.820	0.820	0.819	0.813	0.813	0.832	0.818	0.848

3. 小 结

本文用实际的 500 hPa 月平均高度距平场资料、候平均高度距平场资料和逐日高度距平场资料对不同的季节和不同年份分别作 EOF 展开,探讨了经验正交函数展开精度的稳定性问题,结果证实了在考虑下垫面外界强迫等因子的季节变化和年际变化时,生成的经验正交函数对大气要素的展开精度是稳定的,当然这种稳定性与文献[2,3]的稳定性是有区别的,其研究目的更是不同。至此,本文从实际资料方面证明了用实际资料的 EOF 作正交基函数缩减大气环流模式的自由度是可行的,从而使我们可以把实际资料的知识 and 现有的物理知识有机地结合起来,来获得一个与实际现象更为一致的简化模式,用于实际过程的模拟和预测^[4]。

参 考 文 献

- [1] 张邦林、丑纪范,经验正交函数在气候数值模拟中的应用,中国科学 4,442—448,1991。
- [2] 章基嘉、孙照渤、陈松军,对自然正交函数稳定性条件的讨论,气象学报,39,1,82—89,1981。
- [3] 章基嘉、孙照渤、陈松军,应用自然正交函数逐年划分自然天气季节的尝试,气象学报,42,1,46—56,1984。
- [4] 张邦林,经验正交函数为基底的气候数值模式的建立及其应用,兰州大学大气科学系博士论文,1990。

A STUDY ON THE STABILITY OF THE EOF EXPANDED PRECISION

Zhang Banglin Chou Jifan

(Department of Atmospheric Sciences, Lanzhou University, 730000)

Abstract

In this paper a new method is given to judge the stability of the EOF expanded precision. The results show that, 1, The expanded precision of summer (winter) anomaly geopotential height by using the EOFs of winter (summer) anomaly geopotential height is approximately equal to that of winter (summer) anomaly geopotential height by using the EOFs in winter (summer); 2, The differences among expanded precision of the anomaly geopotential height in the year and those in other years based on EOFs of the anomaly geopotential height in the correspondent year are small. It means that the expanded precision of the observed data based on the EOFs is stable in the range of the normal variability of external forcing. So it is feasible that a simplified model with the small number of the degrees of freedom can be gotten when the EOFs of the observed data are used as basis.