

孔隙水压力对高铁路基动力响应的影响^①

李绍毅^{1,2}, 高广运^{1,2}, 顾晓强^{1,2}

(1.同济大学 地下建筑与工程系,上海 200092; 2.同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室,上海 200092)

摘要:采用2.5维有限元方法分析孔隙水压力对饱和路基地面振动的影响。根据Biot理论建立饱和多孔介质控制方程,采用双重Fourier变换将控制方程转换为频率-波数域表达式。采用2.5维有限元方法建立饱和路基模型,列车荷载在频率-波数域表示,轨道和路堤采用欧拉梁模拟,采用黏滞阻尼吸波边界减小有限元边界反射。分析列车速度、路基孔隙率和渗透系数对地面振动和孔隙水压力的影响。结果表明:车速较低时,由于饱和路基受孔隙水压力的影响,地面竖向振幅小于弹性地基;车速较高时,孔隙水压力急剧增加,对地面振动影响较大。列车运行速度较高时,饱和地基的孔隙率和渗透系数对孔隙水压力有较大影响。

关键词: 高速列车; 2.5维有限元; 饱和路基; 动力响应; 孔隙水压力

中图分类号: TU435

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2014)04-0881-06

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2014.04.0881

Influence of Pore Water Pressure on Dynamic Response of High-speed Rail Subgrade

LI Shao-yi^{1,2}, GAO Guang-yun^{1,2}, GU Xiao-qiang^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Ground vibration in a saturated subgrade caused by a high-speed train differs from that by a low-speed train. However, few studies focus on the influence of pore water pressure on ground vibration even though the key reason for the difference in ground vibration between saturated and elastic subgrades is a function of pore water pressure. Therefore, it is necessary to analyze the characteristics of the alteration of pore water pressure under various train speeds and to discuss the influence of pore water pressure on ground vibration.

The 2.5-D finite element method (FEM) is used to analyze the influence of pore water pressure on the ground vibration of saturated subgrade. On the basis of the Biot theory, the governing equations of saturated porous media are established and transformed into frequency-wave number domains by double Fourier transform. The track and embankment are modeled by Euler beam. The saturated subgrade is modeled by 2.5-D FEM, and the train loading in the model is also transformed into frequency-wave number domains. The viscous damping absorbing boundary is used to reduce the influence of the finite element (FE) boundary. The 2.5-D FE model is validated by field vibration test results of the Sweden X2000 high-speed train. The results of the 2.5-D FE model match the field test results both in vibration interval and displacement amplitude. Therefore, this 2.5-D FE subgrade model is reliable for studying ground vibration in saturated subgrade.

① 收稿日期: 2014-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(No.51178342); 高等学校博士点基金(20130072110016)

作者简介: 李绍毅(1985—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为列车运行引起的地面振动. E-mail: greatlsy@163.com

The paper discusses the influence of train speed, porosity, and coefficient of permeability of the saturated subgrade on ground vibration. The results show that when the train speed is low, the vertical vibration amplitude of the saturated ground is smaller than that of the elastic ground due to the influence of pore water pressure. However, when the train speed is high, the pore water pressure rises sharply and notably affects the ground vibration. The train loadings share the soil skeleton and the excess pore water pressure, which leads to the decrease of stress in the soil caused by the train loadings and the decreasing in vibration amplitude. When the train speed is larger than the Rayleigh wave velocity of the soil, or close to the shear wave velocity, there are several critical velocities. When the train speed is larger than the first velocity, a second velocity occurs that may lead to the increase in ground vibration amplitude. Thus, when the train speed is 252 km/h, the vibration amplitude increases and approaches that of the elastic model.

The increase in train speed increases the high-frequency vibration in the subgrade, which leads to a sharp rise in excess pore water pressure owing to relatively slow pore water pressure dissipation. When as the train speed is very high, the changing of stress in the subgrade is assumed mainly by the excess pore water pressure, and the soil skeleton is less affected. As a result, the excess pore water pressure causes a small alteration of the amplitude of ground vibration when the train speed changes to high speed.

The influence of porosity and permeability coefficient of the saturated subgrade on the pore water pressure is notable when the train speed is high. The results show that when the train speed is high, the pore water pressure of the saturated subgrade increases as the porosity decreases. As the permeability of the saturated subgrade increases, the pore water pressure within a 0.5 m depth increases, and deeper pore water pressure decreases. Therefore, to control ground vibration in the saturated subgrade, compact material with high permeability is suggested for subgrade material.

