

高粘性牛顿流体粘性耗散的快速计算方法

陈建军 任彦蓉

(青海大学化工学院, 西宁 810016)

摘要 螺旋泵可用来输送高粘性液体, 该过程中由于液体的温度升高而粘度降低, 因而其粘性耗散不能忽略。本文介绍一种上述情况下计算液体粘度、泵的功率和压力降的近似公式。

关键词 高粘性液体 粘性耗散 计算方法 压力降 粘度 螺旋泵

1. 引言

流体输送是化工生产中必不可少的环节。对用螺旋泵输送液体的过程进行工程计算时, 一般取进出口液体平均温度下的粘度。这种处理方法非常简便。但是, 如果所输送对象是高粘性液体时, 液体的温度升高和随之导致粘度的降低都比较明显, 这种情况下上述方法误差较大。本文介绍一种高粘性牛顿液体粘性耗散的快速计算方法^[1]。

2. 基本假定

对高粘性牛顿液体进行如下假定:

(1) 液体的比热为常数。即: $C_p = C_r = \text{常数}$

(2) 液体的密度是常数。即: $\rho = \text{常数}, \Delta \cdot \vec{v} = 0$

(3) 稳定状态流动。即: $(\frac{\alpha T}{\alpha t}) = 0$

(4) 非轴线分速度为零。即: $v_y = v_z = 0$

(5) 温度只取决于轴坐标。

(6) 轴向分速度既不是直径的函数, 也不是轴坐标的函数 ($v_x = \frac{V}{k\pi R_2} = \text{常数}$)。

(7) 热传导可忽略不计。即: $\nabla^2 T = 0$

(8) 液体与器壁之间的热交换可忽略不计。

(9) 动态粘度与温度的关系假定为:

$$\mu = B \cdot e^{A/T} \quad (1)$$

3. 理论依据

在非等温系统中, 具有恒定热传导率的牛顿液体其能量平衡可写为^[2]:

$$\rho C_v \frac{dT}{dt} = \lambda \nabla^2 T - T \left(\frac{\alpha P}{\alpha T} \right) \rho (\nabla \cdot \vec{v}) + \mu \phi_v \quad (2)$$

式中 ϕ_v 为消耗函数, 它表示在粘性切力作用下单位体积内机械能转化为热能的速率^[3]

$$\sigma_v = (\vec{\Delta})^2 \quad (3)$$

这里, $\vec{\Delta}$ 为变形速率的对称张力, 它与体系的条件相关。消耗函数也可以用单位体积内功率的形式表示⁽⁴⁾:

$$\sigma_v = \frac{P}{V \cdot \mu} \quad (4)$$

高粘性液体中流体旋转所需的功率通常用下式表示:

$$P = \rho^* \mu n^2 d^3 = K \mu \quad (5)$$

$$V = k \pi R^2 L \quad (6)$$

这里 ρ^* 是转子旋转所需的无因次功率, 它只受转子直径 d 和旋转速率 n 的影响; k 为流体流过总截面积的分数。结合前述基本假定和以上各式并引入质量流量 $\dot{m}$, (2) 式可整理为:

$$\dot{m} C_p \frac{dT}{dt} = \frac{BK}{L} e^{A/T} \quad (7)$$

整理上式并积分得:

$$\frac{KB}{\dot{m} L C_p} x + C_0 = I \quad (8)$$

式中 C_0 和 I 为积分常数。经数学推导得:

$$I = T e^{-A/T} \left[\frac{T}{A} - 2 \left(\frac{T}{A} \right)^2 + 6 \left(\frac{T}{A} \right)^3 \right] \quad (9)$$

$$C_0 = T_0 e^{-A/T} \left[\frac{T_0}{A} - 2 \left(\frac{T_0}{A} \right)^2 + 6 \left(\frac{T_0}{A} \right)^3 \right] \quad (10)$$

式中 T_0 为螺旋泵入口处液体温度。

4. 计算公式

4.1 液体温度的变化

将(9)式代入(8)式, 即可导出液体在泵内沿轴向移动时, 其温度 T 与轴向坐标 x 之间的函数关系为:

$$\frac{KB}{\dot{m} L C_p} x = \frac{T^2}{A} e^{-A/T} - \frac{2T^3}{A^2} e^{-A/T} + 6 \frac{T^4}{A^3} e^{-A/T} - C_0 \quad (11)$$

求解上式即可确定任一位置 x 处液体的温度。

4.2 液体粘度的变化

令 $\mu/B = \eta$ 整理(1)式有:

$$T = \frac{A}{C_a \eta} \quad (12)$$

用上式取代(11)式中的温度项 T , 则动态粘度与轴向函数之间具有如下关系

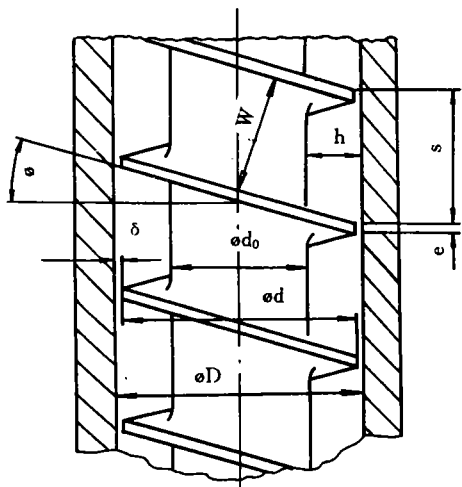
$$\frac{KB}{\dot{m} L C_p} x = \frac{A}{\eta \ln^2 \eta} - \frac{2A}{\eta \ln^3 \eta} + \frac{6A}{\eta \ln^4 \eta} - C_0 \quad (13)$$

