

不同地表情况下 Cooray-Rubinstein 算法的应用及其精度检验

樊艳峰^{①②}, 张其林^{①②*}, 李东帅^{①②}, 高金阁^{①②}, 申元^③

① 南京信息工程大学 气象灾害教育部重点实验室, 江苏 南京 210044;

② 南京信息工程大学 大气物理学院, 江苏 南京 210044;

③ 云南电网有限责任公司电力科学研究院, 云南 昆明 650217

* 联系人, E-mail: zhangqilin71@163.com

2012-05-15 收稿, 2014-03-25 接受

电网雷电预警技术研究及雷电预警系统开发(K-YN2013-186); 配电网综合防雷体系研究与工程示范(YNKJQQ00000274); 国家重点基础研究发展计划(2014CB441405); 国家自然科学基金资助项目(41275009; 41575004)

摘要 将雷电水平电场 Cooray-Rubinstein(C-R)算法推广应用于地表电导率垂直分层的情况,并利用时域有限差分(FDTD)方法对不同地表情况下 C-R 算法的精度进行检验。结果表明,C-R 算法的适用条件为:距离回击通道为 100~1 000 m、地表电导率介于 0.001~0.01 S/m,最大误差小于 10%。当土壤电导率均匀分布时,C-R 算法的精度最好;对电导率水平分层的情况,当上层电导率小于下层电导率时,C-R 算法的精度较优;当电导率垂直分层时,若观测点处的土壤电导率小于闪击点处的电导率时,C-R 算法的计算精度较高,反之,精度较低;对任何光滑有耗地表而言,利用 C-R 算法计算的首次回击水平电场的精度优于继后回击。

关键词

C-R 算法

FDTD

雷电水平电场

电导率分布

精度分析

雷电是一种高电压、大电流的瞬时放电现象,其产生的强电磁辐射能够耦合到电力传输线中,对电力系统构成严重的威胁(张其林等,2010;余占清等,2013;孙哲和魏鸣,2016)。针对电力系统遭受雷电损坏不断增加的现状,如何切实有效提高电力系统雷电防护水平已经成为一个重要的研究课题。这就需要了解架空电力传输线所处的雷电电磁环境,准确计算架空线上耦合的感应电压。

架空输电线感应过电压计算模式主要有 Taylor 模型(Taylor et al.,1965)、Agrawal 模型(Agrawal et al.,1980)和 Rachidi 模型(Rachidi,1993)。其中,利用 Agrawal 模型需要准确计算雷电水平电场。然而,目前还没有比较好的观测手段来测量雷电水平电场,这是因为电力传输线一般都架设在距离地表几米的高度处,在这个位置上雷电垂直电场比水平电场大 1~2 个数量级(Thomson et al.,1988;Shoory et al.,2011b;陈红兵等,2012),即雷电垂直电场会

对水平电场产生屏蔽效应,只要探测雷电水平电场的天线略微倾斜就会受到垂直电场的干扰,对测量结果造成很大的误差,因此对于雷电水平电场的计算就显得尤为重要。Sommerfeld(1909)最早利用地表面偶极子辐射理论解决了地闪回击电磁场沿有限电导率大地的传播问题,但是 Sommerfeld 型积分方程收敛速度很慢,计算特别耗时。

为了解决这一问题,许多学者尝试用不同的数值计算方法求解雷电水平电场。Cooray(1992)最早利用表面阻抗理论对雷电水平电场进行了研究,不过该方法最初只适用于均一介质的地表,且观测点只能位于地表面,之后 Rubinstein(1996)将这种方法推广至可以近似计算不同高度、地表电导率均匀情况下的雷电水平电场,推广后的方法即被称作 Cooray-Rubinstein(C-R)算法(Cooray,2002)。然而实际地表面的情况非常复杂,很少是单一介质的情况,鉴于此 Shoory et al.(2011a)基于表面阻抗和衰

引用格式:樊艳峰,张其林,李东帅,等,2017.不同地表情况下 Cooray-Rubinstein 算法的应用及其精度检验[J].大气科学学报,40(1): 118-126.

Fan Y F, Zhang Q L, Li D S, et al., 2017. Application and accuracy validation of the Cooray-Rubinstein formula for different soil conductivity[J]. Trans Atmos Sci, 40(1): 118-126. doi: 10.13878/j.cnki.dqkxxb.20120515001. (in Chinese).

减函数的理论提出了一种新的算法,可以用来计算地表电导率水平分层情况下的雷电水平电场。该方法假设地表由上下两层不同介质组成,上层介质具有一定厚度,如果将上下两层介质选取相同的参数,同样可以计算地表电导率均匀情况下的雷电水平电场,因此这种新的算法其实是 C-R 算法的一种更为普遍的形式。本文基于 Wait and Householder (1958)、Wait and Walters (1963) 和 Wait (1974) 提出的混合路径情况下衰减函数以及 Shoory et al. (2011b) 提出的表面阻抗,将 C-R 算法推广到地表电导率垂直分层(即电磁波传播路径上存在不同介质)的情况,更加丰富了 C-R 算法对于不同地表情况下水平电场计算的应用。