Key words: high-speed train; 2.5-D finite element method (FEM); saturated subgrade; dynamic response; pore water pressure

0 引言

随着我国高速铁路的快速发展,高铁和重载列车引起的振动对周围环境的影响愈显突出,引起的地面振动受到广泛关注。李志毅等^[1]建立了车辆—轨道—环境振动模型,采用薄层法求解分层土体的稳态响应。Sheng等^[2]用有限元研究了层状半空间移动简谐荷载和移动常荷载作用在层状梁的振动传播。2.5维有限元方法采用傅里叶变换将三维有限元模型转化为2维有限元模型,大大减少了数值模型的计算量和计算时间。Yang和Hung^[3]采用2.5维有限元研究了列车作用下,半无限空间弹性土体的动力响应。边学成和陈云敏^[4]采用2.5维有限元分析了列车荷载作用下结构—地基的动力响应。高广运等^[5]采用2.5维有限元方法分析了移动荷载作用下饱和和分层路基的地面振动。

在我国沿海地区,高速铁路沿线存在大量饱和地基,饱和路基振动受到广泛关注。黄义等^[6]采用Fourier展开及Hankel变换研究了饱和多孔介质的

动力响应,讨论了三维饱和多孔介质的振动衰减特性。金波^[7]采用Fourier变换求解了多孔饱和固体的动力基本方程,发现荷载移动速度接近介质剪切波速时地面振动增大。蔡袁强等^[8]研究了轨道刚度对饱和地基动力响应的影响。高广运等^[9]采用2.5维有限元方法分析了移动荷载作用下饱和铁路地基的动力响应。Cao等^[10]采用半解析法建立了饱和路基上列车运行模型,发现列车速度为200 km/h时,减速能增加地面振动和孔隙水压力。孙宏磊等^[11]利用Fourier变换研究了移动列车荷载作用下饱和和半空间的动力响应,发现水相介质与荷载移动速度均对路轨系统和土体动力响应有影响。

高速列车饱和路基的地面振动与低速列车有一定差异,现有饱和路基振动研究中较少讨论孔隙水压力对地面振动的影响,而饱和路基地面振动与一般路基振动差异的主要原因为孔隙水压力作用。有必要分析高速列车运行条件下孔隙水压力的变化特点,讨论孔隙水压力与地面振动的关系。本文采用

Biot 多孔饱和介质原理,建立了饱和路基上 2.5 维有限元计算模型,研究饱和路基在不同列车运行速度下地面振动的衰减规律和孔隙水压力的变化,比较饱和地基振动与弹性地基的不同,讨论不同孔隙率和渗透系数对地基土孔隙水压力的影响。

1 列车一路基分析模型

1.1 饱和路基 2.5 维有限元模型

2.5 维有限元方法假定轨道和路基在列车的运行方向上材料特性和空间分布连续均匀,将三维有限元路基模型在列车运行方向上进行波数展开,在时间域上进行傅里叶变换,将三维动力响应问题转换为二维静力问题。路基三维有限元模型中节点位移表达式为 $u = (x, y, z)$,采用波数分解和时间域的傅里叶变换,可得到频率一波数域内有限元模型的节点位移表达式:

$$\tilde{u}(\xi_x, y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, y, z, t) e^{i\xi_x x} e^{-i\omega t} dx dt \quad (1)$$

式中: $\tilde{u}(\xi_x, y, z, \omega)$ 为频域一波数域位移解; ξ_x 为列车运行方向波数; ω 为振动圆频率; $i = \sqrt{-1}$ 。

采用有限元方法求得模型各节点的二维位移后,可通过双重傅里叶逆变换

$$u(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(\xi_x, y, z, \omega) e^{-i\xi_x x} e^{i\omega t} d\xi_x d\omega \quad (2)$$

得到三维时域一空间域路基振动的有限元位移解。

根据 Biot 饱和多孔介质理论,多孔介质和流体的平衡方程和连续方程可以表示为^[5]:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\epsilon_{kk} - \delta_{ij}p \quad (3)$$

