

三维粘弹介质地震波场有限差分并行模拟

王德利, 雍运动, 韩立国, 廉玉广

(吉林大学地球探测科学与技术学院, 吉林 长春 130026)

摘要:有限差分法在三维粘弹性复杂介质正演模拟地震波的传播中对计算机内存和计算速度要求比较高, 单个 PC 机或工作站只能计算较少网格内短时间的波场。本文介绍一种基于 MPI 的并行有限差分法, 可在 PCcluster 上模拟较大规模三维粘弹性复杂介质中地震波传播时的波场; 可预测地震波在此类条件下传播时的运动学和动力学性质。对于更好地理解波动传播现象, 解释实际地震资料及反问题的解决等均具有重要的理论与实际意义。

关键词: 三维粘弹性介质; 地震波场模拟; 并行计算; MPI; 有限差分

中图分类号: P315.3⁺1, P631.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0844(2007)01-0030-05

Parallel Simulation of Finite Difference for Seismic Wavefield Modeling in 3-D Viscoelastic Media

WANG De-li, YONG Yun-dong, HAN Li-guo, LIAN Yu-guang

(College Of Geoeexploration Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract: When finite difference (FD) method is used in modeling the propagation of seismic wave in 3-D viscoelastic complex media, it consumes vast quantities of computational resources. So on single PC or workstation, 3-D calculations are still limited to small grid sizes and short seismic wave traveltimes. In this paper, the parallel FD algorithm which based on a message passing interface(MPI) is introduced to solve above problem properly. Using PCcluster we can calculate the wavefield of the large 3-D viscoelastic complex models, furthermore predict and understand the kinematic and dynamic properties of seismic waves propagating through the models of the crust. It helps us in every stage of a seismic investigation.

Key words: 3-D viscoelastic media; Seismic wavefield simulation; Parallel computing; MPI; Finite difference

0 引言

地震正演模拟是地震勘探和地震学的重要基础, 不但在石油、天然气、煤、金属和非金属等矿产资源勘探及工程和环境地球物理研究中发挥着重要作用, 而且在地震灾害预测、地震区带划分以及地壳构造和地球内部结构研究中也得到相当广泛的应用。在各种地震数值模拟方法中, 最早出现的是有限差分法, 由于其能够准确的模拟任意均匀介质中的波场而被广泛应用。

Day 和 Minster^[1] 于 1984 年第一次利用 Padé 近似法成功的将二维时间域模拟方法应用到粘弹性介质中。Emmerich 和 Korn^[2] 发现这种方法存在质量低劣和计算效率低的问题, 他们建议用一种基于流变学的“广义标准线性体”(generalized standard linear solid, 简称 GSLs) 模型来近似介质的粘弹性, 并发展了适合于标量波传播的 2 维有限差分算法。基于该模型, Robertsson 等人^[3] 引入了速度-应力

收稿日期: 2006-09-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(40604013)

作者简介: 王德利(1973-), 男(汉族), 山东莒南人, 主要从事高分辨率地震数据处理、各向异性介质地震波场正演模拟及参数反演方法研究。

的交错网格有限差分法来模拟 P-SV 波在 2 维粘弹介质中传播情况,后来又将其算法推广到三维情况。该方法的最大缺点是需要大量的计算机内存,虽然基于松弛机制叠加原理^[1,4]的线性粘弹理论缓解了这一问题,但该方法仍然难以在单个 PC 机或工作站上对大规模进行正演模拟。

上述问题现在可通过 PC 机并行计算解决。通过网络把 PC 机连接成为一个 PCCluster,将计算所需内存分配到 PCCluster 中的每个 PC 机(节点)上,并使多个 CPU 同时并行运算,从而使可计算规模大大增加,计算时间显著缩短。由于 PCCluster 投资少,性价比高,可扩展性好,编程方便等优点,利用 PCCluster 来模拟三维复杂介质中的波场,不仅可以解决内存不够和运算能力不够的问题,而且可以充分利用分散的计算资源,从而节省大量资金。本文介绍一种用 6 台 PC 机组成的 PCCluster 模拟三维粘弹层状介质中波场的情况。

1 PCCluster 与 MPI

PCCluster 是一组独立的 PC 机(节点)的集合体,节点间通过高性能的互网络连接。各节点除了可以作为一个单一的计算机资源供交互式用户使用外,还可以协同工作并表现为一个单一的、集中的计算资源供并行计算任务使用^[5]。随着 PC 机 CPU 性能的不断提高,网络技术的不断发展和 PCCluster 开发工具的更加成熟,PCCluster 系统近年来迅速发展,成百上千个 PC 机通过使用高速互网络连接组成的 PCCluster 可以提供接近甚至超过传统超级计算机的计算能力,而这个系统的价格却只是具有同等计算能力的超级计算机的几十分之一。