对于 C-R 算法的适用范围,许多学者都进行过探讨。Rubinstein (1996)、Cooray (2002, 2010) 及 Yutthagowith et al. (2009) 的研究表明,C-R 算法适用于电导率介于 $0.001 \sim 0.01 \text{ S/m}$ 的地表介质,且观测点需处于距离回击通道 $100 \sim 1\,000 \text{ m}$ 的范围。这些研究只是给出了 C-R 算法的基本适用条件,由于输入电流模式的不同或者地表电导率分布情况不同,C-R 算法的精度也可能有所变化。因此,本文将利用时域有限差分方法(FDTD)对不同地表情况下 C-R 算法的精度进行检验,旨在进一步探讨 C-R 算法的适用条件,为回击产生的水平电场提供更加可靠的预估。

1 不同地表电导率分布情况下的 C-R 算法

1.1 地表电导率分布情况

考虑到实际地表的情况,本文在建立回击水平电场辐射模型时将地表电导率的分布情况分为三

种,即均匀分布、水平分层和垂直分层,其中地表电导率均匀分布的模型较为简单,即认为地表由均一介质组成。图 1 给出了地表电导率水平分层(a)和垂直分层(b)的示意图,其中 H 为回击通道高度, d 为观测点与回击通道的水平距离, z 为观测点距地垂直高度。在地表电导率水平分层情况下, h 为上层介质的厚度;而在地表电导率垂直分层情况下, d_1 为观测点与两层介质分界面的水平距离。 ε_0 和 μ_0 分别表示真空中的介电常数和真空中的磁导率,介质的电导率、相对介电常数和相对磁导率分别用 σ 、 ε 和 μ 表示,并用下标 1、2 区分两种介质。

1.2 不同地表电导率分布情况下的 C-R 算法

假设观测点距离回击通道的水平距离为 d ,距地表面高度为 z ,在地表电导率均匀和水平分层情况下,C-R 算法的表达式为:

$$E_h(z, d, j\omega) = -H_{\phi, \infty}(0, d, j\omega) \cdot W(0, d, j\omega) \cdot Z + E_{h, \infty}(z, d, j\omega) \quad (1)$$

其中: $E_h(z, d, j\omega)$ 是地表电导率均匀或者水平分层情况下观测点处的水平电场; $H_{\phi, \infty}(0, d, j\omega)$ 为假定地表电导率无限大情况下地表处的水平磁场; $E_{h, \infty}(z, d, j\omega)$ 为假定地表电导率无限大情况下观测点处的水平电场; Z 为均匀电导率地表的表面阻抗或者地表电导率水平分层情况下的等效表面阻抗; $W(0, d, j\omega)$ 为考虑电磁波在有耗地表情况下传输效应时的衰减函数。Cooray (1992, 2002, 2010)、Rubinstein (1996) 和 Shoory (2011b) 给出了 Z 和 $W(0, d, j\omega)$ 的具体表达式。

Wait and Householder (1958)、Wait and Walters (1963) 和 Wait (1974) 对地表电导率垂直分层情况下的衰减函数进行了研究,并给出了两个不同的衰减函数表达式,其表达式分别为:

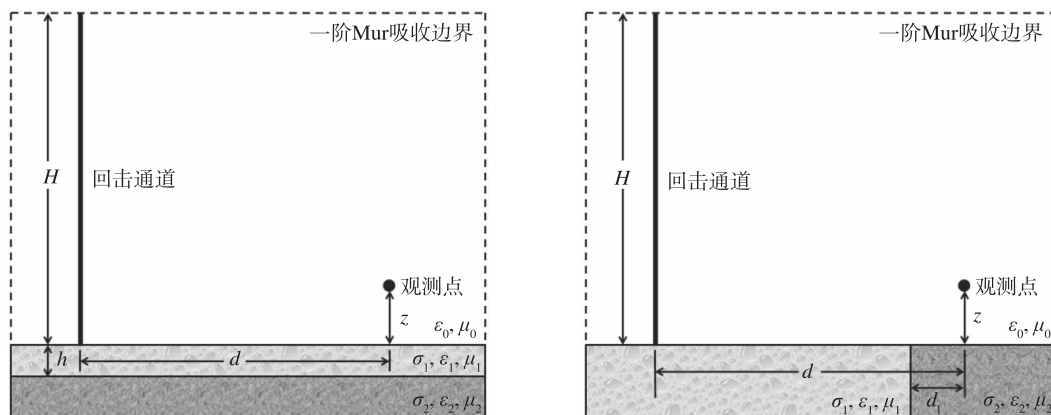


图 1 雷电电磁场沿电导率水平分层(a)和垂直分层(b)地表传播示意

Fig.1 Propagation of the lightning electromagnetic fields over (a) horizontally and (b) vertically stratified ground

$$W(0, d, j\omega) = W_1(0, d, j\omega) - \sqrt{\frac{\gamma_0 d}{2\pi}} (\Delta_2 - \Delta_1) \int_0^{d_1} \frac{W_1(0, d-x, j\omega) W_2(0, x, j\omega)}{\sqrt{x(d-x)}} dx. \quad (2)$$

$$W(0, d, j\omega) = W_2(0, d, j\omega) - \sqrt{\frac{\gamma_0 d}{2\pi}} (\Delta_1 - \Delta_2) \int_0^{d-d_1} \frac{W_2(0, d-x, j\omega) W_1(0, x, j\omega)}{\sqrt{x(d-x)}} dx. \quad (3)$$