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho\ddot{u}_i + \rho_w \dot{W}_i \quad (4)$$

$$-\frac{n}{K_f} \dot{p} = \dot{W}_{i,i} + \dot{u}_{i,i} \quad (5)$$

$$-p_i = \rho_w \ddot{u}_i + \frac{\rho_w}{n} \dot{W}_i + \frac{\rho_w g}{k_d} \dot{W}_i \quad (6)$$

式中: λ 和 μ 为土体的 Lamé 常数; ϵ_{ij} 、 σ_{ij} 和 F_i 为土体的应变分量、应力分量和体力分量; p 为孔隙水压力; δ_{ij} 为 Kronecker 符号; ρ 和 ρ_w 为饱和土体密度和孔隙水密度,其中有 $\rho = \rho_s(1-n) + \rho_w$, ρ_s 为土颗粒密度; n 为土体孔隙率; $W_i = n(\omega_i - u_i)$ 为孔隙水相对于土体的平均位移; K_f 和 k_d 分别为孔隙水的体积模量和渗透系数。

为采用 2.5 维有限元方法求解饱和多孔介质波

动方程,对式(6)采用傅里叶变换,解得孔隙水平均位移的表达式为:

$$W_i = F(\omega^2 \rho_w \tilde{u}_i - \tilde{p}_{,i}) \quad (7)$$

式中: $F = nk_d / (i\omega\rho_w g n - \omega^2 k_d \rho_w)$, 其中符号‘ $\sim$ ’代表频域内的解。

2.5 维有限元法为反映土体阻尼系数的影响,采用复数形式的 Lamé 常数推导有限元表达式^[4]:

$$\bar{\lambda} = (1 + 2i\beta)\lambda, \bar{\mu} = (1 + 2i\beta)\mu \quad (8)$$

式中: $\bar{\lambda}$ 、 $\bar{\mu}$ 为考虑土体阻尼的 Lamé 常数; β 为土体阻尼系数。

将式(7)代入式(4)和式(5),并且采用式(3)消去应力项,可以得到多孔介质频域内平衡方程为:

$$\begin{aligned} \bar{\mu}^c \tilde{u}_{i,jj} + (\bar{\lambda}^c + \bar{\mu}^c) \tilde{u}_{i,jj} + \omega^2 \rho \tilde{u}_i + \omega^2 \rho_w F(\omega^2 \rho_w \tilde{u}_i - \tilde{p}_{,i}) = 0 \\ - FK_f \tilde{p}_{,ii} + (\omega^2 \rho_w FK_f + K_f) \tilde{u}_{i,i} + n \tilde{p} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$(10)$$

根据多孔介质土体和流体渗流的边界条件,对式(9)采用 Galerkin 方法,可得满足边界条件的多孔介质有限元控制方程^[5]:

$$(\mathbf{K}'_{up} - \mathbf{M}_{up}) \tilde{\mathbf{u}} + (\mathbf{Q}'_{up} + \mathbf{Q}_{up}) \tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{f}}^s_{up} \quad (11)$$

同理求解式(10),得到有限元控制方程为^[5]:

$$(\mathbf{Q}''_{up}) \tilde{\mathbf{u}} + (\mathbf{H}_{up} + \mathbf{S}_{up}) \tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{f}}^q \quad (12)$$

结合式(11)和式(12)可以得到饱和地基 2.5 维有限元控制方程为:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (13)$$

$$\text{式中: } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{up} - \mathbf{M}_{up} & \mathbf{Q}'_{up} - \mathbf{Q}_{up} \\ \mathbf{Q}''_{up} & \mathbf{H}_{up} + \mathbf{S}_{up} \end{bmatrix}, \mathbf{R} = [\tilde{\mathbf{f}}^s_{up} \quad \tilde{\mathbf{f}}^q],$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix}.$$

1.2 轨道模型

假定轨道为铺设在地基上的欧拉梁,轨道动荷载表示为 $p_0 \delta(x - ct)$, 其中 p_0 为列车车轮的动荷载; $\delta(x)$ 为狄克拉函数。轨道的动力方程为:

$$EI \frac{\partial^4 u_r}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = f_{IT}(x, t) + p_0 \delta(x - ct) \quad (14)$$

