

“应力窗口”的数学模拟

姜秀娥

(国家地震局分析预报中心)

刘元壮 胡祚春

(国家地震局地球物理研究所)

摘 要

本文采用二维平面应变问题的有限单元法,对唐山地震前华北冀中断块拗陷地区的“应力窗口”进行了数值模拟。初步讨论了模拟区的应力集中部位与介质杨氏模量、压应力值、主压应力取向、边界约束条件变化的关系,根据模拟区地震活动与唐山大震前“应力窗口”的时空分布特征,粗略地模拟了邢台余震区“应力窗口”显示、消失的过程。

一、序 言

愈来愈多的事实表明,在一次强地震发生之前,震中周围较大区域内的一些介质软弱部位(如余震区、震群区),出现小震频度增加、平均月最大震级增大以及地壳蠕变加速的现象,人们称其为区域“应力窗口”〔1〕。顾名思义,“应力窗口”是区域应力场或震源应力场调整、增强过程中产生的效应,其物理机制及其与强震活动的内在联系,是当前需要人们进一步研究的课题。本文在实际观测的基础上,采用二维平面应变问题的有限单元法〔2、3〕,对“应力窗口”进行首次试探性的数学模拟,选取了1976年7月28日唐山大震前华北冀中断块拗陷地区及附近地区进行模拟计算。根据该区历年地震活动的情况并参考了该区地质构造、介质参数及震源机制的结果,假设了岩石弹性模量分布,试在不同的边界约束条件以及压应力值及主压应力方向不同的情况下,探求应力集中部位的变化。然后,根据唐山大震前“应力窗口”出现的两个不同阶段及其地震活动背景特征,模拟了邢台余震区“应力窗口”显示、消失的动态过程。

二、“应力窗口”的特征

唐山大震前,模拟区内的“应力窗口”与地震活动时、空分布可划分为两个主要阶段。

1. 远场“应力窗口”的显示

唐山大震前,邢台、渤海余震区、滦县小震群区都起着区域应力场“窗口”的作用。邢

台余震区位于远场，而渤海余震区与滦县震群区则为近场〔5〕。1973年12月—1975年3月，当邢台余震区出现小震频度明显增加、平均月最大震级增大、蠕变加速时，沧东断裂的中北部、渤海湾沿岸地区有 $M_L \geq 4.0$ 级中强地震活动（图1a）。

2. 远场“应力窗口”消失，近场“应力窗口”出现

1975年4月至唐山地震前，邢台余震区小震频度降低，平均月最大震级、蠕变逐渐恢复，而近场地区，即滦县、渤海湾出现短时间、小规模的小地震频度增加。同时，为数不多的 $M_L \geq 4.0$ 级的中强震都集中在模拟区东北部地区（图1b）。

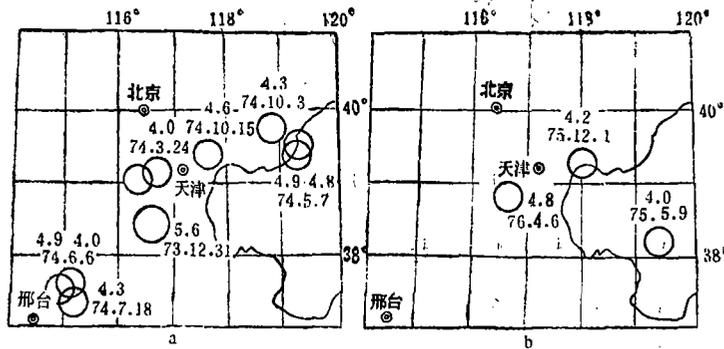


图1 1973年12月—1976年7月27日震中分布图
a. 1973年12月—1975年3月 b. 1975年4月—1976年7月27日

Fig. 1 The epicenter distribution of December 1973—July 27, 1976

三、数学模拟

1. 方法

采用二维平面应变问题的有限单元法。将弹性体离散，把连续弹性体变成离散结构体，使它由有限个有限大小的构件在有限多个节点上相互连接而成。然后对每一个离散体建立位移模式，再由这种位移模式推算其刚度矩阵和载荷，最后进行总体分析。采用结构力学方法，由每一个单元特性合成总体特性，建立节点位移的平衡方程组，从中解得位移，最后求得我们所需要的各单元的应力。