公式中下标 1 和 2 用来区分垂直分层的两种介质,回击通道所处位置为介质 1,观测点所在位置为介质 2。其中:

$$W_n(0, x, j\omega) = 1 - j\sqrt{\pi p_n} e^{-p_n} \operatorname{erfc}(j\sqrt{p_n}). \quad (4)$$

$n=1, 2$, erfc 为误差修正函数,

$$p_n(x) = -0.5\gamma_0 x \Delta_n^2. \quad (5)$$

$$\gamma_0 = j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}. \quad (6)$$

Δ_n 是两种介质各自的归一化表面阻抗:

$$\Delta_n = \frac{\sqrt{j\omega \varepsilon_0 [\sigma_1 + j\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_n - 1)]}}{\sigma_1 + j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_n}. \quad (7)$$

$$Z_n = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \Delta_n. \quad (8)$$

基于 C-R 算法在地表电导率均匀分布和水平分层情况下的应用,本文利用上述衰减函数将 C-R 算法推广至地表电导率垂直分层的情况,其表达式与公式(1)一致。值得注意的是,当 $|\Delta_2| < |\Delta_1|$ 时衰减函数用公式(2),当 $|\Delta_2| > |\Delta_1|$ 时衰减函数用公式(3),而垂直分层 C-R 算法公式中的 Z 取决于观测点所处位置介质的表面阻抗 (Zhang et al., 2012a, 2012b, 2012c)。

由此可见,地表电导率均匀分布、水平分层和垂直分层情况下的 C-R 算法在表达形式上一致,只是不同情况下其衰减函数和表面阻抗有所区别,而不同的地表情况可能对该方法的计算精度会造成一定的影响。

2 回击模型及 FDTD 方法

2.1 回击模型

本文选用 Thottappillil et al. (1997), Thottappillil and Rakov (2001) 提出的方法计算公式(1)中的理想电场 $E_{n,\infty}(z, d, j\omega)$ 和理想磁场 $H_{\phi,\infty}(0, d, j\omega)$ 。采用 MTL 回击模型 (Rakov and Dulzon, 1991), 假

设回击通道为 7.5 km, 回击速度为 $v = 1.5 \times 10^8$ m/s。Diendorfer and Uman (1990) 认为回击电流由电晕电流和击穿电流组成,当回击前沿以速度 v 到达通道某一高度时,引起储存在先导电晕核和电晕鞘的先导电荷以不同的时间常数被吸收进回击头部,并以光速向下传输,由于电晕核和电晕鞘的导电性不同,所以堆积在这两部分内的先导电荷被回击过程中和的快慢程度不同。根据这一理论,本文同样将雷电流分解为击穿电流和电晕电流,而每个电流成分都用 Heidler 函数来模拟,不过其特征参量取值不同,具体参数见表 1 (Rachidi et al., 2001),回击电流表达式如下:

$$i(0, t) = \frac{I_{01}}{\eta_1} \left[\left(\frac{t}{\tau_{11}} \right)^{n_1} + 1 \right] e^{-\frac{t}{\tau_{12}}} + \frac{I_{02}}{\eta_2} \left[\left(\frac{t}{\tau_{21}} \right)^{n_2} + 1 \right] e^{-\frac{t}{\tau_{22}}}.$$

其中,

$$\begin{cases} \eta_1 = e^{-\left(\frac{\tau_{11}}{\tau_{12}}\right)^{\frac{1}{n_1}}}, \\ \eta_2 = e^{-\left(\frac{\tau_{21}}{\tau_{22}}\right)^{\frac{1}{n_2}}}. \end{cases}$$

表 1 首次和继后回击基电流参数

Table 1 Parameters of the first and subsequent return stroke channel base currents

	$I_{01}/$ kA	$\tau_{11}/$ μ s	$\tau_{12}/$ μ s	n_1	$I_{02}/$ kA	$\tau_{21}/$ μ s	$\tau_{22}/$ μ s	n_2
首次回击	28	1.8	95	2				
继后回击	10.7	0.25	2.5	2	6.5	2	230	2

图 2 给出了利用表 1 中参数得到的基电流的波形,其中 1 为首次回击波形,2 为继后回击波形,可以发现两种电流波形的波头上升陡度具有明显的区别,即首次回击电流波形与继后回击电流波形相比,其包含的高频分量较少。

2.2 FDTD 方法

利用 FDTD 计算得到的水平电场对不同地表情况下的 C-R 算法进行精度检验。FDTD 以 Yee 元胞为空间电磁场离散单元,将麦克斯韦旋度方程转化为差分方程,在时间轴上逐步推进地求解,有很好的稳定性和收敛性。本文在计算雷电通道周围产生的电磁场时假设回击通道垂直于地表,所以空间电磁环境具有沿雷电通道轴对称的结构特点,因此可以采用二维圆柱坐标系下的 FDTD 方法来实现。在 FDTD 中,时间步长和空间步长并不是相互独立

