

# 数值天气预报中初值问题分析

马淑芬 张光智

(气象科学研究院天气气候研究所)

## 引言

所谓初值,实际上就是方程的解在初始时刻的值。如果用初始时刻的观测值直接作为初值,且不说观测误差造成的种种不准确会给预报带来较大的影响,即使观测得再准确,由于预报问题一般不是单纯的初值问题,还和其它的定解条件有关,观测值不一定能同时满足方程和其定解条件。又因预报方程根据的物理规律不是很准确的,很多与预报有关的自然现象并不能都描写出来,方程组的解和大气的解是不会完全一样的。再加上由于计算困难以及其它原因,各种预报模式又是原来方程组的进一步简化,因此不同的预报方案,须有不同的初值。近年来,预报模式采用原始方程的很多。众所周知,它对初值是非常敏感的,没有适当的初值就会给预报带来很大影响,甚至使预报无法进行下去,导致预报的失败。因此迫切需要找出与实际大气情况接近,并和方程组协调的初值。

选用初值时,首先必须使初始场本身互相协调。目前普遍采用的方法是使风场和气压场满足一定的平衡关系,用气压场决定风场,或者用风场决定气压场。这种处理初值的方法,一般叫做“静处理”,还有所谓“动处理”的方法。为了选取合适的平衡关系,我们首先对各有关物理量进行了分析计算,在这个基础上提出了几种“静处理”初值的方案。

## 一、对几种基本物理量的计算

我们对地转风和实测风的诸物理量,例如散度、涡度平流、倾向、地转偏差、地转风与实测风之比等进行了计算分析。计算时地转参数  $f$  在  $30^{\circ}\text{N}$  以北取实际值,在  $30^{\circ}\text{N}$  以南取  $f$  在  $30^{\circ}\text{N}$  的值。图 1 给出了 1974 年 4 月 19 日 500mb 高度场  $Z$  的实况图,图 2 是用该资料计算的地转风和同一天 500mb 实测风速的比值图

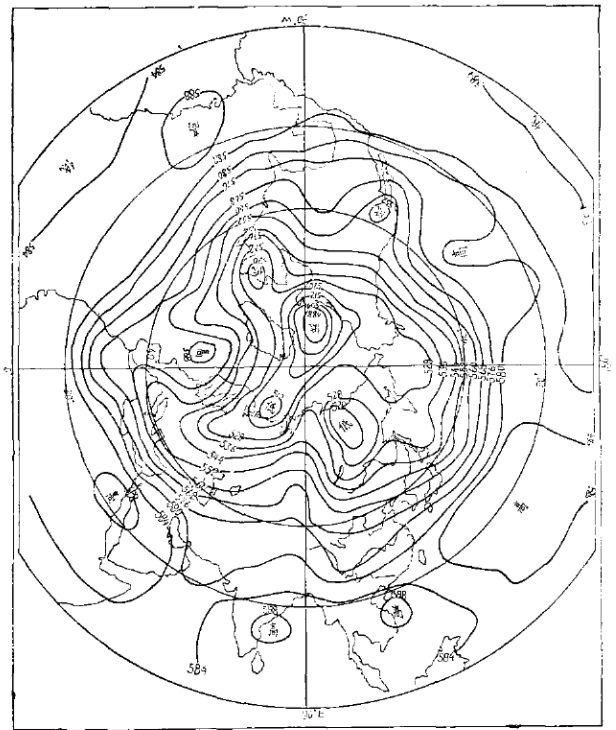


图 1 1974 年 4 月 19 日 500mb 高度场  $Z$  的实况图, 单位: 位势米

从计算结果可以看出,在中高纬度地转风(因篇幅所限,地转风图略去)与天气大形势环流趋势是比较一致的,但在较低的纬度出现了不合理的现象。在  $35^{\circ}\text{N}$  以南有较大的地转风,甚至出现了很大的中心(沿纬圈方向),这一结果与图 2 所示的地转风与实测风比值图是一致的,在  $35^{\circ}\text{N}$  以北除个别地区有较大数值,一般都是 1 左右,在  $35^{\circ}\text{N}$  以南则出现好几

