第4卷 第1期　　西北地震学报　　Vol.4, No.1
1982年3月　NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL　Mar.1982

对“异常应力场”两种模式的分析讨论

黄　荣　璋
（辽宁省地震局）

摘　　要

本文主要是对前兆异常应力场的两种模式——“外应力集中作用”模式和“闭锁区”模式的力学机制及其特征作了分析、比较和某些拓展。

文中给出了这两种模式在各种不同情况下的有关数学公式。

分析结果表明：当外应力的作用方式和作用部位不同（前一模式）或断裂的方位和闭锁区所在的位置不同（后一模式）时，相应的异常应力场的特征和分布也会因此而有不同程度的差异。但不论在哪一情况下，除了相当靠近应力作用区、闭锁区及断裂端点的个别部位外，在绝大部分的地区上，这两种模式所对应的异常场并无本质上的区别。

一、孕震机制的两种不同假说

1.问题的提出　孕震期间，震源及有关地区的应力状态都会有异常变化，若所述地区的固有应力场为$T^{(0)}$，则孕震时为$T^{(1)}=T^{(0)}+T$　$T^{(0)}$取决于当地的构造特征，在几十年的时间内一般不会有多大变化。因此各种前兆现象主要是“异常应力场”T的作用结果。从而对T的数力模式的分析研究一直为国内外所重视。特别是“二维静定模式”尤为受到关注。因为一般说来，在绝大部分孕震时间内T的变化还是很缓慢的。而大多数浅源地震的力学机制都具有水平应力的作用占主导地位的特点。因而二维静定模式并不会因作了某些近似简化而降低其使用价值。但在处理和使用上却有不少简便之处。

显然，对孕震机制所取的每一种假说，都可作出一相应的数力模式来。本文仅对作者在海城7.3级地震的分析预报中所用的“外应力集中作用式”模式[1]（简称模式Ⅰ）和郭增建等的“闭锁区”模式[2]（简称模式Ⅱ）的数力特性作一分析、比较和拓展。蜀水的“双力偶”模式[3]所对应的异常场则将作为上述两模式在某些特定部位上的情况而讨论之。

2.物理图象　模式Ⅰ所讨论的物理图象是：假若在某一深长断裂的两侧块体间存在着互相挤压、错动的相对运动，从而在断裂两侧面的互突、紧挨或拐弯等部位上就会因此而产生一组挤压和错动力，对等地分别作用在对侧上（图1），例如相邻板块在构造运动作用下，在

其共同边界上就会出现此一景象。随着运动的继续或加剧，这些作用力就有可能超过当地介质的强度而发生地震。


图 1

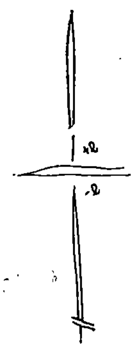


图 2

模式 Ⅱ 讨论的则是：如果在某一深长断裂上存在有局部“闭锁区”（图 2 中的（$-l$, l）段），则在大区域构造应力场或其他类似的外应力场 $T^{(\infty)}$ 的作用下，在这些闭锁段的端点处就有可能积累起大量的应力能（因而也称积累单元）而形成应力局部集中。随着 $T^{(\infty)}$ 的持续作用或加剧，这一局部集中的应力能就会达到当地的极限强度而突然释放。

可见，从物理图象上讲，这两种模式都把孕震的直接原因归之为外应力的作用。而且都把断裂作为孕震的构造背景。但在前一图象中，外应力是集中地作用在断裂的某些特殊区段上，而后一图象中，外应力则是以“场”的形式展布于整个大区域内。

3.基本力学模型　作为最基本的初步分析，我们以平直断裂上含有单个闭锁区或外应力作用区的最简力学模型来分别模拟上述图象。

模式 Ⅰ：

设复平面 $|z|\leqslant\infty$ 上，ox 轴处有一断裂（图 3）：

L_1：$-L_1<x<L$（$y=0$）在 L_1 的某区段：

$$L_0:\ -l<x<l\ (y=0)$$

的两侧 $L_0{}^{\pm}$ 上则分别作用有一组对等的法、切应力 $p(x)$、$q(x)$：

$$[p(x)+iq(x)]^{+}\equiv[p(x)+iq(x)]^{-}\quad(|x|\leqslant l)$$

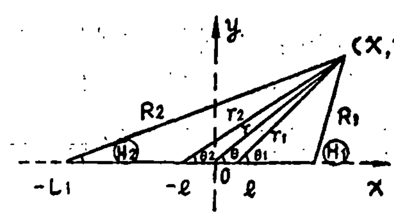


图 3

$z=\infty$ 处的　$T^{(\infty)}=(\sigma_x{}^{(\infty)}、\sigma_y{}^{(\infty)}、\tau_{xy}{}^{(\infty)})\equiv 0$

模式 Ⅱ：

设在 $|z|\leqslant\infty$ 上，$T^{(\infty)}\neq 0$ 在ox轴上有一间断断裂：

L_1：$-L_1<x<-l$，$l<x<L$（$y=0$）

即 L_0：$-l<x<l$ 为 L_1 上的“闭锁区”。

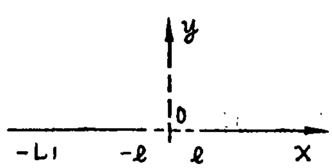


图 4

于是根据数学弹性理论[4]，模式 Ⅰ 的复应力函数解为：

$$\left\{\begin{aligned}&\phi'(z)=\frac{1}{2\pi iX_1(z)}\int_{-l}^{l}\frac{[p(t)-iq(t)]X(t)}{t-z}\,dt\\&\psi'(z)=\overline{\phi'(\bar z)}-[z\phi'(z)]'\end{aligned}\right.\qquad(1)$$

式中 $X_1(z)$ 为

$$X_1(z) = [(z+L_1)(z-L)]^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

当 $z\to\infty$ 时形如 $z+c+\cdots\cdots$ 的那一分支。

模式Ⅱ则为：

$$\begin{cases} \phi'(z) = \left[\dfrac{1}{X_2(z)}(z^2+c_1z+c_2) - 1\right]\cdot T \\ \psi'(z) = \overline{\phi'(\overline{z})} - [z\phi'(z)]' \end{cases} \tag{3}$$