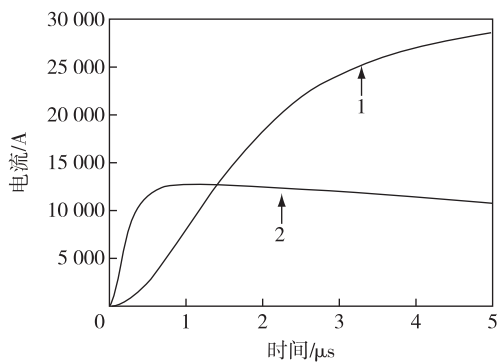


图2 首次回击和继后回击电流波形

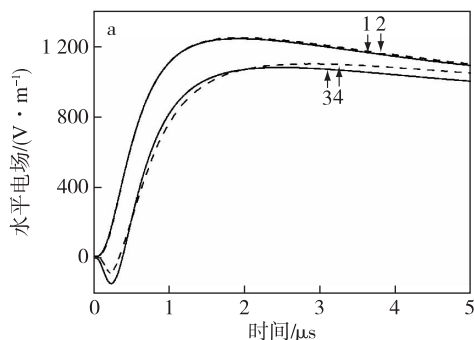
Fig.2 Channel-base current waveforms for the first and subsequent return strokes

的,他们的取值必须满足一定关系,否则数值结果将不稳定。为使得计算满足 FDTD 稳定性要求,时间步长选取应满足 Courant 稳定性条件,由于计算机容量的限制,FDTD 计算只能在有限区域内进行,因此其网格总要在某处被截断。为了能够模拟开域的电磁散射过程,在计算区域的截断边界处必须给出吸收边界条件,即在网格的截断处尽量不产生波的反射(如图1中虚线所示),这样向外传播的波就像是在无限大空间传播一样。

本文在 FDTD 计算中采用一阶 Mur 边界 (Mur, 1981),并选取了 $2\,000 \times 2\,000$ 个网格,每个网格空间步长为 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$,时间步长设置为 1.66 ns 。通过对 FDTD 中时间步长、空间步长以及吸收边界的设定,就可以实现对回击通道周围水平电场的数值模拟。

3 不同地表情况下雷电水平电场模拟结果与 C-R 算法精度检验

根据之前学者的研究 (Rubinstein, 1996;



Cooray, 2002, 2010; Yutthagowith et al., 2009), C-R 算法适用于观测点距回击通道 $100 \sim 1\,000\text{ m}$ 的范围,地表电导率需介于 $0.001 \sim 0.01\text{ S/m}$ 。按照最大误差法原理,本文在对 C-R 算法的精度检验中选取上述适用范围的两个极端。考虑到实际情况中电力架空线的平均高度,本文在计算中假设观测点距离地面的垂直高度 z 为 10 m 。

3.1 地表电导率均匀情况下的 C-R 算法及其精度检验

首次回击和继后回击由于其特征参数不一致,所以可能导致 C-R 算法的计算精度有所偏差,因此需要分别对这两种回击电流进行分析。针对表2中给出的不同参数配置,本文首先利用继后回击电流作为模式电流对雷电水平电场进行数值模拟。计算结果如图3所示,其中实线为 FDTD 模拟结果,虚线为 C-R 算法模拟结果,波形1、2对应的地表电导率为 0.01 S/m ,波形3、4对应的电导率为 0.001 S/m 。图3a中观测点距离回击通道水平距离 100 m ,图3b中观测点距离回击通道水平距离 $1\,000\text{ m}$ 。

表2 不同参数配置

Table 2 Parameters considered for calculation

水平距离 d/m	地表电导率 $\sigma/(\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$
100	0.01
100	0.001
1 000	0.01
1 000	0.001

在距离回击通道较近时雷电水平电场主要体现出静电场的特征,但是静电场和感应场分量随着距离的衰减要远大于辐射场分量的衰减。当观测点与

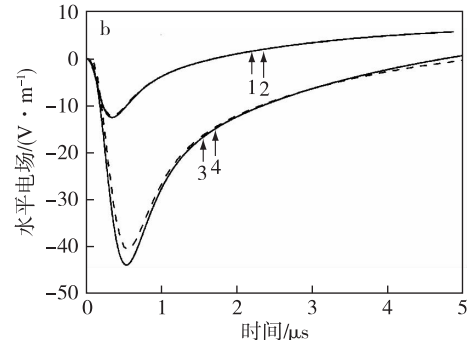


图3 均匀电导率继后回击两种算法对照(实线表示 FDTD 模拟结果,虚线表示 C-R 算法模拟结果;波形1、2对应的地表电导率为 0.01 S/m ,波形3、4对应的电导率为 0.001 S/m)

a.水平距离 100 m ; b.水平距离 $1\,000\text{ m}$

Fig.3 Comparison of the two different methods over homogeneous ground due to subsequent return stroke (the solid line is FDTD simulation; the dashed line is C-R formula simulation; curves 1 and 2 correspond to the conductivity of 0.01 S/m ; and curves 3 and 4 correspond to the conductivity of 0.001 S/m) a. $d = 100\text{ m}$; b. $d = 1\,000\text{ m}$