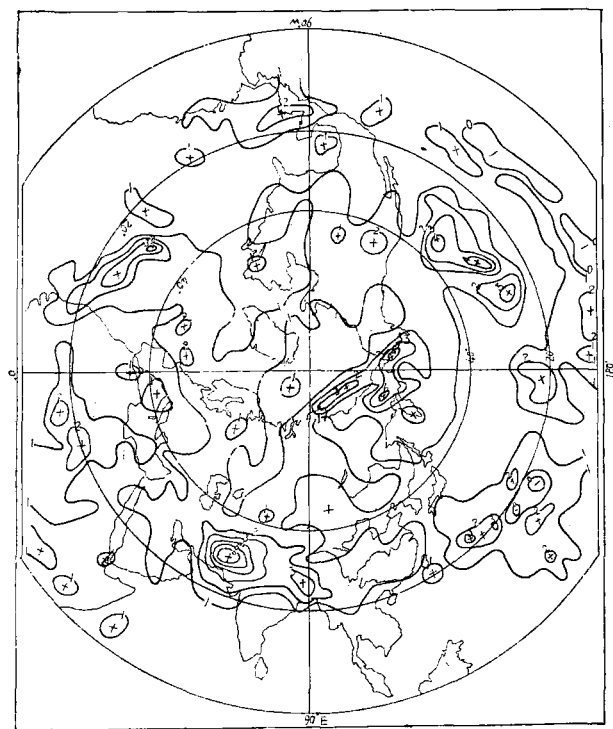


图2 地转风与实测风速比值图

个大的中心。

实测风平流与地转风平流(图略)相比,在 $40^{\circ}\text{N}$ 以北数量上相差不多,有的地方实测风平流甚至还偏小一些。而在 $40^{\circ}\text{N}$ 以南,地转风平流明显加大。有的格点上地转风平流比实测风平流大到10倍之多。其它如涡度、涡度平流也有类似情况。特别是地转风涡度分布图(图略)更能说明两者之间的差异。地转风涡度与实测风涡度(图略)相比较,在 $45^{\circ}\text{N}$ 以北两者无论就数值和相对于天气系统的配置,相差都不太大,而从 $40^{\circ}\text{N}$ 附近开始,越往南二者差别越大。在 $35^{\circ}\text{N}$ 以南,地转风涡度出现了混乱现象,有与天气形势很不配合的大的正、负中心,而实测风涡度则没有这种情况。例如,在 $10-20^{\circ}\text{N}$ 范围内的中国南海地区,印度半岛南部都有数值在 $-200 \times 10^{-3}$ /小时以上的负涡度中心,而实测风涡度在这两相应地区都不超过 $-50 \times 10^{-3}$ /小时。

由以上讨论可以看出,在 $40^{\circ}\text{N}$ 以北,地转风还能作为实际风的一种近似。但愈往低纬与地转风有关的各物理量与实际风相应的各物理量相比差距愈大,出现了与天气形势不配合的不合理情况。在 $20^{\circ}\text{N}$ 以南,如果还采用地转风来作为实际风场的近似,应该认为是十分有害的。当初值采用地转风时,为了协调迫使修改方程中的科氏参数 $f$ ,即在某一纬度以南取

常数,这在实际上都是人为的强加给方程的修改,是十分不合理的,必定会更直接地影响数值预报的效果,在实际的预报业务中我们也已经碰到了这样的问题。

从上面的有关物理量分析结果表明,在中高纬度,用地转风求出的诸物理量与实测风求出的接近;而在低纬度用实测风求出的诸物理量,与天气系统的配置比用地转风求出的合理。根据叶笃正等的论证,在中高纬度,以气压场为主,流场向气压场适应;在低纬度,以流场为主,气压场向流场适应,这个结论和前面的计算结果在定性上是一致的。在这些结果的基础上,我们采用了在 $20^{\circ}\text{N}$ 以南用实测风决定高度,在 $45^{\circ}\text{N}$ 以北高度不变;而在过渡地区用加权的办法来确定高度场的方案。为了比较,还设计了其它的一些方案,并用实际资料进行了计算。

## 二、网格坐标和加权办法

各种方案均用统一的网格坐标和加权方法,现分别叙述如下。

### 1. 网格坐标

坐标原点在北极, X轴从 $0-180^{\circ}\text{E}$ , Y轴从 $90^{\circ}\text{E}-90^{\circ}\text{W}$ 。采用以 $60^{\circ}\text{N}$ 为标准的极射赤面投影,正方形网格,北半球区域。