（此处已设 $T^{(\infty)}$ 为 $T^{(0)}$）

式中

$$T = \frac{1}{4}\left[(\sigma_M(\infty)+\sigma_m(\infty)) - (\sigma_M(\infty)-\sigma_m(\infty))e^{2i\phi_M^{(\infty)}}\right] \tag{4}$$

$\sigma_{M,m}^{(\infty)}$、$\phi_M^{(\infty)}$ 分别为T的最大、最小主应力及 $\sigma_M^{(\infty)}$ 的方向角。

$$X_2(z) = [(z+L_1)(z-L)(z^2-l^2)]^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

当 $z\to\infty$ 时 $X_2(z) = z^2+C_1z+C_2+\cdots\cdots$

$$C_1 = -\frac{M_2M_0'-M_0M_2'}{M_1M_0'-M_0M_1'}, \qquad C_2 = \frac{M_2M_1'-M_1M_2'}{M_1M_0'-M_0M_1'} \tag{6}$$

$$M_j = \int_l^L \frac{t^j dt}{(X_2 t)}, \qquad M_j' = \int_{-L_1}^{-l} \frac{t^j dt}{X_2(t)} \qquad j=0,\ 1,\ 2 \tag{7}$$

从而由Колосоъ公式[4]：

$$\begin{cases} \sigma_x+\sigma_y = 2[\phi'(z)+\overline{\phi'(z)}] \\ (\sigma_y-\sigma_x)+2i\tau_{xy} = 2[\overline{z}\phi''(z)+\psi'(z)] \end{cases} \tag{8}$$

即可得出相应模式的异常场 $T(\sigma_x、\sigma_y、\tau_{xy})$。

二、模式 I 的异常场

4.基本解的一般特征　根据所讨论的物理图象显然可设 $p(x)$、$q(x)$ 在 L_0 内恒为正或恒为负值。从而除去十分靠近 L_0 的部位外，其他部位上T的特性与 $p(x)+iq(x)$ 的具体性无关。因而对这些广大地区来说，不妨设

$$p(x)+iq(x) \equiv p+iq = \mathrm{const} \qquad (|x| \leqslant l) \tag{9}$$

由此，对应有

$$\begin{cases} \phi'(z) = -\dfrac{q+ip}{2\pi}[I_0(z)+I_1(z)] \\ \psi'(z) = \dfrac{q}{\pi}[I_0(z)+I_1(z)] + \dfrac{q+ip}{2\pi}[I_0'(z)+I_1'(z)] \end{cases} \tag{10}$$

$$I_0(z) = \ln\left(\frac{z-l}{z+l}\right) \tag{11}$$

$$I_1(z)=\ln\left\{\frac{[\sqrt{(L_1+z)(L-z)}+\sqrt{(L_1-l)(L+l)}]^2+(z+l)^2}{[\sqrt{(L_1+z)(L-z)}+\sqrt{(L_1+l)(L-l)}]^2+(z^2-l^2)}\right\}+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{(L_1+z)(L-z)}}\left\{[\sqrt{(L_1+l)(L-l)}-\sqrt{(L_1-l)(L+l)}]-\right.$$

$$\left.-2i\left(z+\frac{L_1-L}{2}\right)\ln\left(\frac{\sqrt{L_1+l}+i\sqrt{L-l}}{\sqrt{L_1-l}+i\sqrt{L+l}}\right)\right\} \tag{11}$$

故T可看作是由与$I_0(z)$和$I_1(z)$相对应的T_0和T_1叠加组成。若L_1是无限断裂即$L_1=L=\infty$，则$I_1(z)=0$，若L_1是半无限的，即$L_1=\infty$，则

$$I_1(z)=2\ln\left(\frac{\sqrt{L-z}+\sqrt{L+l}}{\sqrt{L-z}+\sqrt{L-l}}\right)+\frac{2}{\sqrt{L-z}}(\sqrt{L-l}-\sqrt{L+l}) \tag{12}$$

若外应力就集中作用在半无限断裂的端点$z=L$处，即$L=l$则

$$I_1(z)=2\ln\left(1+\sqrt{\frac{2L}{L-z}}\right)-2\sqrt{\frac{2L}{L-z}} \tag{12$'$}$$

若L_0距L_1两端均较远，且$L_1\doteq L$，则

$$I_1(z)=\frac{2l}{z}\left(1-\frac{L}{\sqrt{L^2-z^2}}\right) \tag{13}$$

可见，当L_0距L_1两端较远时，L_0周围的异常特征主要取决于T_0；L_1端点附近的取决于T_1；在其他部位上所出现的异常则均较此两部位弱得多。

5. L_0距L_1两端较远时，L_0周围的异常场T_0　T_0的基本特征我们在参考文献[1]中已作了较详的讨论。在此只列出其基本要点和作某些补充。

首先，在不十分靠近L_0的部位，例如$r=|z|>2l\sim3l$时，$I(z)\doteq-\frac{2l}{z}$。从而所述部位上任意点(r_1,θ)沿任意方向角ϕ上的法应力、法应变以及垂直应变分别为：（设所述部位处于平面应力状态）

$$\begin{cases}\sigma(\phi)=-\dfrac{2F}{\pi r}\cos(\theta-\theta_F)\cos^2(\phi-\theta)\\[2ex] \varepsilon(\phi)=-\dfrac{2F}{\pi Er}\cos(\theta-\theta_F)[1-(1+\nu)\sin^2(\phi-\theta)]\\[2ex] \varepsilon_\perp=\dfrac{2\nu F}{\pi Er}\cos(\theta-\theta_F)\end{cases} \tag{14}$$

式中E、ν分别为扬氏模量和泊松比，F、θ_F分别为$p(x)$、$q(x)$的等效合力及作用方向：

$$F=[(2lp)^2+(2lq)^2]^{\frac{1}{2}}\equiv(P^2+Q^2)^{\frac{1}{2}},\quad \theta_F=\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$$

由此可见在所述地区：

（1）可根据断裂线 $y=0$ 及直线

$$y=-x\mathrm{ctg}\theta_F \tag{15}$$

来区分纯压和纯张两类异常区。纯压区内的所有各点在所有的方向上将受异常压应力的作用，纯张区内的各点将受张力的作用。并且只要 $p(x)\neq 0$（此时 $\theta_F\neq 0$），分界线（15）总与断裂线斜交。