其中: u_r 为轨道的位移; EI 为轨道的弯曲刚度; m 为轨道和枕木的综合质量; $f_{IT}(x, t)$ 为地基接触反力。

将轨道动力方程进行时间域傅里叶变换和列车运行方向的波数展开,得到铁轨频率域一波数域的

动力方程^[4]:

$$(EI\xi_x^4 - m\omega^4)u_r^{xt} = f_{IT}^{xt}(\xi_x, \omega) + p_0^{xt}(\xi_x, \omega)$$

(15)

式中: u_r^{xt} 为波数域—频率域位移; ξ_x 为波数变量。

1.3 列车荷载模型

根据列车作用在铁轨上的荷载表达式^[4],通过双重傅里叶变换,将变换后列车荷载直接作用在 2.5 维地基有限元模型。频域—波数域列车荷载表达式为^[4]:

$$\tilde{p}(\xi_x, y, z, \omega) = \frac{2\pi}{c} \delta(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}) \chi(\xi_x) \quad (16)$$

其中: $\chi(\xi_x) = \sum_{n=1}^{N-1} [P_{n1}(1 + e^{-ia\xi_x}) + P_{n2}(e^{-i(an+b_n)\xi_x} + e^{-i(2an+b_n)\xi_x})] e^{-i\sum_{k=0}^{N-1} L_k \xi_x}$

1.4 黏滞阻尼边界模型

采用黏滞阻尼吸波边界条件,已减小模型边界对应力波的反射^[12]:

$$\sigma = a\rho V_P \dot{w}, \tau = b\rho V_S \dot{u} \quad (17)$$

其中: a, b 为可调整吸波系数; V_P, V_S 分别为土层压缩波速和剪切波速; $\dot{w}, \dot{u}$ 分别为单元正向和切向速度。

2 模型验证

根据瑞典 X2000 列车实测地层参数、路堤参数和列车轴重参数^[4],采用本文 2.5 维有限元模型,计算列车以 70 km/h 和 200 km/h 运行时的时程曲线与实测结果对比如图 1。由图可知,本文 2.5 维有限元计算模型能较好模拟地面振幅随时间的变化。

3 饱和路基动力响应分析

3.1 计算参数

采用瑞典 X2000 高速列车的实测地层参数和列车参数。实测点的地层力学参数和列车参数^[4]如表 1、表 2。有限元路基计算模型如图 2。饱和路基孔隙率取 $n=0.3$,渗透系数取 $k_d=1.0\times10^{-6}$ m/s,孔隙水体积模量取 $K_f=1.5\times10^9$ N/m²。

表 1 地基层参数^[4]

Table 1 Parameters of subsoil

土层分布	厚度/m	密度/ (kg·m ⁻³)	V _s / (m·s ⁻¹)	泊松比
回填覆盖层	1.0	1 500	72	0.39
淤泥质黏土	3.0	1 260	41	0.35
黏土	4.5	1 475	65	0.41
黏土	15.0	1 475	87	0.33

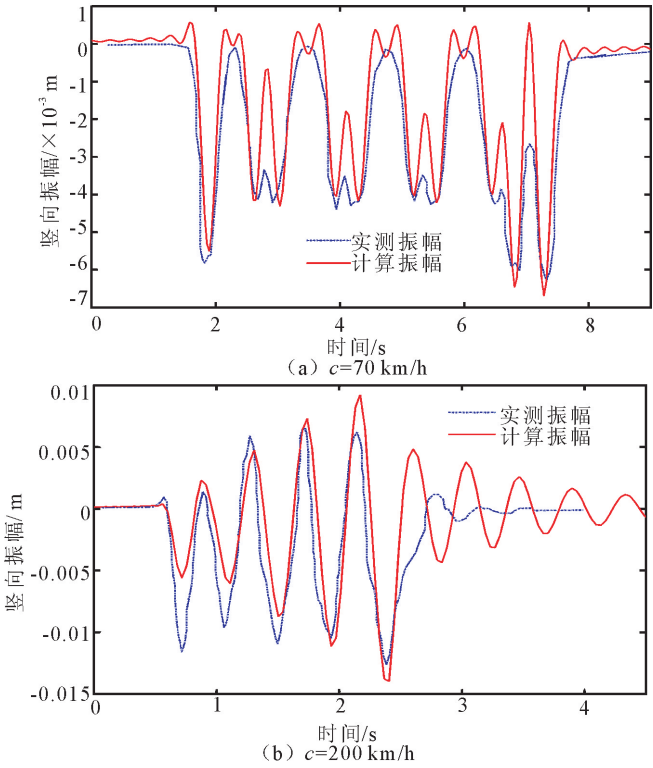


图 1 不同车速时轨道中心处地面振动时程曲线

Fig.1 Ground vibration time-history curves at the track center at different speeds