为了得到网格坐标上的风,我们可以先把观测的风化为球面坐标上的值。设测站观测到的风向、风速各为 $\alpha$ 、 $V$ ,则向东和向北的分量 $\hat{u}$ 、 $\hat{v}$ 各是

$$\begin{aligned}\hat{u} &= V \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) \\ \hat{v} &= V \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)\end{aligned}\quad (1)$$

将北半球各测站的 $\hat{u}$ 、 $\hat{v}$ 值,经过人工分析内插到网格点上,如果设沿 $x$ 和 $y$ 方向的风的分量各是 $u$ 、 $v$ ,则我们可以得到

$$\begin{aligned}u &= -\frac{1}{\sqrt{i^2 + j^2}}(j\hat{u} + i\hat{v}) \\ v &= -\frac{1}{\sqrt{i^2 + j^2}}(j\hat{v} - i\hat{u})\end{aligned}\quad (2)$$

式中 $i$ 、 $j$ 是原点在北极的网格点坐标。

### 2. 加权办法

将北半球从北至南分成三个区域,则任一物理量 $A$ 可以表示作

$$A = \begin{cases} A_1, & \varphi \geq 45^{\circ}\text{N} \\ A_2 = S_1 A_1 + S_2 A_2, & 20^{\circ}\text{N} < \varphi < 45^{\circ}\text{N} \\ A_3, & \varphi \leq 20^{\circ}\text{N} \end{cases}\quad (3)$$

这里  $A_1$  和  $A_3$  各是按某种平衡关系求出的  $A$  值。

$$S_1 = \alpha(R_{20} - R)/(R_{20} - R_{45}),$$

$$S_2 = \beta[1 - (R_{20} - R)/(R_{20} - R_{45})];$$

$R$ 、 $R_{20}$ 、 $R_{45}$  分别表示由极地到某个格点和  $20^\circ\text{N}$ 、 $45^\circ\text{N}$  纬圈的距离的平方。

$$R = [(i - i_p)^2 + (j - j_p)^2]d^2;$$

$i_p$ 、 $j_p$  为极地的坐标， $d$  为网格距。

$$R_{20} = C_1 \frac{1 - \sin 20^\circ}{1 + \sin 20^\circ};$$

$$R_{45} = C_1 \frac{1 - \sin 45^\circ}{1 + \sin 45^\circ};$$

$$C_1 = \left[ \frac{(1 + \sin 60^\circ)}{d} R_0 \right]^2.$$

$R_0$  为地球半径， $\alpha$ 、 $\beta$  为加权系数，试验时取为 1。

### 三、几种确定初值的方案和其结果的比较

方案一（当风场，高度场均有资料时，确定高度初值的方案）。

计算分如下三个步骤：

1. 用两种办法求相对涡度  $\xi$ ；

1) 用高度求：

$$\xi_1 = m^2 \frac{g}{f} \nabla^2 z \quad (4)$$

用实测风求：

$$\xi_3 = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v}{m} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u}{m} \right) \right] m^2 \quad (5)$$

式中  $m$  是地图放大系数，其它都是气象上常用的符号。将  $\xi_1$ 、 $\xi_3$  按前面的办法加权（用  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  分别代替（3）式中的  $A_1$ 、 $A_3$ ）得到新的涡度场记为  $\bar{\xi}_1$ 。

2) 用地转风求涡度

用高度求出地转风，再通过平衡方程

$$\hat{\xi}_1 = m^2 \frac{g}{f} \nabla^2 z - m \frac{v_z}{f} \frac{\partial f}{\partial x} + m \frac{u_z}{f} \frac{\partial f}{\partial y} - \alpha \frac{m^2}{f} J(u_z, v_z) \quad (6)$$

求出  $\hat{\xi}_1$ ，再将  $\hat{\xi}_1$  和（5）式求出的  $\xi_3$  加权（用  $\hat{\xi}_1$  作  $A_1$ ， $\xi_3$  作  $A_3$ ）得新的涡度场记为  $\bar{\xi}_2$ 。