MPI(Message Passing interface)是目前最重要的一个基于消息传递的并行编程工具,用于开发基于消息传递的并程序。MPI 是一个库,而不是一门语言,其目的是为用于提供一个实际可用的、可移植的、高效的和灵活的消息传递接口库^[6]。MPI 以语言独立的形式来定义这个接口库,并提供了与 C 和 FORTRAN 语言的绑定。一个用标准 C 或 FORTRAN 加上 MPI 实现的消息传递并程序,可不作修改地运行在单台 PC 机、单台工作站、机群系统上。

2 粘弹介质中的波动方程与差分求解

利用 GSLS 模型来反映介质的粘弹性在模拟计算中对波的传播的影响。一个 GSLS 模型是由 L

个 Maxwell 体与一个弹簧 k_0 并行组成,其地震品质因子 Q 为^[7]

$$Q(\omega, \tau_\alpha, \tau) = \frac{1 + \sum_{l=1}^L \frac{\omega^2 \tau_\alpha^2}{1 + \omega^2 \tau_\alpha^2} \tau}{\sum_{l=1}^L \frac{\omega \tau_\alpha}{1 + \omega^2 \tau_\alpha^2} \tau} \quad (1)$$

其中 ω 表示角频率; $\tau = \frac{\tau_\alpha}{\tau_\alpha} - 1$, 是用来在有限差分模拟时节省内存和减少计算量, τ_α, τ_α 分别为第 l 个 Maxwell 体的应力弛豫时间和应变延迟时间, $\tau_\alpha = \frac{\eta_l}{k_l}, \tau_\alpha = \frac{\eta_l}{k_0} + \frac{\eta_l}{k_l}$ 。当 $l=1$ 时,GSLS 体中只有一个 Maxwell 体与弹簧 k 并连,此时的 GSLS 称为标准线性体(SLS)。对于一个 SLS,当 τ 不变, τ_α 变化时, $Q-W$ 曲线幅度不变,频率发生变化; τ_α 不变, τ 变化时幅度变化,频率不变。因此, τ 的大小决定 SLS 的 Q 值。一个 SLS 的 Q 的一个很好的估计为 $Q \approx \tau/2$ 。

在一个 SLS 体中应力-应变的关系是^[3,8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} &= \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \{M(1 + \tau^p) - 2\mu(1 + \tau')\} + \\ &2 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \mu(1 + \tau') + r_{ij} \quad \text{当 } i = j \text{ 时} \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} &= \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \mu(1 + \tau') + r_{ij} \\ &\quad \text{当 } i \neq j \text{ 时} \end{aligned} \quad (2)$$

r_{ij} 被成为记忆变量,有如下关系:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{ij}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_\sigma} \left\{ (M\tau^p - 2\mu\tau') \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + 2 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \mu\tau' + r_{ij} \right\} \\ &\quad \text{当 } i \neq j \text{ 时,} \\ \frac{\partial r_{ij}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_\sigma} \left\{ \mu\tau' \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + r_{ij} \right\} \\ &\quad \text{当 } i = j \text{ 时} \end{aligned} \quad (3)$$

动量守恒方程:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (4)$$

σ_{ij} 代表第 ij 个应力张量; v_i, x_i, f_i 代表 i 方向的速度、坐标、和外力($i, j = x, y, z$); ρ 代表密度。 M, μ 用来限定在参考频率 ω_0 处 P 波和 S 波的相速度 v_{p_0} 和 v_{s_0} , 而参考频率应该与震源的中心频率相同,从而使主频以 v_{p_0} 和 v_{s_0} 传播。为了达到此目的, M 和 μ 定义为

$$M = v_{p_0}^2 \rho R^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{i\omega_0 \tau_\alpha}{1 + i\omega_0 \tau_\alpha} \tau^p}} \right) \quad (5)$$

$$\mu = v_{s0}^2 \rho R^2 \left(\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{i\omega_0 \tau_d}{1 + i\omega_0 \tau_d} \tau^s}} \right) \quad (6)$$