选用三角形单元位移模式，将模拟范围分割为128个单元、76个节点。部分节点编号和坐标选取如图2(1)a所示。任意一个三角形单元e的三个节点 p_i 、 p_j 、 p_m 是逆时针计算的，其位移为：

$$\{\delta\}^e = [u_i, v_i, u_j, v_j, u_m, v_m]^T$$

u 是 x 方向的位移， v 是 y 方向的位移。全部节点的总位移为：

$$\{\delta\} = [u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_n, v_n]^T$$

假设每一个单元都是一个连续的、均匀的、完全弹性的各向同性体，我们就能够建立起位移分量与坐标之间的线性关系：

$$\begin{cases} u = a_0 + a_1x + a_2y \\ v = b_0 + b_1x + b_2y \end{cases} \quad (1)$$

在 i 、 j 、 m 三点，共有

$$\begin{cases} u_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i \\ u_j = a_0 + a_1 x_j + a_2 y_j \\ u_m = a_0 + a_1 x_m + a_2 y_m \\ v_i = b_0 + b_1 x_i + b_2 y_i \\ v_j = b_0 + b_1 x_j + b_2 y_j \\ v_m = b_0 + b_1 x_m + b_2 y_m \end{cases} \quad (2)$$

由(2)式解出 a_0 、 a_1 、 a_2 、 b_0 、 b_1 、 b_2 后,再代入(1)式经过整理可得:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{ \delta \}^e$$

其中

$$[N] = \begin{pmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{pmatrix}$$

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} a_i + b_i x + c_i y$$

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j$$

$$b_i = y_j - y_m$$

$$c_i = -x_j + x_m$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} \quad (i \rightarrow j \rightarrow m \rightarrow i)$$

Δ 即是三角形ijm的面积。

单元e的节点向量 $\{ \delta \}^e$,应变向量 $\{ \epsilon \}$,应力向量 $\{ \sigma \}$ 分别为:

$$\{ \delta \}^e = [u_i, v_i, u_j, v_j, u_m, v_m]^T$$

$$\{ \epsilon \} = [\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}]^T$$

$$\{ \sigma \} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

它们之间有如下关系:

$$\{ \epsilon \} = [B] \{ \delta \}^e = [D][B] \{ \delta \}^e$$

其中[B]为应变矩阵

$$[B] = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{pmatrix}$$

[D]为弹性矩阵,对于弹性均匀、各向同性材料,在平面应变情况下:

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix}$$

E 为杨氏模量， ν 为泊松比。

根据虚功原理，节点给出的是虚位移，外力在虚位移上所做的虚功等于单元应变能的增加，由此推得单元刚度矩阵为：

$$[K]^e = \int_{\Delta} [B]^T [D] [B] d\Delta$$

以节点位移向量 $\{\delta\}$ 表示的节点平衡方程组为：

$$[K]\{\delta\} = \{R\} \quad (3)$$

$[K]$ 为总体刚度矩阵， $\{R\}$ 为总载荷向量。公式(3)就是我们用来进行数学模拟的线性方程组。

2. 模式与介质参数

在模拟过程中，我们将“应力窗口”用介质软弱区出现应力集中来表达。由于不知道制约“应力窗口”的显示、消失的关键因素，我们用改变物理模式的各参数的办法来进行试探。由于计算机容量的限制，本文仅选取了华北冀中断块拗陷区及其附近地区的构造格架。岩石弹性模量与主压应力方向是根据华北地区地震活动、地震纵波波速、震源机制解的平均结果确定的。