$\bar{\xi}_1$ 、 $\bar{\xi}_2$  是经加权平均后得到的，效果都比单独的实测风涡度和地转风涡度好。低纬度地带混乱状态不存在了，尤其第二种办法更好些（图略）。它与实测风涡度分布很象，与天气系统配合更为清楚。

2. 求流函数  $\psi$

用  $\bar{\xi}_1$  求解泊松方程  $m^2 \nabla^2 \psi = \bar{\xi}_1$  得到的流函数记为

$\bar{\psi}_1$ ，用  $\bar{\xi}_2$  解泊松方程得到的记为  $\bar{\psi}_2$ 。 $\bar{\psi}_1$ 、 $\bar{\psi}_2$  也都比单纯用地转涡度求出的流函数更好。它们与大的天气形势很一致，尤以  $\bar{\psi}_2$ （见图 3）更好。不仅大的槽脊位置和强度表现出来了，而且小系统也能描写出来。例如，河套地区的小槽表现得比较明显；四川北部的小槽比其它图上的更为清楚；我国中南地区南北系统也明显的分成了两支，而到入海处又汇合在一起，这与实况是一致的。

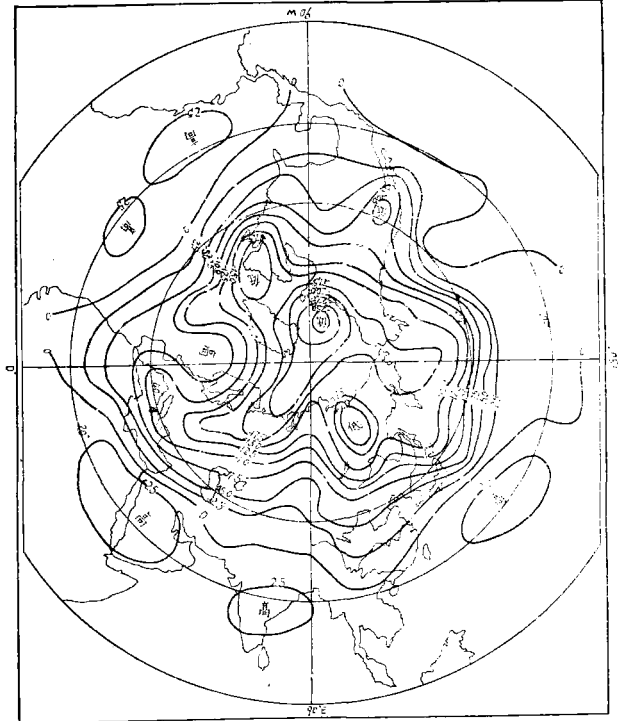


图 3 流函数场  $\bar{\psi}_2$ ，单位  $\text{m}^2/\text{s}$

3. 求高度场  $z$

用求出的  $\bar{\psi}_1$ 、 $\bar{\psi}_2$  按方程

$$g \nabla^2 z = f \nabla^2 \psi + \nabla f \cdot \nabla \psi + 2m^2 \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \quad (7)$$

求解出的高度分别记为  $z_1$ 、 $z_2$ 。

方案二（只有风场资料时，高度初值的确定）。

用实测风场求解方程

$$f \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v}{m} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u}{m} \right) \right] + \frac{v}{m} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{u}{m} \frac{\partial f}{\partial y} + \alpha \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right) = g \nabla^2 z \quad (8)$$

得出高度场，记为  $z_3$ 。在求解（8）时，为了使各项的截断误差接近，计算  $\nabla^2 z$  项时使坐标轴向逆时针方

向旋转了  $45^\circ$ ，边界条件取实况高度。

将方案一和方案二的计算结果进行了比较，由实测风场求解得到的高度场  $z_3$  与实况大的环流形势差不多，但高低压中心有减弱的趋势。例如北美北部的低压中心，实况是低于 488 位势什米，而对于  $z_3$  场相应处却为 496 位势什米；英国附近的高压实况有 568 位势什米的中心，而  $z_3$  场上却显示不出来。由  $z_3$  与实况之差（图 4）可以看到，低压区比实况高，对应正的偏差中心；高压区比实况低，对应负的偏差中心。在中高纬度平均偏差是 5 位势什米，低纬度地区不超过 5 位势什米，平均为 2 位势什米。