$R()$ 代表了括号内自变量的实部,参数 τ_d, τ^p 和 τ^s 在预设的 Q 谱下由最小二乘法优化得到^[3]。

方程(2-4)可用交错网格离散化,用一个二阶中心差分来近似时间微分,一个四阶交错中心差分来近似空间微分。引入四阶交错向前差分 D_x^+ 和 D_x^-

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{(i+\frac{1}{2})h} \approx D_x^+[f(i)] =$$

$$\frac{1}{24h}[-f(i+2) + 27(f(i+1) - f(i)) + f(i-1)],$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{(i-\frac{1}{2})h} \approx D_x^-[f(i)] =$$

$$\frac{1}{24h}[-f(i+1) + 27(f(i) - f(i-1)) + f(i-2)]$$

差分 D_x^+ 和 D_x^- 分别近似连续方程 $f(x)$ 在 $i^+ = (i + \frac{1}{2})h$ 和 $i^- = (i - \frac{1}{2})h$ 处的导数。时间域的偏导数 $\frac{\partial}{\partial t}$ 由 Crank-Nicholson 公式近似给出

$$\frac{\partial f^n(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{(i, j, k, n)} \approx \frac{f^{n+}(i, j, k) - f^{n-}(i, j, k)}{\partial t}$$

将以上算子分别代入方程(2-4)式,可得到详细的有限差分方程。

图 1 给出了 12+6 个动态变量的交错空间位置(包括 6 个应力元 σ_{ij} , 6 个记忆变量 r_{ij} , 3 个速度分量 v_i , 3 个体力元 f_i), 还有 5 个介质参数(包括系数 M 和 $\mu, \tau^p, \tau^s, \rho$)。12+6 个动态变量表达波的传播, 5 个常量定义粘弹体结构和性质。该网格在时

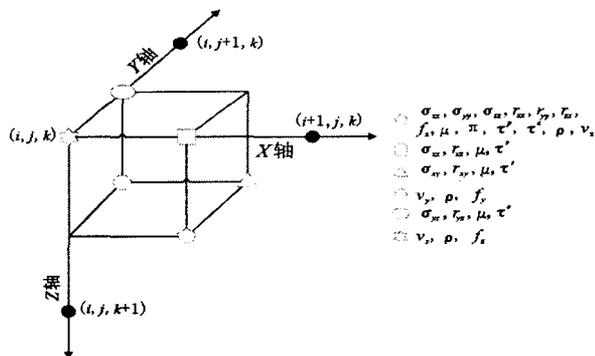


图 1 12+6 个动态变量的交错空间位置图

Fig. 1 Elementary finite-difference cell showing locations of 12+6 dynamic variables.

间和空间是交错的。

3 并行化计算

将 3-D 模型按 PCcluster 节点个数分解为相应

个数的子模块,每个节点计算一个子模块中的波场^[10]。不同分解方法优缺点不同:若从一个方向将模型切成节点个数个子模块,对每个节点来说,使得必须与其交换信息的节点个数最小^[11];若从多个方向将模型切成节点个数个子模块,则使得节点之间要交换的信息量最小。包含模型顶部的节点采用自由表面边界条件;包含模型其他边界的节点采用吸收边界条件。在子模块边界划分出一个一半网格步长宽的过渡层,利用该层来实现子模块之间波场信息(如应力 σ_{ij} 和速度 v_i)的交换(图 2)。在每个时步结束后子模块之间进行一次信息交换。每当信息交换完毕后,过渡层总是拥有从相邻节点得到的最新的波场信息,是计算本子模块内部网格下一个时步前两个网格点应力和质点速度的空间微分时必须的。由于在每个时步结束后节点间要交换大量的数据,节点间通信质量成为决定 PCcluster 加速性能的一个重要决定因素。通信时间与计算时间之比越小,PCcluster 加速性能越高。

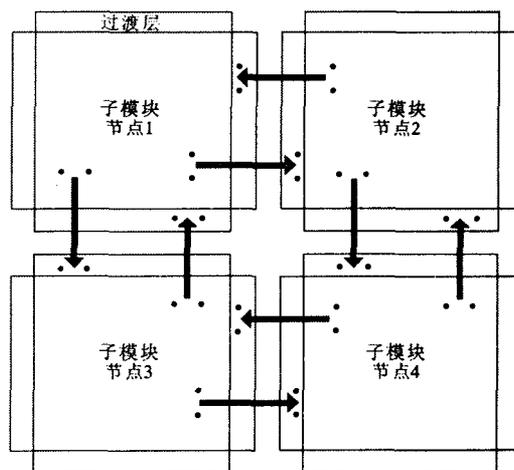


图 2 子模块模型(每个节点计算 1 个子模块的波场。子模块之间的信息交流是通过过渡层来完成的,箭头代表子模块之间的信息交流)

Fig. 2 Decomposition of global grid into subgrids.