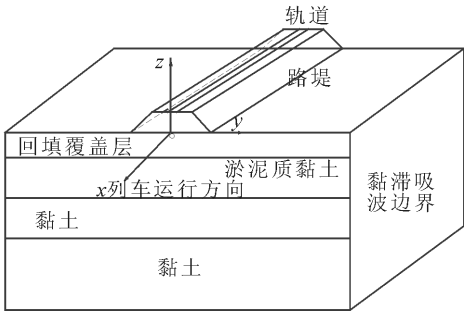


图 2 路基有限元模型图

Fig.2 The FE model of railway subgrade

表 2 X2000 列车轴重荷载分布^[4]

Table 2 Axle load distribution of train X2000

车厢编号	P_1/kN	P_2/kN	a/m	b/m	L/m
1	160.5	117.5	2.9	11.6	0.0
2	122.5	122.5	2.9	14.8	22.2
3	122.5	122.5	2.9	14.8	24.4
4	122.5	122.5	2.9	14.8	24.4
5	180.0	181.5	2.9	6.6	24.4

计算模型采用整体刚度系数,考虑轨道、枕木和道床的综合影响^[4]。轨道结构整体刚度取 $EI=1.4\times10^5$ kNm²,单位长度综合质量为 $m=1.08\times10^4$ kg/m。

3.2 地面振幅和孔隙水压变化分析

图 3 为列车运行速度取 200 km/h、252 km/h、324 km/h 和 396 km/h 时,弹性路基和饱和路基地面竖向振幅衰减曲线。由图可知,相同车速情况下饱和路基地面振幅均小于弹性路基。因为饱和路基中部分列车荷载由超静孔压分担,使土体的压应力减小,故地面振幅减小。当车速大于土体 Rayleigh 波速时(接近于土体剪切波速),饱和多孔介质的 Rayleigh 波具有弥散性,其存在若干个关键速度,当车速超过第一个关键速度后,仍然会遇到第二个关键速度^[7,9,11],引起饱和地基地面振幅增加,因此车速 252 km/h 时饱和路基地面振幅与弹性路基接近。

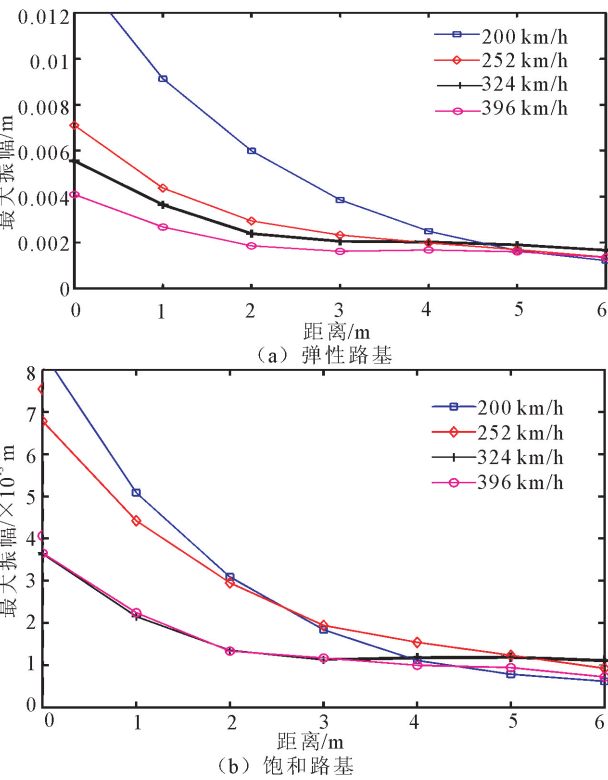


图 3 不同车速弹性路基和饱和路基地面振动衰减
Fig.3 The ground vibration attenuation of elastic subgrade and saturated subgrade at different train speeds

图 3(b)中列车运行速度分别为 324 km/h 和 396 km/h 时,饱和地基地面竖向振动幅值和衰减特性十分接近。因为列车运行速度提高导致地基振动的高频成分增加,孔隙水压力受高频振动影响大而来不及消散,造成孔隙水压力急剧增大。因此高速列车速度变化引起的路基应力变化,主要由孔隙水压力承担,而土骨架本身受到的影响小,导致饱和路基振幅变化小。