将  $z_2$  场与实况比较，在大的环流形势上有的地方比  $z_3$  场要好一些。例如美洲西北部两个大低压在  $z_3$  场上有明显减弱，而  $z_2$  场却较清晰；对于小的天气系统来说也是如此，例如巴尔喀什湖的小槽也比  $z_3$  场明显。但就全场的高度值来说，有普遍比实况偏高的现象。

$z_1$  场与实况相比，基本形势还能显示出来。与  $z_2$  场一样高度值也有普遍比实况增高的情况，比  $z_2$  场还要更明显一些。

从上面的讨论可以看出，单纯采用  $z_1$ 、 $z_2$  或  $z_3$  场作为高度场作初值虽然可行，但仍不理想。考虑到中高纬度地转关系较好，低纬度地区风的资料要好一些，因而可以采用实况高度  $z$  与  $z_3$  场加权（用  $z$  作  $A_1$ ， $z_3$  作  $A_3$ ）得新的高度场  $z^*$ ， $z^*$  与实况之差由图 5 给出。

比较图 4 和图 5 可知，图 5 的结果有较大改进。形势上与实况也很一致，偏差最大值在 1—2 位势什米。用这样得到的高度场  $z^*$  作为初值，可以认为风场与高度场，不论在中高纬度或在低纬度都是比较协调的，至少达到了一定程度的风压场平衡。

方案三（仅有高度场资料时，高度初值的确定）。

一般来说，在中高纬度风的资料比较少，特别在阴天或有降水时。为此，我们还考虑了只有高度资料，如何确定初值的问题。

采用了两种办法。其一是用实测高度场  $z$  求出所谓“简单流函数” $\psi$ ，再用  $\psi$  解平衡方程求出高度记为  $z_4$ ，然后  $z$  与  $z_4$  加权平均后得到的  $z_4^*$  作为初值。另一种办法是用实测高度求得地转风  $u_g$ ， $v_g$ ，然后解平衡方程求出  $z_5$ ，再用  $z$  与  $z_5$  加权得到  $z_5^*$ 。