回击通道的水平距离增大时,雷电水平电场受到辐射场的影响会越来越大。与 FDTD 计算结果对比表明,当地面电导率较大时(0.01 S/m),不论观测点距离回击通道多远,C-R 算法计算结果的精度都非常好,但是当地面电导率较差时(0.001 S/m),误差在负极性波峰达到最大,其中距离回击通道 100 m 处的最大误差约为 11.3%,距离回击通道 1 000 m 处的最大误差也达到了 9.8%。

接下来讨论首次回击电流情况下雷电水平电场的计算结果。参数选用与图 3 一致,两种方法模拟结果如图 4 所示。从图中可以发现,图 4 中的雷电水平电场在波形特征及变化趋势上与图 3 结果一致,不过在同样参数配置条件下,首次回击电流 C-R 算法计算得到的结果与 FDTD 更加接近,最大的误差出现在图 4b 中电导率较差情况时的负极性波峰,经计算误差值为 8.5%,精度要好于继后回击情况下的误差 9.8%。首次回击电流与继后回击电流相比,最大的差异在于频谱分析中两者包含不同的频率成分,因此认为 C-R 算法包含的衰减函数在高频段会给计算结果引入较大的误差,所以高频成分更少的首次回击电流计算精度更好。同样可以推测,在地表电导率水平分层或者垂直分层中,首次回击电流情况下 C-R 算法精度更高,因此下文讨论中只针对继后回击电流 C-R 算法进行精度检验。

3.2 地表电导率水平分层情况下的 C-R 算法及其精度检验

选用类似地表电导率均匀的参数配置,假设地表上层介质厚度 $h=5$ m,上层和下层介质电导率分

别用 σ_1 和 σ_2 表示,参数选取如表 3 所示,计算结果如图 5。与图 3 类似,图 5 中实线为 FDTD 模拟结果,虚线为 C-R 算法模拟结果,波形 1、2 对应的地表电导率分层情况为 $\sigma_1=0.01$ S/m、 $\sigma_2=0.001$ S/m,波形 3、4 对应的电导率分层情况为 $\sigma_1=0.001$ S/m、 $\sigma_2=0.01$ S/m。图 5a 中观测点距离回击通道水平距离 100 m,图 5b 中观测点距离回击通道水平距离 1 000 m。

表 3 电导率水平分层不同参数配置

Table 3 Considered parameters for calculations		
水平距离 d/m	地表电导率 $\sigma_1/(\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$	地表电导率 $\sigma_2/(\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$
100	0.01	0.001
100	0.001	0.01
1 000	0.01	0.001
1 000	0.001	0.01

对比图 3 和图 5 的计算结果可以发现,当水平分层上层电导率与均匀地表电导率一致时,两者计算结果相似,即在电导率水平分层情况下,雷电水平电场的计算结果受上层介质电导率的影响较大,只是由于下层不同电导率介质的存在,一定程度上改变了介质整体的等效电导率,使得地表电导率水平分层情况下计算得到的雷电水平电场与均匀电导率情况下有所差别。

与 FDTD 计算结果的对比表明,不论观测点距离回击通道多远,当上层介质电导率小于下层介质电阻率时,C-R 算法计算得到的水平电场波形在最

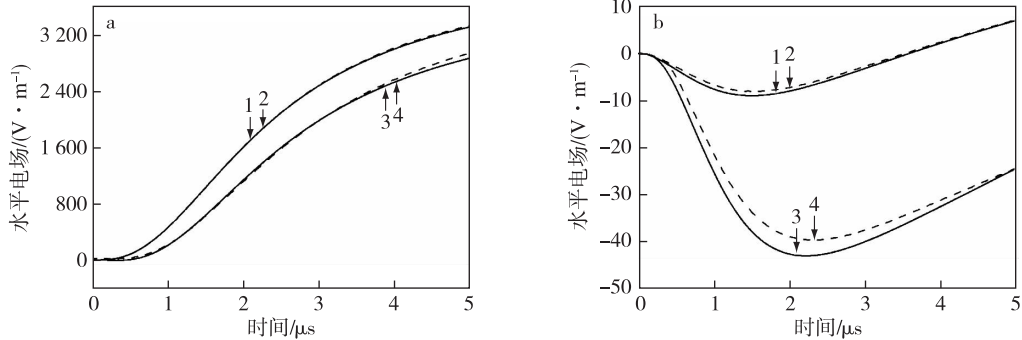


图 4 均匀电导率首次回击两种算法对照(实线表示 FDTD 模拟结果,虚线表示 C-R 算法模拟结果;波形 1、2 对应的地表电导率为 0.01 S/m,波形 3、4 对应的电导率为 0.001 S/m)
a.水平距离 100 m;b.水平距离 1 000 m

Fig.4 Comparison of the two different methods over homogeneous ground due to first return stroke(the solid line is FDTD simulation;dashed line is C-R formula simulation;curves 1 and 2 correspond to the conductivity of 0.01 S/m;and curves 3 and 4 correspond to the conductivity of 0.001 S/m)
a.d=100 m;b.d=1 000 m