图 4 为车速取 200 km/h、252 km/h、324 km/h 和 396 km/h 时,轨道中心处孔隙水压力随深度的变化。由图可知,车速由 252 km/h 增加到 324 km/h 时,0.5 m 深处孔隙水压力减小约为 25.7 kPa;车速由 324 km/h 增加到 396 km/h 时,0.5 m 深处孔隙水压力减小约为 6.6 kPa。由于地基临界速度为 228 km/h^[4],当车速超过临界速度后,地面振动有所下降,即孔隙水压力下降。路基中高频振动成分随车速增加而增加,孔隙水压力大大提高,使得车速由 324 km/h 增加到 396 km/h 时,地基孔隙水压力减幅大大降低。

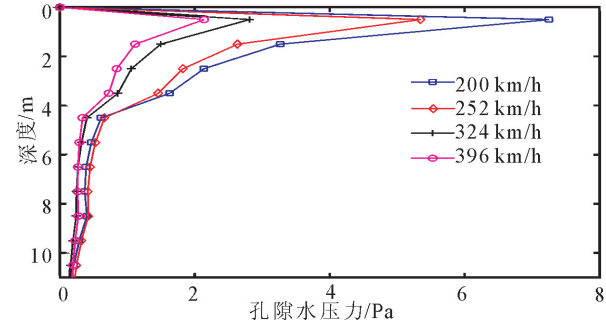


图 4 不同车速轨道中心处孔隙水压力随深度变化
Fig.4 The variation of pore water pressure with depth at the track center at different train speeds

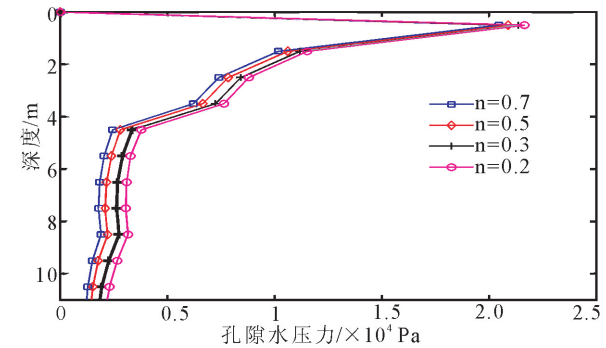


图 5 不同孔隙率车速 396 km/h 时孔隙水压力随深度变化
Fig. 5 The variation of pore water pressure with depth under different porosities at a speed of 396 km/h

3.3 饱和土体参数影响分析

图 5 为列车运行速度取 396 km/h,土体孔隙率分别为 0.2、0.3、0.5 和 0.7 时轨道中心处孔隙水压力随深度的变化。如图 5 所示,随孔隙率增加饱和路基孔隙水压力减小。由于饱和路基地面竖向振动幅值随孔隙率的增大而减小^[13],地面振幅下降,因此孔隙水压力下降。

图 6 为列车运行速度取 396 km/h 时,土体渗

透系数为 $k_d=1\times 10^{-7}$ m/s、 1×10^{-6} m/s、 1×10^{-5} m/s 和 1×10^{-4} m/s 时孔隙水压力随深度的变化。由图可知,浅部 0.5 m 内的孔隙水压力随渗透系数增加而增加,其下孔隙水压力随渗透系数增加而减小。由于随饱和土体渗透系数的增加地面振动幅值增大^[13],因此使浅部孔隙水压力增加;渗透系数越高,孔隙水压力消散速度越快,因此较深处地基孔隙水压力越小。

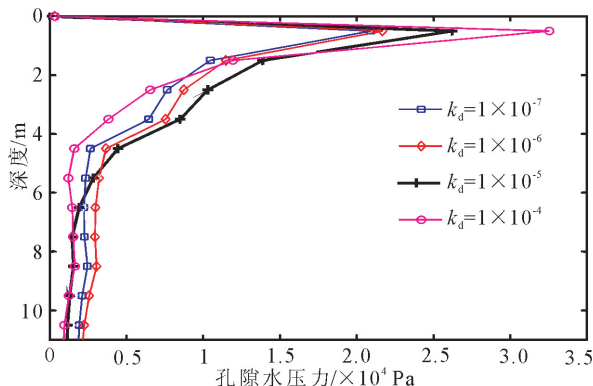


图 6 不同渗透系数车速 396 km/h 时孔隙水压力随深度变化

Fig.6 The variation of pore water pressure with depth under different os motic coefficients at train speed of 396 km/h