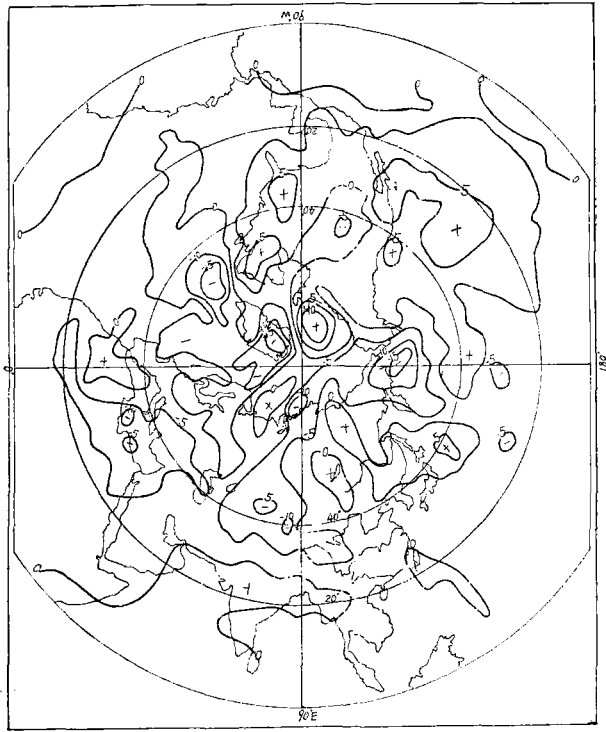


图 4 由风场解散度方程得高度  $z_3$  与实况高度之差，单位：位势什米

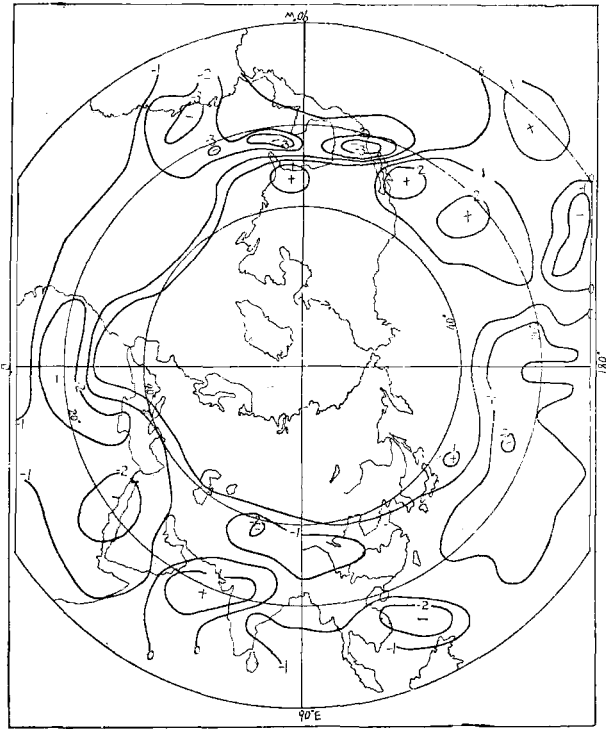


图 5 加权场  $z_3^*$  与实况之差，单位：位势什米。

1. 首先求流函数  $\psi = \frac{g}{f} z$ , 其中  $\bar{f} = 2\omega \sin 45^\circ$ , 再由方程

$$g\nabla^2 z_4 = f^2 \nabla^2 \psi + \nabla f \cdot \nabla \psi + 2m^2 \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \quad (9)$$

求出  $z_4$ , 把  $z$  与  $z_4$  加权得到新的高度场  $z_4^*$

2. 先用实测高度  $z$  求地转风

$$u_g = -\frac{mg}{f} \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$v_g = \frac{mg}{f} \frac{\partial z}{\partial x}$$

然后, 再用如下方程求高度  $z_5$

$$m^2 g \nabla^2 z_5 = m^2 f \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_g}{m} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_g}{m} \right) \right] + m v_g \frac{\partial f}{\partial x} - m u_g \frac{\partial f}{\partial y} + 2m^2 J(u_g, v_g)$$

把  $z_5$  与实况高度  $z$  加权得到  $z_5^*$  场。

### 3. 计算结果分析

计算了两个例子。实况高度分别采用 1974 年 4 月 19 日和 1978 年 6 月 1 日北半球 500mb 高度场。

先分析 1974 年 4 月 19 日的计算情况, 加权后的高度场  $z^*_4$  与  $z^*_5$  天气系统的配置与实况基本一致。从  $z^*_5$  与实况高度之差 (图略) 来看, 副高大部份与实况只相差 1 位势什米, 在副高中心只有极个别点的差值达 3 位势什米, 对  $z^*_4$  与实况的差值在 1 位势什米以上的范围远比  $z^*_5$  与实况的差值范围大得多, 最大值可达 4 位势什米。

在第二个例子中,  $z^*_4$  与实况还较相似, 但副高相差大些,  $z^*_5$  场要好一些, 对实况图上的两个副高中心均能表示出来, 只是范围要小一些, 中心数值稍低, 从  $z^*_5$  与实况  $z$  的差值 (图略), 一般只相差 1 位势什米, 且范围小, 零散, 只有副高中心个别点的数值要高一点。

## 结束语

从上面的讨论中可以看出, 在这些方案中, 在高度和测风资料全都具备时, 以采用方案一进行初值处理较好。也就是如果有高度和测风资料时, 在  $45^\circ\text{N}$  以北, 采用地转风; 在  $20^\circ\text{N}$  以南采用实测风; 在过渡带采用加权平均, 求高度场则采用方案一中求  $z_2$  的办法较好。同样, 在只有风场资料时可用方案二。在只有高度资料时, 如风全部用地转风 (某纬度以南  $f$  加以处理), 则高度场采用方案三的第二种方法较好, 这样也可以使风压场近似平衡, 用这样的风场和高度场作初值, 应该认为是较为协调的, 而且没有使原来的高度场 (实况) 有显著的改变。从计算来看也费时不多, 这些方案看来是行得通的。

以上我们对几种初值的方法进行了试验, 提出了一些可行的途径, 究竟那种为好, 可根据当时的资料情况, 计算机条件等决定。

本文承廖洞贤同志指导, 在此表示深切的感谢。

## 参考文献

- Yeh, T. C. (叶笃正): On the formation of quasigeostrophic motion in the atmosphere, The 75th Anniversary Volume of the Meteor. Soc. of Japan, 130—134(1957).