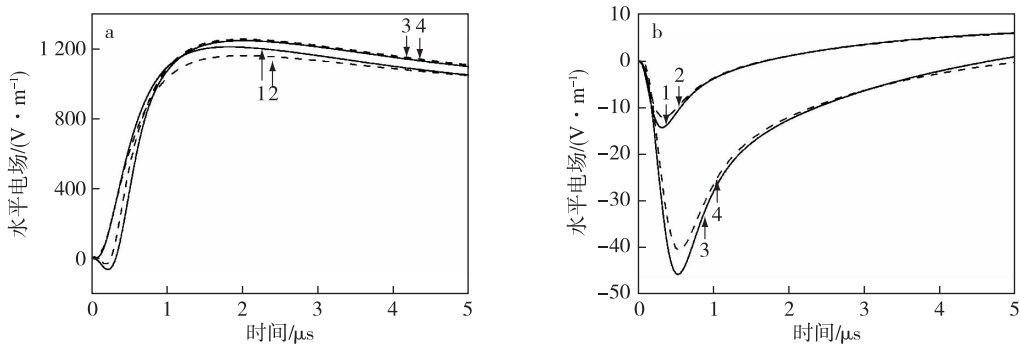


图5 电导率水平分层继后回击两种算法对照(实线表示 FDTD 模拟结果,虚线表示 C-R 算法模拟结果;波形 1、2 对应的地表电导率分层情况为 $\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$ 、 $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$,波形 3、4 对应的电导率分层情况为 $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ 、 $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$) a.水平距离 100 m;b.水平距离 1 000 m

Fig.5 Comparison of the two different methods over horizontally stratified ground due to subsequent return stroke (the solid line is FDTD simulation;the dashed line is C-R formula simulation;curves 1 and 2 correspond to the conductivity of $\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$ and $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$;and curves 3 and 4 correspond to the conductivity of $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ and $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$) a.d=100 m b.d=1 000 m

初阶段有所偏差,误差最大不超过 10%,之后两种方法计算的结果基本吻合;而当上层介质电导率大于下层介质电阻率时,两种方法在波形后半部分差异有增大趋势。由此可知,C-R 算法更加适用于上层电导率较下层电导率小的水平分层情况。

3.3 地表电导率垂直分层情况下的 C-R 算法及其精度检验

地表电导率垂直分层情况与电导率水平分层不同,此时回击通道和观测点分别处在两种电导率均匀的介质上。假设观测点与垂直分层介质的分界面水平距离 $d_1 = 50 \text{ m}$,回击通道和观测点所处介质的电导率分别用 σ_1 和 σ_2 表示,参数选取如表 3 所示,

计算结果如图 6。与图 3 类似,图 6 中实线为 FDTD 模拟结果,虚线为 C-R 算法模拟结果,波形 1、2 对应的地表电导率分层情况为 $\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$ 、 $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$,波形 3、4 对应的电导率分层情况为 $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ 、 $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$ 。图 6a 中观测点距离回击通道水平距离 100 m,图 6b 中观测点距离回击通道水平距离 1 000 m。

对比图 3 和图 6 的计算结果可以发现,当观测点处介质电导率与均匀地表电导率一致时,两者计算结果相似,即在电导率垂直分层情况下,雷电水平电场的计算结果受观测点处介质电导率的影响较大,同样由于传播路径上有不同电导率介质的存在,

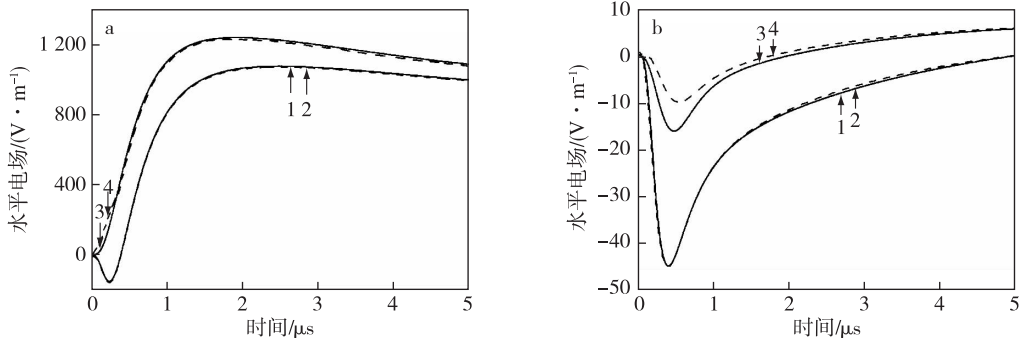


图6 电导率垂直分层继后回击两种算法对照(实线表示 FDTD 模拟结果,虚线表示 C-R 算法模拟结果;波形 1、2 对应的地表电导率分层情况为 $\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$ 、 $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$,波形 3、4 对应的电导率分层情况为 $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ 、 $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$) a.水平距离 100 m;b.水平距离 1 000 m

Fig.6 Comparison of the two different methods over vertically stratified ground due to subsequent return stroke (the solid line is FDTD simulation;the dashed line is C-R formula simulation;curves 1 and 2 correspond to the conductivity of $\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$ and $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$;and curves 3 and 4 correspond to the conductivity of $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ and $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$) a.d=100 m;b.d=1 000 m