（2）位于界线（15）上的点 $\sigma(\phi)\equiv\varepsilon(\phi)\equiv 0$，与（15）垂直方向上各点的 σ、ε 值最大（相对其它 r 相同的点来说）。以（15）为公切线、0为公切点的园族内同一园周上的点 σ、ε 值互等。即 $\theta=\theta_F$ 及 $\theta=\theta_F\pm\frac{\pi}{2}$ 的方位分别为强、盲异常区，所述园族内的每一园周各组成一等异常区。

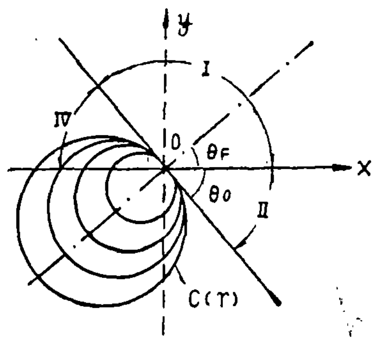


图　5

（3）所有各点的异常主应力和主应变的方向均指向 L_0 的中心点0，而与该点所在的具体位置、$p(x)$、$q(x)$ 的作用方式均无关。即恒有 $\phi_M\equiv\theta$

（4）各点将分别沿

$$\alpha=\mathrm{arctg}\left\{\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial y}\Big/\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial x}\right\}=2\theta-\theta_F \tag{16}$$

的方向倾斜，倾角为

$$\beta=\left[\left(\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}=\frac{2\nu F}{\pi E r^2} \tag{16$'$}$$

故倾斜异常的大小仅与各点至 L_0 中心的距离 r 有关，且倾向或背向各点所在之“等应力异常区（等高园）”之园心。

相当靠近 L_0 的部位上，异常的特性与 $p(x)$、$q(x)$ 的具体性质直接有关。例如若在形如（9）的均匀外力系作用下，$q\neq 0$ 时在 L_0 的端点处即会出现应力局部集中，即 $z\to\pm l$ 时 $T_0\to\infty$。事实上在 $z=l$ 附近 $I_0(z)\doteq\ln\left(\frac{z-l}{2l}\right)$。从而相应的

$$\begin{cases}\sigma_{x_0}=\dfrac{1}{\pi}\left\{p\left(\theta_1+\dfrac{1}{2}\sin2\theta_1\right)+q\left[2\ln\left(\dfrac{2l}{r_1}\right)-\sin^2\theta_1\right]\right\}\\[2ex]\sigma_{y_0}=\dfrac{1}{\pi}\left\{p\left(\theta_1-\dfrac{1}{2}\sin2\theta_1\right)+q\sin^2\theta_1\right\}\\[2ex]\tau_{xy_0}\doteq\dfrac{1}{\pi}\left\{p\sin^2\theta_1+q\left(\theta_1+\dfrac{1}{2}\sin2\theta_1\right)\right\}\end{cases} \tag{17}$$

r_1、θ_1 分别为所述点至 $z=l$ 处的距离及方位。故当 $r_1\to 0$ 时

$$\sigma_M\doteq\sigma_{x_0}\doteq\frac{2q}{\pi}\ln\left(\frac{2l}{r_1}\right)\to\infty \tag{18}$$

（尽管促成这一应力局部集中的力源是剪切力 q，但在这一局部集中的应力中，与断裂走向平行的法应力σ_x却起着主导的作用）

但若在

$$p(x)+iq(x)=\begin{cases} 2(p+iq)\left(1-\dfrac{x}{l}\right) & (0\leqslant x\leqslant l) \\ 2(p+iq)\left(1+\dfrac{x}{l}\right) & (-l\leqslant x\leqslant 0) \end{cases} \qquad (19)'$$

在 0 点两旁对称下降的外力系作用下，尽管其等效合力及距 L_0稍远处的异常场均完全一致，但在$z=\pm l$处则$T_0=0$，例如在$z=l$附近

$$\begin{cases} \sigma_{x_0}=-\dfrac{2}{\pi}\left(\dfrac{r_1}{l}\right)\left\{p\left[2\sin\theta_1\ln\left(\dfrac{2r_1}{l}\right)+\theta_1\cos\theta_1\right]-\right. \\ \qquad\left.-q\left[2\cos\theta_1\ln\left(\dfrac{2r_1}{l}\right)-3\theta_1\sin\theta_1\right]\right\} \\ \sigma_{y_0}=-\dfrac{2}{\pi}\left(\dfrac{r_1}{l}\right)(p\cos\theta_1-q\sin\theta_1)\theta_1 \\ \tau_{xy_0}=\dfrac{2}{\pi}\left(\dfrac{r_1}{l}\right)\left\{p\theta_1\sin\theta_1-q\left[2\sin\theta_1\ln\left(\dfrac{2r_1}{l}\right)+\theta_1\cos\theta_1\right]\right\} \end{cases} \qquad (17)'$$

故$r_1\to 0$时，有$\sigma_{M\gamma m}\to 0$。

即使同样是在最简力系（9）的作用下，相当靠近L_0处的异常场也会同稍远处的有所不同。例如会出现主应力方向偏离。$q\neq 0$时，在$\theta=\theta_F\pm\pi/2$附近的点将在不同方向上同时受到张、压异常应力的作用而呈“混性”异常以及点与点之间异常幅度变化大等等。故L_0近旁将形成一远比（14）“不规则”的“特异异常区”。其展布面积则随L_0的幅度和震级增大而增大。

6. L_1端点附近的异常场T　我们仅须考察其中之一，例如$z=L$附近的情况即可。于是由所得诸式可知，当L_0距两端均较远时

$$I(z)=I_0(z)+I_1(z)\doteq-2l\sqrt{\frac{L_1}{L(L_1+L)}}\cdot\frac{i}{\sqrt{z-L}} \qquad (19)$$

当L_0距另一端相当远，而距$z=L$端较近时则

$$I(z)\doteq\frac{4l}{\sqrt{L+l}+\sqrt{L-l}}\;\frac{i}{\sqrt{z-L}} \qquad (19)'$$