取北纬 37° — 41° ，东经 114° — 119° 范围为模拟区。根据该区地质构造、地震活动的分布，选取六条断裂带，设各断裂带宽度约15公里。这些断裂带历史上都有过强地震($M \geq 6.0$)活动。模拟区以北是燕山构造带，以南是华北中部从山西太原至胶东湾的东西向构造带，将其作为计算中的约束边界。最大主压应力方向取北东 75° — 85° ，最小主压应力方向取北西 5° — 15° 。

根据华北冀中断块拗陷地区的地质构造与地震活动，假定岩石弹性模量分布大致有三种情况，即有断层部份、小地震频繁部份及其它部份。由于对介质状况不甚了解，我们假设了三种方案进行模拟(图2a)。泊松比(取常数) $\nu = 0.25$ ，介质密度 $\rho = 2.7$ 克/厘米³，摩擦系数 $\mu = 0.4$ 。

四、结果与分析

1. 应力集中部位变化的因素

假定介质参数、压应力值、主压应力方向、边界约束条件在上节给定的范围内，分别改变各参数进行模拟计算。

图2b是在压应力值、主压应力方向与边界约束条件不变的情况下，采用三种岩石弹性模量分布的计算结果。图2b表明，岩石弹性模量分布不同，应力集中区也是不相同的。

图3a是改变压应力值，而介质参数、主压应力方向、边界约束条件不变的情况下应力集中区的变化。图3b是改变边界约束条件，而介质参数、压应力值、最大主压应力方向不变的情况下应力集中区的变化。

从图2b、图3、图5可以看出，应力集中的部位和范围随岩石弹性模量、压应力值、最大主压应力方向及边界约束条件的改变而变化，其中尤以边界约束条件与弹性模量分布的影响为显著。