4 结论

本文基于 Biot 饱和多孔介质理论,建立了 2.5 维有限元饱和路基分析模型,通过 X2000 高速列车运行实测数据验证了本文模型,然后分析了饱和路基在高速列车荷载作用下的动力响应。结论如下:

(1) 饱和路基中列车振动产生的动应力由路基土和孔隙水压力共同承担,地面竖向振幅因孔隙水压力作用而减小。

(2) 车速较高时饱和路基中高频振动成分增大,车速增加引起的路基土应力增量主要由孔隙水压力承担,导致孔隙水压力大幅增加,车速增加引起的地面振幅变化减小。

(3) 列车高速运行时,随路基土体孔隙率减小,饱和路基中孔隙水压力增大;随土体渗透系数的增大,浅部 0.5 m 内的孔隙水压力增大,其下孔隙水压力随渗透系数增加而减小。建议高铁饱和路基采用密实、渗透系数较高的材料,有利于控制高铁地面振动。

参考文献(References)

- [1] 李志毅,高广运,冯世进,等.高速列车运行引起的地表振动分析[J].同济大学学报:自然科学版,2007,35(7):909-914.
LI Zhi-yi, GAO Guang-yun, FENG Shi-jin, et al. Analysis of Ground Vibration Induced by High-speed Train[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(7): 909-914. (in Chinese)
- [2] Sheng X, Jones C J C, Petyt M. Ground Vibration Generated by a Harmonic Load Acting on a Railway Track[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(1): 3-28.
- [3] YANG Y B, HUANG H H. A 2.5 D Finite/infinite Element Approach for Modelling Visco-elastic Bodies Subjected to Moving Loads[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, 51(11): 1317-1336.
- [4] 边学成,陈云敏.基于 2.5 维有限元方法分析列车荷载产生的地基波动[J].岩石力学与工程学报,2006,25(11):2335-2342.
BIAN Xue-chen, CHEN Yun-ming. Ground Vibration Generated by Train Moving Loadings Using 2.5 D Finite Element Method[J]. Chinese J Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(11): 2335-2342. (in Chinese)
- [5] Gao G Y, Chen Q S, He J F, et al. Investigation of Ground Vibration Due to Trains Moving on Saturated Multi-layered Ground by 2.5 D Finite Element Method[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012(40): 87-98.
- [6] 黄义,张玉红.饱和土三维非轴对称 Lamb 问题[J].中国科学: E, 2000, 30(4): 375-384.
HUANG Yi, ZHANG Yu-hong. The 3D Non Axisymmetric Lamb Problem for the Saturated Soil[J]. Science in China: Series E, 2000, 30(4): 375-384. (in Chinese)
- [7] 金波.高速移动荷载下多孔饱和地基的动力响应[J].力学季刊,2004,25(2):168-174.
JIN Bo. Dynamic Responses of a Poroelastic Half Space Generated by High Speed Load[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2004, 25(2): 168-174. (in Chinese)
- [8] 蔡袁强,孙宏磊,徐长节.轨道刚度对路轨系统及饱和地基动力响应的影响[J].岩土工程学报,2007,29(12):1787-1793.
CAI Yuan-qiang, SUN Hong-lei, XU Chang-jie. Effect of Rail Rigidity on Track-ground Vibration Due to a High-speed Train [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(12): 1787-1793. (in Chinese)
- [9] 高广运,何俊峰,杨成斌,等.2.5 维有限元分析饱和地基列车运行引起的地面振动[J].岩土工程学报,2011,33(2):234-241.
GAO Guang-yun, HE Jun-feng, YANG Cheng-bin, et al. Ground Vibration Induced by Trains Moving on Saturated Ground Using 2.5 D FEM[J]. Chinese J Geotechnical Engineering, 2011, 33(2): 234-241. (in Chinese)
- [10] Cao Z, Boström A. Dynamic Response of a Poroelastic Half-space to Accelerating or Decelerating Trains[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(11): 2777-2794.