若L_0在$z=L$处，即$L=l$则

$$I(z)=2\sqrt{2L}\,\frac{i}{\sqrt{z-L}} \qquad (19)''$$

可见无论在何种情况下，$z=L$附近的异常场均具有如下的形式：

$$T_L\left\{\begin{aligned}
\sigma_{xL}&=\frac{K}{\sqrt{R_1}}\left\{P\left(\sin^2\frac{\Theta_1}{2}+\cos^2\Theta_1\right)\cos\frac{\Theta_1}{2}-\right.\\
&\left.-Q\left(1+\cos^2\frac{\Theta_1}{2}+\cos^2\Theta_1\right)\sin\frac{\Theta_1}{2}\right\}\\
\sigma_{yL}&=\frac{K}{\sqrt{R_1}}\left\{P\left(\cos^2\frac{\Theta_1}{2}+\sin^2\Theta_1\right)\cos\frac{\Theta_1}{2}-\right.\\
&\left.-Q\left(1-\cos^2\frac{\Theta_1}{2}-\cos^2\Theta_1\right)\sin\frac{\Theta_1}{2}\right\}\\
\tau_{xyL}&=\frac{K}{\sqrt{R_1}}\left\{-P\left(1-\cos^2\frac{\Theta_1}{2}-\cos^2\Theta_1\right)\sin\frac{\Theta_1}{2}+\right.\\
&\left.+Q\left(\sin^2\frac{\Theta_1}{2}+\cos^2\Theta_1\right)\cos\frac{\Theta_1}{2}\right\}
\end{aligned}\right. \tag{20}$$

式中R_1、Θ_1分别为所述点（x、y）至z＝L处的距离及方位角。当L_0距L_1两端均较远时强度因子K为：

$$K_1=\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{L_1}{L(L_1+L)}} \tag{21}$$

距另一端很远，离z＝L较近时，

$$K_2=\frac{2}{\pi\sqrt{L+l}+\sqrt{L-l}}\quad(l\doteq L\text{时}) \tag{21'}$$

$$K_3=\frac{2}{\pi\sqrt{2L}}\quad(l=L\text{时}) \tag{21''}$$

显然 $K_1<K_2<K_3$。

由此可见，不论p(x)、q(x)的具体性质如何，只要相应的$p+iQ\doteq 0$，z＝L处都必将出现应力局部集中。对应的异常特征值则分别为：

$$\left\{\begin{aligned}
\sigma_{M、mL}&=\frac{K}{\sqrt{R_1}}\left\{\left(P\cos\frac{\Theta_1}{2}-Q\sin\frac{\Theta_1}{2}\right)\pm\left[\left(\frac{P}{2}\sin\Theta_1+\right.\right.\right.\\
&\left.\left.\left.+Q\cos\Theta_1\right)^2+\left(\frac{1}{2}Q\sin\Theta_1\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}\\
\mathrm{tg}(2\phi_{ML})&=-\frac{p\sin\frac{\Theta_1}{2}\cos\frac{3}{2}\Theta_1+Q\left(1-\sin\frac{\Theta_1}{2}\sin\frac{3}{2}\Theta_1\right)}{p\cos\frac{\Theta_1}{2}\sin\frac{3}{2}\Theta_1+Q\left(1+\cos\frac{\Theta_1}{2}\cos\frac{3}{2}\Theta_1\right)}\mathrm{ctg}\frac{\Theta_1}{2}
\end{aligned}\right. \tag{22}$$

图6—10分别为P＝0和Q＝0时z＝L附近T_L的最大法、切应力轨线和主向分布图（＝－L_1处与之相对称）。

7.距L_1两端均较远的任意有限部位上的T_1　由于$l\ll L_1$、L，从而(11)式中l的二次以上各项均可略去，则在距L_1两端较远的有限部位$|z|\ll L_1$、L处：

$$I(z)\doteq-\frac{l}{L_1L}\left[(L_1-L)+\frac{L_1^2+L^2}{2L_1L}z\right] \tag{23}$$

故所述部位上的 T_1乃由均匀场：

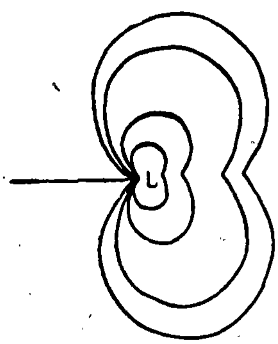
$$T_{1.1}:\ \sigma_{x1:1}=\frac{L_1-L}{\pi L_1 L}Q;\qquad \sigma_{y1.1}=\tau_{xy1:1}=0 \tag{24$_1$}$$

及

$$T_{1:2}\begin{cases}\sigma_{x1:2}=--\dfrac{L_1^2+L^2}{2\pi L_1^2L^2}(P\sin\theta-Q\cos\theta)r\\ \sigma_{y1:2}=0\\ \tau_{xy1:2}=-\dfrac{L_1^2+L^2}{2\pi L_1^2L^2}(Q\sin\theta)r\end{cases} \tag{24$_2$}$$

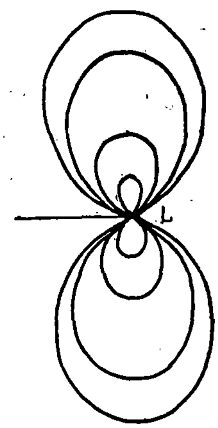
叠加而成。$T_{1:2}$的主应力轨线则为抛物线族：

$$\left(y-\frac{A\sigma_M P}{2Q^2}\right)^2=-\frac{A\sigma_M}{Q}\left[x-\frac{A\sigma_M}{Q}\left(\frac{P^2}{4Q^2}+1\right)\right] \tag{25}$$