三维有限差分模拟需要大量的内存,当采用并行计算时,这些需求可分散到各个节点上。每个节点内存需求大约是总内存需求除以节点个数。按照本文的计算方法,每个节点需要的内存约为 $92N/p$ 字节,其中 N 为总网格点个数, p 为计算节点个数。由此可见,节点个数越多时,可计算的模型规模越大。

这里我们将 6 台 PC 机采用室内网连成一个 PCcluster,分别用 1~6 个节点计算一个 $N=100^3$ 规模的模型中的波场,统计不同节点计算时总耗时

和 CPU 计算时间。然后根据 Amdahl 加速性能定律来求取加速比。设 W 为问题的规模(定义为给定问题的计算总量), W_s 为 W 的串行分量, W_p (包括通信时间)为 W 中可并行化的部分(显然 $W = W_s + W_p$), S 为加速比, 则有

$$S = \frac{W_s + W_p}{W_s + W_p/P} \quad (7)$$

图 3 是分别用 1~6 个节点计算上述模型 10 毫秒内波场所用的总时间 W 、计算时间 W_p 、加速比 S 。可发现随着节点的增加总的计算时间和并行计算时间显著缩短, 加速比不断增加, 6 个节点加速比达到 4.2, 总运算时间比单机缩短了约 75%。但是受 W_s 和通信时间的限制, 加速比增长越来越慢。因此使问题尽量并行化和提高节点间数据交换能力是提高 PCCluster 性能的关键。

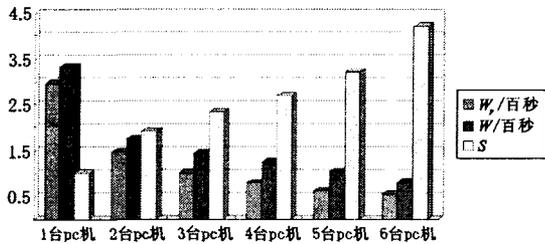


图 3 1~6 个节点加速比测试结果

Fig. 3 The speedup on 1~6 PEs.

4 计算实例

这里用 6 个节点组成的 PCCluster 来模拟粘弹性层状介质中地震波传播情况。模型包含 $200 \times 100 \times 300$ 个网格点(分别指 x, y, z 方向, z 方向指垂直方向), 网格距为 3 m。模型共分 3 层: 第 1 层为随机粘弹介质, 2, 3 层为均匀粘弹介质。第 1 层中 P 波波速 v_p 按照高斯分布, 均值为 2 000 m/s, v_p 的波动标准偏差为 2.5%。S 波波速 v_s 和 ρ 密度按照砂岩中它们与 v_p 的经验关系换算得到($v_s = -314.59 + 0.61v_p$, $\rho = 1498.0 + 0.22v_p$, Han, 1986)。介质各向同性波动自协方差方程为

$$A(r) = \frac{\sigma^2}{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)} \left(\frac{r}{a}\right)^{\nu} K_{\nu} \left(\frac{r}{a}\right) \quad (8)$$

其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, ν 是赫斯特系数; a 是相关步长; σ 是标准偏差; Γ 是伽玛函数; K_{ν} 是改进后的第二类贝塞尔函数。该方程就是具有随机过程的 von Karman 自协方差函数, 该方程的特征是当尺寸小于 a 时介质为不规则体或自我仿射体。不规则体的维数 $D = 4 - \nu$, 当 $\nu = 1$ 时 ($D = 3$) 介质变化平稳, 当 $\nu = 0.1$ 时 ($D = 3.9$), 介质变化很剧烈。这

里取 $\nu = 0.15, a = 45$ m。对式(7)作傅氏变换, 将变换后得到的振幅谱开方后乘以一个从 $-\pi$ 到 π 之间的任意相位, 之后再作付氏反变化可得到随机介质模型^[12]。

在一个 SLS 的 Q 的一个很好的估计为 $Q \approx \tau/2$, 当取不同的 τ 值时可得到不同的 Q 值, 当 τ 值取很小时 Q 值变的非常大, 这时认为介质是弹性介质。粘弹性模型各层参数见表 1。

表 1 模型各层的参数

	v_p / [m · s ⁻¹]	v_s / [m · s ⁻¹]	ρ / [kg · m ⁻³]	Q_p	Q_s	H / m
第一层	2 000 (均值)	905 (均值)	1 938 (均值)	50	40	420
第二层	2 500	1 210	2 048	66.7	50	290
第三层	3 000	1 515	2 158	80	100	∞

震源采用垂直方向力点源, 主频为 30 Hz, 震源中心位于 300 m; 150 m; 3 m。大约在 0.21 s 的时候初至波到达第一个反射界面, 大约 0.7 s 时到达第二个界面。

从图 4 中可以清楚的看到三维粘弹介质中波前的传播状况与规律。可以看出波在遇到两种不同介质的界面时发生了反射和透射, 由于介质的随机性也产生了绕射波和散射波, 增加了地震波场的复杂程度。