2. 唐山地震前“应力窗口”的数学模拟

从历史地震分布来看，华北冀中断块拗陷地区及其附近地区的强震主要分布在北部(呈

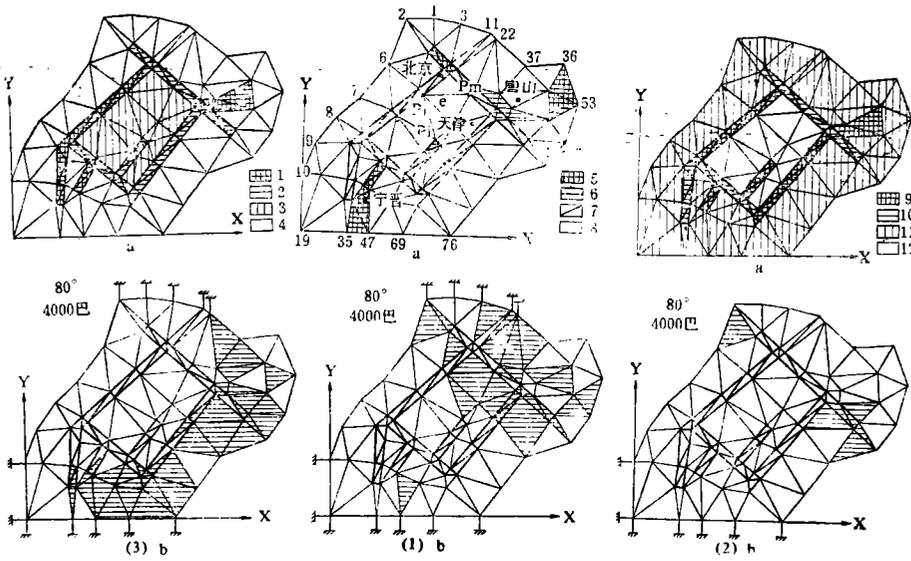


图 2

a. 岩石弹性模量分布 b. 不同弹性模量分布的应力集中区

1、5、9 示 $E = 4.0 \times 10^5$ 公斤/厘米² 2、6、10 示 $E = 6.0 \times 10^5$ 公斤/厘米²

7、11 示 $E = 7.0 \times 10^5$ 公斤/厘米² 8、8、12 示 $E = 8.0 \times 10^5$ 公斤/厘米²

4 示 $E = 9.0 \times 10^5$ 公斤/厘米²

Fig. 2 a. The distribution of elastic modulus

b. The stress concentrated areas for different elastic modulus

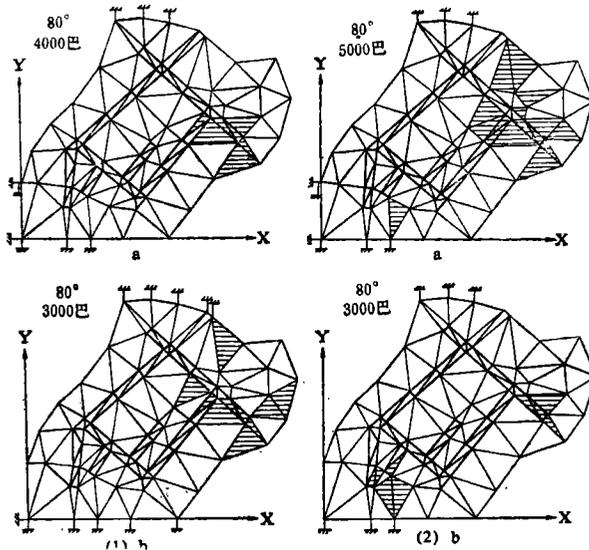


图 3

a. 不同压应力下的应力集中区 b. 不同边界约束条件的应力集中区

Fig. 3 a. The effect of the difference stress on the stress concentrated area

b. The effect of the different boundary condition on the stress concentrated area

北北西走向)和西南部(图4)。

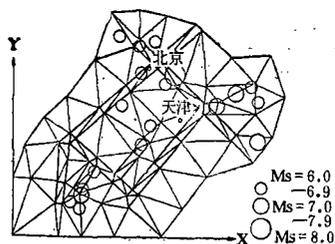


图4 模拟区历史地震分布示意图

(1477—1984年, $M \geq 6$)

Fig. 4 The epicentral distribution of historical earthquakes

in simulated area

(1477—1984, $M \geq 6$)

根据历史地震活动与唐山地震前邢台余震区“应力窗口”的显示、消失的二个不同阶段,本文模拟了唐山地震前邢台余震区“应力窗口”出现与消失的过程中的应力集中图象。考虑到同一地区不同阶段的边界条件与介质参数是不变的,压应力值也基本不变,因此,在同一地区的不同时段影响应力集中区变化的一个重要因素是主压应力方向的变化。这里需要说明一点,对于震源应力场与模拟区内部应力的可能的复杂变迁,本文未予以考虑。

本文讨论的三种介质参数、六种边界约束条件、五组压应力值与三种主压应力取向,可以组合成270张应力集中分布图,从中选取一组较为符合实际的模式,这组模式的岩石杨氏模量取图2(1)所示的,边界约束条件是对2、1、3、11、22、47、69、76八个节点在y方向上给予零位移约束,对节点19、35在x, y两个方向上均予以零位移约束,压应力为2000巴—3000巴,主压应力方向限制在北东70°—85°到北西5°—20°范围内变化。结果表明:当主压应力方向在北东85°至70°之间转动时,模拟应力集中区的变化与唐山地震前邢台余震区“应力窗口”和模拟区地震活动图象的变化类似。当主压应力方向为北东85°时,应力集中区在模拟区北部,呈北北西走向,西南地区也有局部应力集中的表现(图5a),该模式近似于历年地震活动的总体面貌。当主压应力方向转到北东70°时,应力集中在模拟区东北及渤海沿海,同时其西南邢台余震区的应力集中范围扩大、增强,相似于唐山地震前邢台余震区应力加强(图5b)。然后,随着主压应力方向的恢复,“应力窗口”消失(图5c)。