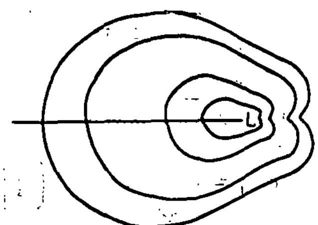
Q=0时 $\sigma_M\sim R_1$ 0.05

图 6



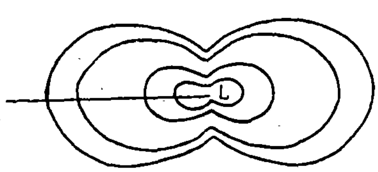
Q=0 $\tau_M\sim R_1$ 0.005

图 7



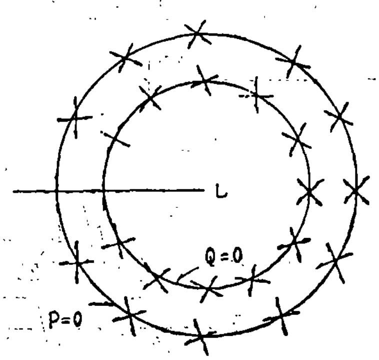
P=0时 $\sigma_M\sim R_1$ 0.10

图 8



P=0时 $\tau_M\sim \gamma_1$ 0.03

图 9



$\varphi_M\sim Q_1$

图 10

$$A=\frac{2\pi L_1^2L^2}{L_1^2+L^2}$$

由于 $r\ll L$、L_1，故距 L_1 两端较远的有限部位上，$T_{1,1}$、$T_{1,2}$ 分别为一阶和二阶的微量场。

8.全断裂上均有 $p+iq=\text{const}$ 作用时，T的基本特性 令 $L=L_1=l$，则由（11）$_0$、（11）$_1$ 可得：

$$I(z)=I_0(z)+I_1(z)=\pi i\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2-L^2}}\right) \tag{26}$$

因而在距 L_1 两端均较远的有限部位上 $I(z)=\pi i\left(1+\frac{iz}{L}\right)$。故相应的T乃由均匀场 T_0：$\sigma_{x0}=\sigma_{y0}=p$，$\tau_{xy0}=q$ 及与（24）$_2$ 同构的一阶微量场 $T_1'=0\left(\frac{r}{L}\right)$ 叠加而成。在其他一般部位上：

$$\left\{\begin{aligned}
\sigma_{x1}=&-\frac{r}{\sqrt{r_1r_2}}\left\{p\left[\cos\left(\theta-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)-\sin\theta\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}-\right.\right.\\
&\left.-\frac{r^2}{r_1r_2}\sin\theta\sin\left(2\theta-\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right)\right]-q\left[\sin\theta\cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+\right.\\
&\left.\left.-\frac{r^2}{r_1r_2}\sin\theta\cos\left(2\theta-\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right)\right]\right\}\\
\sigma_{y1}=&-\frac{r}{\sqrt{r_1r_2}}\left\{p\left[\cos\left(\theta-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+\sin\theta\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+\right.\right.\right.\\
&\left.+\frac{r^2}{r_1r_2}\sin\theta\sin\left(2\theta-\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right)\right]+q\left[2\sin\left(\theta-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)+\right.\\
&\left.\left.+\sin\theta\cos\frac{\theta_1+\theta_1}{2}-\frac{r^2}{r_1r_2}\sin\theta\cos\left(2\theta-\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right)\right]\right\}\\
\tau_{xy1}=&\frac{r}{\sqrt{r_1r_2}}\left\{p\left[\sin\theta\cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+\frac{r^2}{r_1r_2}\sin\theta\cos\left(2\theta-\right.\right.\right.\\
&\left.\left.-\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right)\right]-q\left[\cos\theta\cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2}-\frac{r^2}{r_1r_2}\sin\theta\sin\left(2\theta-\right.\right.\\
&\left.\left.\left.-\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right)\right]\right\}
\end{aligned}\right. \tag{27}$$

在 L_1 的端点，例如 $z=L$ 附近，则

$$I(z)\doteq-\pi i\sqrt{\frac{L}{2(z-L)}} \tag{28}$$

故此时 $z=L$ 附近的应力局部集中仍与（20）同构。但强度因子为：

$$K_4=\frac{\pi}{2}K_3=\sqrt{\frac{1}{2L}} \tag{29}$$

可以验证：当形如（9）′的外力系 $p(x)+iq(x)=2(p+iq)\left(1-\frac{|x|}{L}\right)$ 作用于全 L_1

时，L_1的端点处仍会出现与（20）完全相类的应力局部集中，强度因子则为：

$$K_6 = 2\left(1-\frac{2}{\pi}\right)K_4 = 0.727K_4 \tag{30}$$

9.距L_1较远，$|z| \gg L_1 + L$处的异常场　由（11）$_0$及（26）等式可知：无论 $L_0 = L_1$还是 $L_0 \ll L_1$，$|z| \gg L_1 + L$处的T均为同构的二阶微量场。例如$L_0 = L_1$时：

$$I(z) = -i\left(\frac{\pi L^2}{z^2}\right) \tag{31}$$

$l \ll L$，$L = L_1$时

$$I(z) = -i\left(\frac{2lL}{z^2}\right) \tag{31$'$}$$

因而例如$L_0 = L_1$时，相应的T为：

$$\begin{cases} \sigma_r = -\dfrac{L^2}{2r^2}\left\{P(1-2\cos 2\theta) + 2q\sin 2\theta\right\} \\ \sigma_\theta = \dfrac{L^2}{2r^2}P \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{L^2}{2r^2}(p\sin 2\theta + q\cos 2\theta) \end{cases} \tag{32}$$

可见所述部位上，p产生的异常场由与“膨胀力源”同构的：

$T_{p,1}$：$\sigma_r = -\sigma_\theta = -\dfrac{pL^2}{4r^2}$，$\tau_{r\theta} = 0$、

与“自由园孔”同构的

$$T_{p,2}\begin{cases} \sigma_r = p\left[\left(1-\dfrac{L^2}{4r^2}\right)-\left(1-\dfrac{L^2}{\gamma^2}\right)\cos 2\theta\right] \\ \sigma_\theta = p\left[\left(1+\dfrac{L^2}{4r^2}\right)+\cos 2\theta\right] \\ \tau_{r\theta} = p\left(1+\dfrac{L^2}{2r^2}\right)\sin 2\theta \end{cases}$$

以及均匀场

$T_{p,3}$：$\sigma_r = -p(1-\cos 2\theta)$，$\sigma_\theta = -p(1+\cos 2\theta)$，$\tau_{r\theta} = -p\sin 2\theta$ 叠加而成。而由q产生的

$$T_q:\begin{cases} \sigma_r = -\dfrac{qL^2}{r^2}\sin 2\theta;\ \sigma_\theta = 0 \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{qL^2}{r^2}\cos 2\theta \end{cases} \tag{33}$$