x 确定, 就可以求出 η , 从而可以确定液体在泵出口处的粘度 μ 。

4.3 螺旋泵所需功率

设螺旋泵(见图)入口、出口、和泵内任意位置的轴向坐标 x 分别用 O 、 K 和 L 表示。液体粘度减小对功率的基本贡献为:

$$dp = \frac{K}{L} \mu(x) dx \quad (14)$$



螺旋泵元件图

确定积分上下限为 $x=0$ 和 $x=k$, 进行积分变换 $x=F(\eta)$, 经整理得:

$$P = AmC_p \left[\frac{1}{C_n \left(\frac{\mu_k}{B} \right)} - \frac{1}{C_n \left(\frac{\mu_0}{B} \right)} \right] \quad (15)$$

式中 μ_0 和 μ_k 分别为入口和出口处液体的粘度。出口温度可由(11)式进行计算, 由(13)和(12)式进一步求出出口液体的粘度。

上述方法同样适用于流动于循环管路中的高粘性液体。将(13)和(14)式中的 $\frac{K}{L}$ 用 $\frac{8V^2}{\pi R^4}$ 取代[5]后, 可计算总压降 ΔP

$$\Delta P = A\rho C_p \left[\frac{1}{\ln \left(\frac{\mu_k}{B} \right)} - \frac{1}{\ln \left(\frac{\mu_0}{B} \right)} \right] \quad (16)$$

4·4 螺旋泵的出口压力

可以用求需求功率的方法计算螺旋泵出口

压力, 其公式为:

$$P_{\max} = \frac{V_0 L}{K_P K} P \quad (17)$$

而

$$P = \frac{V_0 - V}{V_0} P_{\max} \quad (18)$$

这里 P 可由(15)式求出; V_0 是理想流动状态下液体的体积流量。遵照 Carley^[6] V_0 和 K_P 可由如下公式来确定。

$$V_0 = \frac{\pi^2 D^2 n h \sin \varphi \cos \varphi}{2} \left(\frac{S - x'e}{s} \right) \cdot (F_{dc} F_{de} - \frac{\delta}{h}) \quad (19)$$

$$K_P = \frac{\pi D h^3 \sin^2 \varphi}{12} \left(\frac{S - x'e}{S} \right) F_{pc} F_{pe} \quad (20)$$

而(17)式中的 K 可由下式进行计算^[7,8,9]:

$$K = 2\pi^3 n^2 L D^3 \left[\frac{1}{D - d_0} \frac{s - x'e}{s} (F_2 \cos^2 \varphi + 4 \sin^2 \varphi) + \frac{1}{D - d} \frac{e}{s} \right] \quad (21)$$

式中 F_{de} 、 D_{dc} 、 F_{pe} 、 F_{pc} ^[6] 和 F_2 均为修正因子, 可以查表确定^[8,9]。

5. 结语

采用一系列假定和简化后, 可用公式计算用螺旋泵输送高粘性牛顿液体时引起化学能粘性耗散时的功率需求和液体通过螺旋泵前后的压降。方程也给出了液体沿螺旋泵旋纹流动时温度的增加和动态粘度的减小。

附：

专 门 名 词

(均为 SI 制单位)

$A \cdot B$ ……(2)式中的常数；	R ……气体常数；
$C_{p,v}$ ……液体的热容；	V ……体积流速；
K ……其值由(6)式决定；	v ……速度；
K_p ……其值由(28)式决定；	T ……温度；
k ……流体截面积与总面积之比；	t ……时间；
m ……液体的质量流速；	x ……轴向坐标；
n ……旋转周期；	λ ……电导率；
P ……功率；	μ ……粘度；
p ……压力；	η ……无因次粘度
p_{max} ……最大压力；	$(\eta = \mu \cdot B^{-1})$
ϕ_v ……消耗函数	ρ ……密度
其余符号见图 1	

参考文献

[1]P · Seichter,Int. Chem. Eng. 1985,OCT,P,754
[2]Bird,R. Byron,Stewart,W,and Light foot,E. N. ,Transport phenomena,John wiley & Sons. Inc. 1960
[3]Bernhardt,E. C. ,Processing of Thermo—plastic Materials,Reinhold,New York,1959
[4]Nagata,S. ,Mixing principles and Applications,John Wiley & Sons,1975
[5]Skelland,A. H. P. ,Non—Newtonian Flow and Heat Transfer,John wiley & Sons,New york,1967
[6]Carley,J. F. ,Chem. Eng. Progr. 1962,58,P. 53
[7]Novak.V. ,Thesis,Technical University,Prague,1970
[8]Seichter,P. ,Dohnal,J. and Rieger,F. ,Coll. Czech. Chem. Commun. 1981,46,P. 2007
[9]Gore,V. L. and Mckelvey,J. M. ,in Rheology,vol. 3,Academic Press,New York,1960

A Rapid Method for Calculation of Viscous Dissipation in a Highly Viscous Newtonian Liquid

Ceng Jianjue Ren Yan Rong

(The College of Chemical Engineering of

Qinghai University, Xining 810016)

Abstract

Screw pumps can be used to highly viscous liquid. Viscous dissipation cannot be neglected during such pumping because it causes the temperature of liquid to rise and its viscosity to decrease. An approximate method is introduced for calculating the viscosity, the power of the pump and pressure drop under these conditions.

Key Words Highly viscous liquid, Viscous dissipation, Method of calculation, Pressure drop, Viscosity, Screw pump.