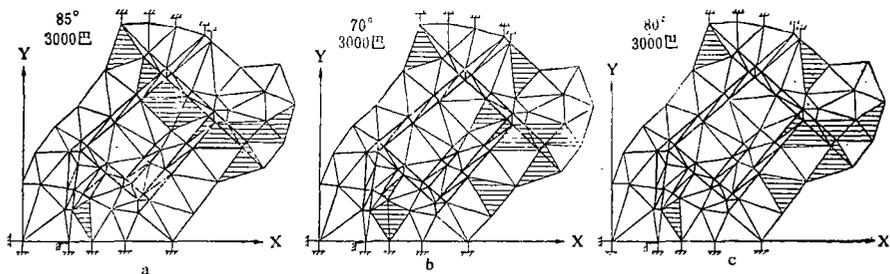


图5 唐山地震前邢台余震区“应力窗口”显示、消失的数学模拟

a. 历史地震活动总体面貌模拟 b. 1973.12—1975.8 邢台余震区“应力窗口”显示及地震活动状况模拟
c. 1975.4—1976.6 邢台余震区“应力窗口”消失及地震活动状况模拟

Fig. 5 The appearance and disappearance of stress window in Xingtai aftershock area before Tangshan earthquake

华北地区震源机制结果表明,1973年邢台余震区“应力窗口”出现前后,主压应力平均方向有逆时针转向的特征,1975年4月以后,邢台余震区“应力窗口”消失,发生在该时段

的和林格尔6.3级地震震源机制解的主压应力方向转回到平均值附近(见附表)。

时 段	平均最大 主压应力方向	统计的地震个数 ($M_s \geq 5$)
1937~1976.7	NE79°	26
1973.12~1975.3	NE64	5
1975.4~1976.6	NE76	1

小 结

在对华北冀中断块坳陷地区“应力窗口”的实际观测的基础上,根据该区构造格架、介质参数及震源机制的结果,数学模拟出一组唐山大震前不同时段“应力窗口”出现与消失的近似的应力集中区的动态模式,结果表明:

1.岩石杨氏模量、边界约束条件、压应力值、主压应力方向的改变都能引起应力集中区的变化,其中以边界约束条件与介质参数分布影响较为明显。

2.在不考虑断块内部应力复杂变迁的情况下,主压应力方向的改变是“应力窗口”出现与消失的重要因素。

本文的工作结果是初步的,其解也不是唯一的,还有一系列问题有待解决。对构造格架、介质参数、边界条件及单元的划分还可进一步讨论。另外还需要增加计算机容量,以便在更大范围进行模拟、验证。而模拟区内部应力的复杂变迁和震源应力场反馈对“应力窗口”的影响,采用弹性有限元法是不能实现的。

(本文1986年3月20日收到)

参 考 文 献

- [1] 张国民、孙士铨,华北几次大震余震应变释放特征及“应力窗口”的机制讨论,地震, No. 1, 1985.
- [2] 华东水利学院,弹性力学问题的有限单元法,水利电力出版社,1978.
- [3] 郑治真、刘元壮、吴大铭,中国台湾省地质构造层理分布和应力集中区的数学模拟,中国地震, Vol. 1, No. 1, 1985.
- [4] 姜秀娥、陈非比、汤淮,邢台震群的应力场“窗口”效应,地震, No. 2, 1981.
- [5] 姜秀娥、陈非比,区域震群与唐山大震,地震学报, Vol. 5, No. 2, 1983.

THE NUMERICAL SIMULATION OF “STRESS WINDOW”

Jiang Xiue

(*Analysis and Prediction Center, State Seismological Bureau*)

Liu Yuanzhuang Hu Zuochun

(*Institute of Geophysics, State Seismological Bureau*)

Abstract

“The stress window” in subsidence fault block of central Hebei before Tangshan earthquake is simulated by means of the plane strain finite element method. Three questions under study; (1) the relation between high stress area and the direction of principal stress and the value of Young's modulus; (2) the relation between high stress area and the value of principal stress and boundary condition; (3) the appearance of dynamic process and disappearance of stress window effect.