一定程度上改变了介质整体的等效电导率,使得地表电导率垂直分层情况下计算得到的雷电水平电场与均匀电导率情况下有所差别。

与 FDTD 计算结果对比表明,不论观测点距离回击通道多远,当观测点处的电导率较回击通道处电导率小时,两种方法计算的结果基本吻合;而当观测点处的电导率较回击通道处电导率大时,两种方法在负极性波峰部分存在明显差异。由此可知,C-R 算法更加适用于观测点处电导率较闪击点处电导率小的垂直分层情况。

4 结论

利用 C-R 算法对地表电导率均匀、地表电导率水平分层以及地表电导率垂直分层情况下回击产生的水平电场进行了模拟研究,并通过 FDTD 对模拟

结果进行了精度检验,主要得出以下几点结论:

1) 由于电流自身的频谱特征不同,C-R 算法在首次回击情况下的精度比继后回击情况下更高,这是因为计算中衰减函数在高频段引入了较大的误差。

2) 在 C-R 算法适用范围内,当电导率均匀分布时,地表电导率越高其计算效果也较好。

3) 在电导率水平分层条件下,雷电水平电场的模拟结果受上层电导率影响较大,且当上层电导率较下层电导率小时 C-R 算法精度较好。

4) 在电导率垂直分层条件下,雷电水平电场的模拟结果主要取决于观测点所处地表的电导率,且当观测点电导率较闪击点电导率小时,C-R 算法的计算结果更加准确。

参考文献 (References)

- Agrawal A K, Price H J, Gurbaxani S H, 1980. Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 22(2): 119-129.
- 陈红兵, 徐文, 王振会, 等, 2012. 基于小波分析的地面大气电场观测数据处理技术研究 [J]. *大气科学学报*, 35(6): 762-767. Chen H B, Xu W, Wang Z H, et al., 2012. Processing technology of surface atmospheric electric field observations based on wavelet analysis [J]. *Trans Atmos Sci*, 35(6): 762-767. (in Chinese).
- Cooray V, 1992. Horizontal fields generated by return strokes [J]. *Radio Science*, 27(4): 529-537.
- Cooray V, 2002. Some considerations on the "Cooray-Rubinstein" formula used in deriving the horizontal electric field of lightning return strokes over finitely conducting ground [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 44(4): 560-566.
- Cooray V, 2010. Horizontal electric field above and underground produced by lightning flashes [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 52(4): 936-942.
- Diendorfer G, Uman M A, 1990. An improved return stroke model with specified channel-base current [J]. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 951(D9): 13621-13644.
- Mur G, 1981. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations [J]. *Electromagnetic Compatibility IEEE Transactions on*, EMC-23(4): 377-382.
- Rachidi F, 1993. Formulation of the field-to-transmission line coupling equations in terms of magnetic excitation fields [J]. *IEEE Trans Electromagn*, 35(3): 404-407.
- Rachidi F, Janischewskyj W, Hussein A M, et al., 2001. Current and electromagnetic field associated with lightning return strokes to tall towers [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 43(3): 356-367.
- Rakov V A, Dulzon A A, 1991. A modified transmission line model for lightning return stroke field calculations [C] // *Proc. 9th on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland: 229-235.
- Rubinstein M, 1996. An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate and long ranges [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 38: 531-535.
- Shoory A, Fachidi F, Delfino F, et al., 2011a. Lightning electromagnetic radiation over a stratified conducting ground: 2. Validity of simplified approaches [J]. *Journal of Geophysical Research*, 116(D11115).
- Shoory A, Fachidi F, Rubinstein M, et al., 2011b. On the measurement and calculation of horizontal electric fields from lightning [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 53(3): 792-801.
- 孙哲, 魏鸣, 2016. 春季与夏季两次雷暴大气结构及地闪特征对比 [J]. *大气科学学报*, 39(2): 260-269. Sun Z, Wei M, 2016. Influence factors comparing of thunderstorm between spring and summer in Nanjing [J]. *Trans Atmos Sci*, 39(2): 260-269. (in Chinese).
- Sommerfeld A, 1909. Über die ausbreitung der Wellen in der drahtlosen telegraphie [J]. *Annales de Physique*, 28: 665-736.
- Taylor C D, Satterwhite R S, Harrison C W, 1965. The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field [J]. *IEEE Trans Antennas Propag*, 13(6): 987-989.
- Thomson E M, Medelius P J, Rubinstein M, et al., 1988. Horizontal electric fields from lightning return strokes [J]. *Journal of Geophysical Research At-*