则与所谓的“双力偶模式”[3] 完全同构。相应的：

$$\sigma_{M,m} = \frac{qL^2}{2r^2}(\sin 2\theta \pm 1);\quad \phi_{M,m} = 2\theta \pm \pi/4 \tag{34}$$

$$\varepsilon_\perp = -\frac{\nu qL^2}{Er^2}\sin 2\theta;\quad \alpha = 3\theta \pm \pi/2;\quad \beta = \frac{2\nu qL^3}{Er^3} \tag{35}$$

图11、12为其主应力轨线和主向分布（τ_{Max}轨线为以0为园心的同心园）。

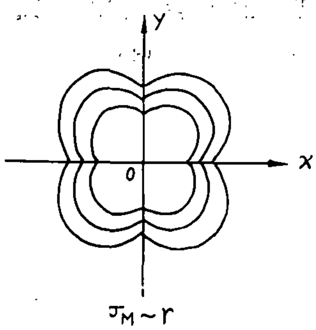


图 11

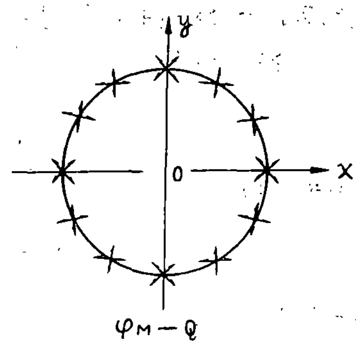


图 12

必须指出：文献〔3〕对(33)的基本特征所作的描述是不甚妥恰的。例如由于σ_r的张压特性具有呈四象限分布，以及$\theta = 0$和$\frac{\pi}{2}$处$\tau_{r\theta} = max$；$\theta = \frac{\pi}{4}$处$\tau_{r\theta} = 0$等特点，文献〔3〕就认为这就表示震源应力场“也具有四象限分布的特征”，并且“在节线（x、y轴)附近的台站由于有较大剪切应力作用，因此在同一个地点……一个方向受张应力作用，另一个方向可能受压应力作用……”。这显然不是（33）的真实图象。因为众所周知：任一点上的力学特性取决于σ_{Max}、τ_{Max}、$\sigma(\phi)$等这些特征量，而不是某一特定坐标系内的某一分量。因而由（34），应力场（33）的真实图象应是：除去$\theta = \pm\frac{\pi}{4}$上的点所受的是纯张或纯压力$\sigma_{Max} = \pm\frac{qL^2}{r^2}$，$\sigma_{min} = 0$的作用外，所有各点都将受到张、压应力的同时作用，而不仅是节线附近的点是如此。例如任意点均将在$\phi = 2\theta + \pi/4$及$\phi = 2\theta - \pi/4$上分别受最大张应力和最大压应力的作用。因此根本就不存在纯压或纯张的异常区。此外，因$\tau_{Max} = \frac{qL^2}{2r^2}$同$\theta$无关，因而对（33）来说，r相同的所有各点所受的最大剪切力均相等。而不是节线附近的点所受的剪切力大，其他方位上的点所受的剪切力小。至于相应的形变场，则是所有各点（包括$\theta = \pi/4$上的点）在水平向上必同时发生张、压形变。垂直向的倾斜量β同各点所在之方位无关。

因此文献〔3〕所引证的主要震例——炉霍7.9、永善7.1级地震震中周围的实际异常分布图象，如果真象其所述的那样，那么所谓的“双力偶”模式是否与实际地震震中周围的真实异常景象相容还是值得商榷的。

通过以上几节的分析，可对模式Ⅰ的基本特性概述如下：

（1）当有一组对等的法、切应力p(x)、q(x)作用于断裂L_1的某区段L_0的两侧时，不论L_0在哪个具体位置，$L_0 \ll L_1$时除紧靠L_0的小部分地区是一“特异异常区”外（其展布的实际面积和M成正比），L_0周围的大部分地区上会出现一以（14）为主体的异常场。

$L_0 \doteq L_1$时，断裂近旁将呈现一均匀场为主体的异常场。

（2）只要$p(x)+iq(x) \neq 0$，断裂的端点处就必然会出现应力局部集中和以与（14）性质不同的以（20）为主体的异常场。在外应力集中作用区的端点处是否会出现应力局部集中则须视$p(x)+iq(x)$在L_0上的具体分布而定。因此即使L_1的端点距L_0较远，在其附近也会出现较明显的，但与L_0周围不同的前兆异常。L_1上所积累的应力能也很可能首先在此处得到局部释放（小震或蠕变），而最终只有当$p(x)$、$q(x)$自身超过L_0处的强度极限时，所积累的能量才可能全部在L_0处释放。

（3）除了上述两地区外，其他部位上一般不会出现较明显的异常现象。

三、模式Ⅱ的异常场

10.模式Ⅱ的异常场的一般特性　我们仅讨论L_0距L_1两端均较远这一特殊而重要的情况，从而对M_j等作变换和运算时，积分上、下限中二阶以上微量均可予以略去。由此可得：

$$C_1 = \frac{1}{2}(L-L_1);\quad C_2 = -2LL_1\left(1-\frac{\xi_2(a)}{\xi_1(a)}\right) \tag{34}$$

式中$\xi_1(a) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-a^2t^2)}}$；$\xi_2(a) = \int_0^1 \frac{t^2dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-a^2t^2)}}$分别为第一、二类完整的椭园积分。

$$a = \left[1-\left(\frac{L_1+L}{2L_1L}l\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{35}$$

由于L_0距L_1两端均较远，故

$$\xi_1 \doteq \ln\left[\frac{4LL_1}{(L_1+L)l}\right];\quad \xi_2 \doteq \xi_1 - 1 \tag{36}$$

由此，相应的：

$$\begin{cases} \phi'(z) = \frac{1}{2}(\sigma_y(\infty) - i\tau_{xy}(\infty))[I(z)-1] \\ \psi'(z) = i\tau_{xy}(\infty)[I(z)-1] - \frac{1}{2}(\sigma_y(\infty) - i\tau_{xy}(\infty))zI'(z) \end{cases} \tag{37}$$

$$I(z) = \frac{1}{\sqrt{(z+L_1)(z-L)(z^2-l^2)}}\left(z^2 - \frac{L-L_1}{2}z - \frac{2L_1L}{\xi_1}\right) \tag{38}$$