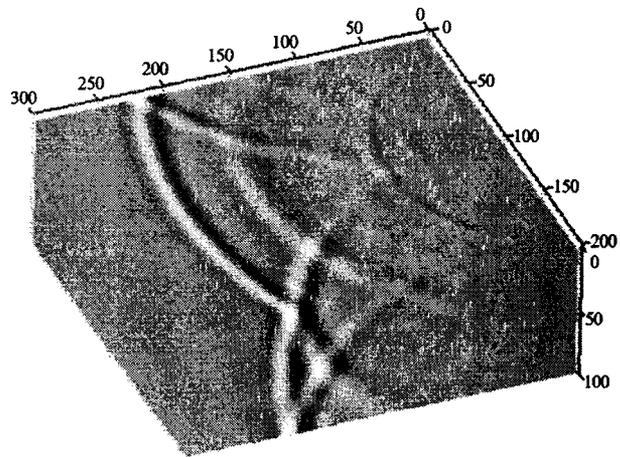


图 4 0.38 s 时的 z 分量 3 维快照图

Fig. 4 3D snapshot at 0.38 s in z direction.

图 5 为地质模型的地震波场合成记录。从图中可以看出, 约 0.42 s 处接收到的为第一个波阻抗界面的 P 波反射波, 0.52 s 秒处为转换波; 约 0.68 s 处接收到第二个波阻抗界面的 P 波反射波。

5 结论

有限差分法能够准确模拟地震波在任意介质中的传播, 从而被广泛的应用于地震正演计算中。并行计算大大的扩展了该方法的实用性, 使大规模的

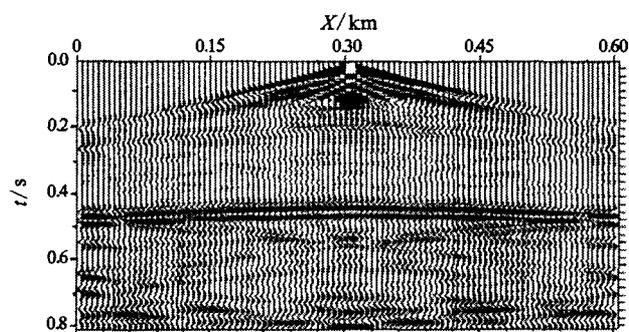


图 5 模拟生成的 100 道单炮地震记录图
(每道 1 771 个采样点)

Fig. 5 Simulant seismograms recorded by 100 receivers.

三维复杂介质的正演模拟可以在普通的 PC 组成的 PCCluster 上运算。本文通过对三维层状粘弹介质中波场的模拟,可以看出并行有限差分模拟时间能够显著的缩短,可计算网格数大大增加。并行计算技术为三维复杂介质中地震波场模拟开辟了一条新的道路。

[参考文献]

- [1] Day S M, J B Minster. Numerical simulation of attenuated wavefield using a pade approximant method[J]. Geophys. J. R. astr. Soc. ,1984,78:105-118.
- [2] Alterman Z S. Finite difference solutions to geophysical problems[J]. Journal of Physics of the Earth, 1968,16:113-128.
- [3] Johan O A Robertsson, Joakim O Blanch. Viscoelastic finite-difference modeling[J]. Geophysics,1994,59(9):1444-1456.
- [4] Liu H P, Anderson D L, Kanmori H. Velocity dispersion due to anelasticity implication for seismology and mantle composition[J]. Geophys. J. R. astr. Soc. . 1976,47:41-58.
- [5] 陈国良. 并行计算——结构·算法·编程[M]. 北京:高等教育出版社,1999.
- [6] 陈国良. 并行算法实践[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [7] J O Blanch, J O A Robertsson, William W Symes. Modeling of a constant ;methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique[J]. Geophysics , 1995, 60(1):176-184
- [8] Carcione J M, Kosloff D, Kosloff R. Wave propagation simulation in a viscoelastic medium[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society,1988, 93:597-611.
- [9] A R Levander. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms[J]. Geophysics,1988,53:1425-1436.
- [10] Thomas Bohlen. Parallel 3-D viscoelastic finite difference seismic modeling[J]. Computers & Geosciences. 2002, 28: 887-899.
- [11] J O Blanch, A C Cheng, G L Varsamis. Attainable computational speed for large-scale seismic modeling on PC-based cluster[A]//SEG Annual Meeting[C]. 2005.
- [12] Roth ,Korn Michael. Seismic waves in random media[J]. Journal of Applied Geophysics. 1993,29: 247-269.