- mospheres, 93 (D3) : 2429-2441.
- Thottappillil R, Rakov V A, Uman M A, 1997. Distribution of charge along the lightning channel: Relation to remote electric field and magnetic fields and to return stroke models [J]. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 102 (D6) : 6987-7006.
- Thottappillil R, Rakov V A, 2001. On the different approaches to calculating lightning electric fields [J]. *Journal of Geophysical Research*, 106 (D13) : 14191-14205.
- Wait J R, 1974. Recent analytical investigations of electromagnetic ground wave propagation over inhomogeneous earth models [J]. *Proceedings of the IEEE*, 62 (8) : 1061-1072.
- Wait J R, Householder J, 1958. Mixed-path ground-wave propagation: II. Larger distances [J]. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 59 : 19-26.
- Wait J R, Walters L, 1963. Curves for ground wave propagation over mixed land and sea paths [J]. *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, 11 (1) : 38-45.
- 余占清, 曾嵘, 王绍安, 等, 2013. 配电线路雷电感应过电压仿真计算分析 [J]. *高电压技术*, 39 (2) : 415-422. Yu Z Q, Zeng R, Wang S A, et al., 2013. Simulation calculation and analysis of lightning induced overvoltage on power distribution lines [J]. *High Voltage Engineering*, 2 (4) : 415-422. (in Chinese).
- Yutthagowith P, Akihiro Ametani, Naoto Nagaoka, et al., 2009. Lightning-Induced voltage over lossy ground by a hybrid electromagnetic circuit model method with Cooray-Rubinstein formula [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 51 (4) : 975-985.
- 张其林, 冯建伟, 赵中阔, 等, 2010. 分形闪电通道模型的建立及其电磁辐射特征 [J]. *大气科学学报*, 33 (6) : 719-724. Zhang Q L, Feng J W, Zhao Z K, et al., 2010. Formulation of fractal channel model and characteristics of corresponding electromagnetic field [J]. *Trans Atmos Sci*, 33 (6) : 719-724. (in Chinese).
- Zhang Q, Jing X, Jing Y, et al., 2012a. Numerical simulation of the lightning electromagnetic fields along a rough and ocean-land mixed propagation path [J]. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 117 (D20) : 85-99.
- Zhang Q, Li D, Fan Y, et al., 2012b. Examination of the Cooray-Rubinstein (C-R) formula for a mixed propagation path by using FDTD [J]. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 117 (D15) : 156-169.
- Zhang Q, Li D, Zhang Y, et al., 2012c. On the accuracy of Wait's formula along a mixed propagation path within 1 km from the lightning channel [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 54 (5) : 1042-1047.

Application and accuracy validation of the Cooray-Rubinstein formula for different soil conductivity

FAN Yanfeng^{1,2}, ZHANG Qilin^{1,2}, LI Dongshuai^{1,2}, GAO Jing^{1,2}, SHEN Yuan³

¹Key Laboratory of Meteorological Disaster, Ministry of Education (KLME), Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China;

²School of Atmospheric Physics, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China;

³Electric Power Research Institute, Yunnan Electric Power Test & Research Institute Group Co., Ltd., Kunming 650217, China

Lightning is a type of strong discharge phenomenon in nature which can radiate intensive electro magnetism pulses. The electro magnetism fields may couple into the overhead transmission lines or power installations lying underground and cause significant damage to power systems, so it is important to research the overvoltage caused by lightning.

It is well known that there are three different yet equivalent field-to-transmission line coupling models, namely the model of Taylor, the model of Agrawal, and the model of Rachidi. Based on these models, the determination of induced currents and voltages requires the evaluation of specific field components depending on the employed coupling model. Among them, the accuracy of Agrawal coupling model has been proven by artificial triggering lightning experiments.

In the model of Agrawal, the horizontal electric field component along the line is required. Considering the inherent difficulty in measuring lightning horizontal electric fields, namely for the observation points to be located on the ground or a few meters above the ground, the vertical electric field magnitude is much larger than that of

the horizontal component (typically two orders of magnitude), thus even a small tilt in the measurement sensor could render the measured horizontal field useless, and therefore it is necessary to create an accurate and efficient algorithm to obtain the results.

The exact solution of the lightning horizontal field requires calculation of the Sommerfeld integrals for several elementary dipoles at many frequencies, which is very time consuming. The finite difference time domain (FDTD) method is a numerical computation method which can be used to calculate the lightning-radiated horizontally electric field over different types of ground; however, the use of numerical calculations in this method will affect the memory, as well as time consumption. Therefore, it is necessary to develop a method to calculate the lightning-radiated horizontal electric field with high accuracy and rapid computation.

The C-R formula is one approximation method by which to calculate the lightning-radiated horizontal electric field over homogeneous conductivity soil and horizontally stratified ground. In this paper we have extended the C-R formula to calculate the lightning-radiated horizontally electric field over vertically stratified soil conductivity based on the MTLL return stroke model and double-Herder function base current, and have examined its accuracy over different types of ground by using the FDTD method. The results show that, when the distance between the lightning stroke point and observation point ranges from 100 m to 1 000 m, and the soil conductivity ranges from 0.001 S/m to 0.01 S/m, the error of the C-R formula is less than about 10%. For the homogeneous conductivity soil, the C-R formula achieves a more accurate prediction result than that for other soil conductivity cases; for the horizontally stratified soil, the accuracy of the C-R formula is better for the upper layer with less conductivity than that for the lower ground with higher conductivity; and for the vertically stratified ground, the accuracy of the C-R formula is better when the soil conductivity near the observation point is less than that near the strike point. Finally it can be concluded that the C-R formula can achieve a more accurate prediction result for the first return strokes than that for the subsequent return strokes.

C-R formula; FDTD; horizontal electric field; conductivity distribution; accuracy validation

doi: 10.13878/j.cnki.dqkxxb.20120515001

(责任编辑: 刘菲)