若L_0在L_1的中心部位，即$L_1 = L$，则：

$$I(z) = \frac{z^2 - 2L^2/\xi_1}{\sqrt{(z^2-L^2)(z^2-l^2)}};\quad \xi_1 = \ln\left(\frac{2L}{l}\right) \tag{38$'$}$$

若L_1上无闭锁段，即$l=0$，$L_1 = L$，则：

$$I(z) = \frac{z}{\sqrt{z^2-L^2}} \tag{38$''$}$$

故L_1周围的异常场均由均匀场：

T_0：$\sigma_x = \sigma_y \equiv -\sigma_y(\infty)$；$\tau_{xy} \equiv -\tau_{xy}(\infty)$

及与I(z)对应的T_1叠加而成。因而其特性主要取决于T_1。由（37）、（38）可知，对T_1说来：

（1）离L_1充分远，即$|z| \gg L+L_1$处，$I(z)=\frac{1}{2z^2}\left(l^2-\frac{4LL_1}{\xi_1}\right)$，故所述部位上模式Ⅱ同模式Ⅰ的异常场完全相类—（32）。

（2）在L_1及L_0的端点$z=L_1$、L及$\pm l$处均会出现同（20）完全同构的应力状况。因相当靠近例如$z=l$处即有（$l \ll L_1$、L）

$$I(z)=\frac{1}{\xi_1}\sqrt{\frac{2L_1L}{l}}\cdot\frac{i}{\sqrt{z-l}} \tag{39}$$

靠近$z=-L_1$处

$$I(z)=\frac{(L_1+L)-4L/\xi_1}{2\sqrt{L_1+L}}\cdot\frac{i}{\sqrt{z+L_1}} \tag{39'}$$

显然，此处（$\sigma_y(\infty)+i\tau_{xy}(\infty)$）起着模式Ⅰ中的－（$p+iq$）的作用。但因此处：

$\frac{1}{\xi_1}\sqrt{\frac{2L_1L}{l}}=O\left(\sqrt{\frac{LL_1}{l}}\right)$；$\frac{(L_1+L)-4L/\xi_1}{2\sqrt{L_1+L}}=O\left(\sqrt{L_1+L}\right)$，故同Ⅰ相反，对模式Ⅱ来说，$L_0$端点处的强度因子K将是比$L_1$端点处的更高阶的“无穷大量”。因而应力能可能首先会在L_0的端点处得到局部释放。但即使闭锁段L_0完全得到了疏通，则由（38）″，在L_1的端点处仍会出现$K=\sqrt{\frac{L}{2}}$的应力局部集中。故断裂越长，在构造应力场作用下，断裂端点处出现的应力集中越强。

（3）L_0的周围（$|z| \ll L_1$、L）处：

$$I(z)=\left(\frac{\sqrt{L_1L}}{\xi_1}+\frac{L_1-L}{2\sqrt{L_1L}}z\right)\frac{i}{\sqrt{z^2-l^2}} \tag{40}$$

故这些部位上的T_1乃由与（27）同构的$T_{1.1}$及

$$T_{1.2}\left\{\begin{aligned}
\sigma_x=&\frac{1}{\xi_1}\sqrt{\frac{L_1L}{r_1r_2}}\Big\{\sigma_y(\infty)\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+2\tau_{xy}(\infty)\cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+\\
&+\left(\frac{r^2}{r_1r_2}\right)\left[\sigma_y(\infty)\cos\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}-\tau_{xy}(\infty)\sin\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\right]\sin\theta\Big\}\\
\sigma_y=&\frac{1}{\xi_1}\sqrt{\frac{L_1L}{r_1r_2}}\Big\{\sigma_y(\infty)\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}-\left(\frac{r^2}{r_1r_2}\right)\Big[\sigma_y(\infty)\cos\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}-\\
&-\tau_{xy}(\infty)\sin\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\Big]\sin\theta\Big\}\\
\tau_{xy}=&\frac{1}{\xi_1}\sqrt{\frac{L_1L}{r_1r_2}}\Big\{\tau_{xy}(\infty)\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}+\left(\frac{r^2}{r_1r_2}\right)\Big[\sigma_y(\infty)\sin\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}+\\
&+\tau_{xy}(\infty)\cos\frac{3(\theta_1+\theta_2)}{2}\Big]\sin\theta\Big\}
\end{aligned}\right. \tag{41}$$

叠加而成。但相对$T_{1.1}$，$T_{1.2}$是高阶的微量场（$|z| \ll L_1 . L$）。距L_0稍远处，则：

$$I(z)=\frac{i\sqrt{L_1L}}{\xi_1z}+\frac{i(L_1-L)}{2\sqrt{L_1L}}\doteq\frac{i\sqrt{LL_1}}{\xi_1z} \tag{42}$$

这就表明：L_0周围的绝大部分地区上，两模式的异常场也完全同构。

综上所述可知，距L_1较远的部位$|z|\gg L+L_1$上、L_1的端点附近、L_0周围除去紧靠L_0以外的绝大部分地区上，模式Ⅱ的异常应力状态均基本类似。但在其他的部位，例如相当靠近L_0处，特别是L_0的端点附近，两者会有较大差异。例如对Ⅰ来讲即使在某些$p(x)+iq(x)$的作用下，L_0的端点处出现了应力局部集中，其强度将同L_0的幅度成正比，而同L_1的长度基本无关。但对Ⅱ来讲，其强度则与L_0的幅度成反比，同L_1的长度成正比。两者对应的异常场也会有很大差异。

11.异常场T同L_1的方位间的关系　由（37）可知：L_1周围的异常应力状况都是$T^{(\infty)}$中的切应力分量$\tau_{xy}^{(\infty)}$以及与L_1相垂直的法应力分量$\sigma_y^{(\infty)}$直接作用的结果，同与L_1相平行的法应力分量$\sigma_x^{(\infty)}$无关。因而L_1周围的异常特征与L_1在$T^{(\infty)}$内所处的方位直接有关。以L_0端点$z=l$附近的力学状况为例：

（1）若$T^{(\infty)}$是“单相”场，即$\sigma_m^{(\infty)}=0$。则

当L_1与$\sigma_M^{(\infty)}$的交角为ϕ时：

$$\sigma_y^{(\infty)}+i\tau_{xy}^{(\infty)}=i\sigma_M^{(\infty)}e^{-i\phi}\sin\phi \tag{42$_1$}$$

从而充分靠近$z=l$处：

$$\sigma_{M、m}=\frac{K\sigma_M^{(\infty)}}{\sqrt{r_1}}\sin\phi\left\{\sin\left(\phi-\frac{\theta_1}{2}\right)\pm\left[\frac{1}{4}\sin^2\theta_1+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\cos\phi\cos\theta_1\cos(\phi-\theta_1)\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{43$_1$}$$

因而$\phi=0$时，$T_1\equiv 0$；$\phi=\frac{\pi}{2}$时

$$\sigma_{M、m}=\frac{K\sigma_M^{(\infty)}}{\sqrt{r_1}}\left(1\pm\sin\frac{\theta_1}{2}\right)\cos\frac{\theta_1}{2} \tag{44$_1$}$$

故$T^{(\infty)}$为单相场时，若L_1与$T^{(\infty)}$平行，则不论L_1是否存在闭锁区、$\sigma_M^{(\infty)}$有多大，L_1周围都不可能发生力学状况的异变和积累应力能。若L_1与$T^{(\infty)}$垂直，L_1周围将出现一纯张或纯压（$\mathrm{sgn}\sigma_M=\mathrm{sgn}\sigma_m=\mathrm{sgn}\sigma_M^{(\infty)}$）的异常场。

（2）若$T^{(\infty)}$为纯剪切场，即$\sigma_M^{(\infty)}=-\sigma_m^{(\infty)}$，则

$$\sigma_y^{(\infty)}+i\tau_{xy}^{(\infty)}=-\sigma_M^{(\infty)}e^{-2i\varphi} \tag{42$_2$}$$

$$\sigma_{M、m}=-\frac{K\sigma_M^{(\infty)}}{\sqrt{r_1}}\left\{\cos\left(2\phi-\frac{\theta_1}{2}\right)\pm\left[\frac{1}{4}\sin^2\theta_1+\sin2\phi\cdot\right.\right.$$
$$\left.\left.\cdot\cos\theta_1\sin(2\phi-\theta_1)\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{43$_2$}$$

故$\phi=0$或$\frac{\pi}{2}$时，$\sigma_{M、m}$与（44）$_1$类同。当$\phi=\pi/4$时，L_1受纯剪力$\sigma_y^{(\infty)}+i\tau_{xy}^{(\infty)}$ $=i\sigma_M^{(\infty)}$的作用。相应的：

$$\sigma_{M、m}=-\frac{K\sigma_M^{(\infty)}}{\sqrt{r_1}}\left[\sin\frac{\theta_1}{2}\pm\frac{1}{2}\left(1+3\cos^2\theta_1\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{44$_2$}$$

故此时约$70°<\theta_1<180°$及其对角部位分别为纯压和纯张异常区，余下的是混性异常区（〔2〕

所讨论的即为此一情况）。

（3）若$T^{(\infty)}$为纯张或纯压场，即$\sigma_M^{(\infty)}=\sigma_m^{(\infty)}$，则不论$L_1$处于什么方位，恒有：

$$\sigma_y^{(\infty)}+i\tau_{xy}^{(\infty)}\equiv\sigma_M^{(\infty)} \tag{42}$$

故仅此时无论L_1处于什么方位，$z=l$处的异变特征恒可用（43）$_1$表征。

一般情况下，$T^{(\infty)}$总可分解为一球形及一偏斜张量之和：

$$T^{(\infty)}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}(\sigma_x^{(\infty)}+\sigma_y^{(\infty)}), & 0\\ 0, & \frac{1}{2}(\sigma_x^{(\infty)}+\sigma_y^{(\infty)})\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{1}{2}(\sigma_x^{(\infty)}-\sigma_y^{(\infty)}), & \tau_{xy}^{(\infty)}\\ \tau_{xy}^{(\infty)}, & -\frac{1}{2}(\sigma_x^{(\infty)}-\sigma_y^{(\infty)})\end{pmatrix}$$

故L_0端点处的异常图象当是上述几种情况的可能组合。

（本文1980年9月24日收到）

参　考　文　献

〔1〕黄荣璋，对应力前兆异常力学机理的初步探讨兼对海城7.3级地震“异常应力场”的初步分析，全国第四次地应力预报地震会议论文选，1980.

〔2〕郭增建等，震源孕育模式的初步讨论，地球物理学报，Vol.16，1973.

〔3〕蜀水，震源应力场岩石膨胀性和水的扩散作用，地球物理学报，№.2，1976.

〔4〕Н.И.Мусхелишвили，数学弹性力学的几个基本问题，赵惠元译，科学出版社，1965.

A DISCUSSION ON THE TWO MODELS OF "THE ANOMALOUS STRESS FIELD"

Huang Rong -zhang

(*The seismological Bureau of Liaoning*)

Abstract

In this paper, the mechanism and characteristics of the two models of for "the anomalous stress field" and the difference between them are discussed. The first is the model of "concentrated action of the external stress", and the second, of "locked-up segment" Some extension of them are also considered.

The primary distinction between the two models is as follows: In the first model, the anomalous field is caused by the external stress system, which is concentrated over some specific segments of the fault. And the second is caused by the existence of the "locked-up segment" on the fault which is acted upon by a homogeneous fiels of the external stresses.

The mathematical formulae related to the two models are given in different cases in this paper.

The analytical results show that due to the difference among the acting ways modes and the acted position sections of the external stresses ~~(in the first model)~~, or to the difference among the orientations of the related faults and the locations of the locked-up segments (in the second model), the characteristics and the distributions of those anomalous fields will also be different to some extent. But in any case, there is no essential distinction between these anomalous field in two models in the most parts ~~of their anomalous fields~~ with the exception of a few parts, such as those parts which are very near to the acted segment of external stress, the locked-up segment and the end of the faults.